方程式１（一次方程式）

2015 年 2 月 9 日

目次

このテキストの使いかた

日頃の学習では・・・

- テキストをていねいに読んでいきましょう。

  このテキストは、きちんと言葉を使ってていねいな説明が書かれています。記号や数式が並んでいるだけの、意味不明のものではありません。ひとことひとこと言葉を大切にして、解き方ではなく考え方を学び取るようにしてください。そして、書いてあることに対して、「あーそういうことか」とか「えーよくわからない」とか「これ、ちがうんじゃないの？」といった反応をしてください。数学は自分の頭を使って考えていく科目ですから立ち止まって考えることがとても大切なのです。

- テスト直前に勉強を始めるのではなく、テストで力を発揮できるように前もって準備をしておきましょう。

  数学のように、自分の頭を使って「あーでもない、こーでもない」と考えながら学んでいく科目では、学習を始めてからしばらくの間はなかなか成果が出ない事があります。しかし少し我慢をして学習を続けていくうちに、あるとき、驚くような力が付いていることに気づくことがあります。 つまり、実力は初めのうちはゆっくり伸びていき、あとからぐんと伸びることが多いのです。

- 例題を学ぶときには、解答を読む前に、できればまず自分の力で解くことができるかどうか試してみましょう。

  数学の学習では、誰かから教わっただけのことよりも自分で悩んで考えたことの

ほうがよく身につきます。紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。

- 例題の学習ができたら、この問題がテストに出ても自分の力だけで解けるかどうか想像してみましょう。そして心配なものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- 問はもちろん、まず自分の力で解くことができるかどうか試してみてください。

  紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。そうすれば理解が深まるでしょう。

- 問を解き終わって答え合わせをしたら、間違ったものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- ひとつのひとつの節を読み終わったら、どんなことをその節で学んだのか思い出して「あらすじ」を言えるようにしておきましょう。紙と筆記用具を用意して、誰かにあらすじを伝えるにはどんなふうに説明すればよいか考え、文章を書いてみるととても効果があります。

  中学生に「今日は学校の数学の授業でどんなことを勉強したの？」と聞いてみると、「えーと、何だっけ、そうだ、傾きとか習った。」と断片的なことを言えたりすることはあるのですが、改めて、「へぇ、ところで傾きってなんなの？」と聞いてみると「えー、何だっけ、そうだ、なんか計算したり直線を描いてた。」ぐらいの答えしか返ってこないことが多いのです。専門用語を正しく言えるようになることも必要なことかもしれませんが、そんなことより大切なのは「どんなお話を学んだのか」ということです。数学は意味の無い記号操作を学ぶ科目ではなく、ちゃんとしたストーリーがあるものを学んでいるのです。ですから「お話のあらすじ」を理

解しておくことが大切なのです。

定期テスト対策では・・・

「日頃の学習」のところにも書いてありますが、数学のような科目は力がつくまでに時間のかかる科目です。テストに備えて十分な日数を確保しておきましょう。そして、「日頃の学習」で心配な例題や間違った問にちゃんと印を付けているとテスト対策が楽になります。

- テキストから試験範囲の例題や問を探して、印のついていないものがちゃんと解けるかどうか試してみましょう。
- 印を付けた例題や問を繰り返し復習して、テストに出ても大丈夫な問題を少しでも増やしておきましょう。

第1章

等式の性質

これから「等式」について詳しく学びます。まずはおさらいから。

1.1　それぞれの式にはそれぞれの意味があるということ

「式」と一言で言ってもいろいろな式があります。そして、どの「式」にもそれぞれ意味がこめられています。実は、「式」なんか使わなくても、言葉だけでもちゃんと言えるのですが、それだと大変なので「式」にするのです。ですから、数学の学習をするとき、「式」を見たら、その式はどんなことを言おうとしているのかきちんと考えることが大切です。そこで、これから、いくつか例を使っておさらいをします。

例 1　ある数 x があるとします。この数 x を -2 倍してからさらに 7 をたしてできる数のことを考えたとします。こんなことを考えた人は、式を使って $-2x+7$ と書くのです。ですから、$-2x+7$ という式を見たら、あなたは、「あー、まず、x という数があるのだな。そして、この数 x を -2 倍してからさらに 7 をたしてできる数のことを考えているのだな。」と思わなくてはなりません。

例 2　ある数 x と y があるとします。x という数を -2 倍してからさらに y という数をたしてできる数のことを考えたとします。こんなことを考えた人は、式を使って $-2x+y$ と書くのです。ですから、$-2x+y$ という式を見たら、あなたは、「あー、まず、x という

数と y という数があるのだな。そして、x という数を -2 倍してからさらに y という数をたしてできる数のことを考えているのだな。」と思わなくてはなりません。

例 3　ある数 x があるとします。「この数 x を 4 倍してからさらに 3 をひいてできる数は、この数 x を -2 倍してからさらに 9 をたしてできる数と同じになる」ということを考えたとします。こんなことを考えた人は、式を使って $4x-3=-2x+9$ と書くのです。ですから、$4x-3=-2x+9$ という式を見たら、あなたは、「あー、まず、x という数があるのだな。そして、この数 x を 4 倍してからさらに 3 をひいてできる数は、この数 x を -2 倍してからさらに 9 をたしてできる数と同じになると言っているのだな。」と思わなくてはなりません。

例 4　2 つの数 x と y があるとします。「x という数を 4 倍してからさらに y という数をひいてできる数は、x という数にさらに y という数を -2 倍した数をたしてできる数と同じになる」ということを考えたとします。こんなことを考えた人は、式を使って $4x-y=-x-2y$ と書くのです。ですから、$4x-y=-x-2y$ という式を見たら、あなたは、「あー、まず、x という数と y という数があるのだな。そして、x という数を 4 倍してからさらに y という数をひいてできる数は、x という数にさらに y という数を -2 倍した数をたしてできる数と同じになると言っているのだな。」と思わなくてはなりません。

どうでしたか？それぞれの式に、どんな意味がこめられているのかわかってもらえましたか。「うーん、いまいちわからなーい。」と思った人は、文字式 1 のテキスト（このシリーズの）をよく復習してから先に進むようにしましょう。

1.2　等式とは

これから、「等式っていったい何だっけ」ということを復習します。これも、本当は、文字式 1 のテキスト（このシリーズの）で学んでいることです。忘れてしまった人は、文字式 1 のテキスト（このシリーズの）で『「等式」と「単なる式」の違いについて』の所をよく読みなおしてほしいのですが、ここで念のため、簡単に復習します。

$2x-5$ という式と $4x+3=-2x-9$ という式を比べることにしましょう。この 2 つの式で一番の違いは何でしょう。式を良く見ると、$2x-5$ という式には「=」という記号は入っていません。しかし、$4x+3=-2x-9$ という式には「=」という記号が入っています。これが一番の違いです。「=」という記号が入っていない式と「=」という記号が入っている式では、意味に違いがありますね。（前の節をきちんと学習した人はもうおわかりですね。）$2x-5$ という式のように、「=」という記号が入っていない式は、あるひとつの数を意味しているだけです。つまり、$2x-5$ という式は、「x という数を 2 倍してからさらに 5 をひいてできる数」を意味しています。これに対して、$4x+3=-2x-9$ という式のように、「=」という記号が入っている式は、「何かと何かが等しい」ということを主張しています。つまり $4x+3=-2x-9$ という式は、「x という数を 4 倍してからさらに 3 をたしてできる数は、x という数を -2 倍してからさらに 9 をひいて出来る数と等しい」と主張しているのです。

このように、数学では、「何かと何かが等しい」ということを式で伝える場合、「=」というマークが式の中で使われるのです。そして、「=」というマークで何かと何かがつなげられている式は**等式**と呼ばれています。$4x+3=-2x-9$ という式は、「x という数を 4 倍してからさらに 3 をたしてできる数、つまり $4x+3$ という数」と「x という数を -2 倍してからさらに 9 をひいて出来る数、つまり $-2x-9$ という数」が「=」というマークでつながれているので、等式の仲間なのです。それに対して、$2x-5$ という式は、式の中に「=」というマークがありません。この式はあるひとつの数を意味しているだけなのです。ですから、等式の仲間ではありません。

例題 1　次の式の意味を言葉で書きなさい。またその式は等式の仲間なのか、等式の仲間でないのか判定しなさい。

(1)　$15a-2=3b+12$　　　(2)　$7a-3b+1$

解答

(1) この式には「=」というマークがあります。ですから、何かと何かが等しいということを主張しています。この式の場合は、$15a-2$ と $3b+12$ が等しいわけです。

言葉できちんと言うと、

「a を 15 倍してからさらに 2 をひいて出来る数」と「b を 3 倍してからさらに 12 をたしてできる数」が等しい

と言っているのですね。これがこの式の意味です。

何かと何かが「＝」というマークで結ばれているのですから、この式はもちろん等式の仲間です。

(2) この式には「＝」というマークがありません。ですから、何かと何かが等しいということを主張しているわけではありません。ある計算をして出来る 1 つの数を意味しているだけです。式を良く見て、どんな計算をしているのか、言葉できちんと言ってみることにしましょう。 $7a-3b+1$ という式は、もともと $7\times a-3\times b+1$ という式ですね。ですから、この問題の式の意味を言葉で言うと、

「a という数を 7 倍して出来る数」から「b という数を 3 倍して出来る数」をひいて、さらにそこから「1」をひいてできる数

ですね。これがこの式の意味です。もちろん、この式は等式ではありません。

問 1.

次の式の意味を言葉で書きなさい。またその式は等式の仲間なのか、等式の仲間でないのか判定しなさい。

(1) $-6x+3y-5$　　(2) $3x+5=7-2y$

答えを見る

問 2. 次の文を式で表しなさい。

(1) 「a という数を -1 倍して出来る数」と「b という数を -3 倍して出来る数」と「7」をたしてできる数

(2) 「a という数を -2 倍してからさらに 5 をひいた数」と「b という数を 7 倍してからさらに 1 をたした数」は等しい

答えを見る

これでおさらいを終わりにします。

1.3　等式を変形するときにやってもよいこと

1.3.1　「等式を変形するときにやってもよいこと」って何なのかてんびんを使って考えてみよう

では、本題に入りましょう。

前の節では、何かと何かが「=」という記号で結ばれている式のことを「等式」と呼ぶということを思い出してもらいました。そして、「等式」は、「何かと何かが等しい」ということを主張する式であることも思い出してもらいました。ではここで、「何かと何かが等しい」ってどういうことなのか、もう少し詳しく考えてみることにします。こういうことを考えるとき、よく「てんびん」のたとえが使われます。

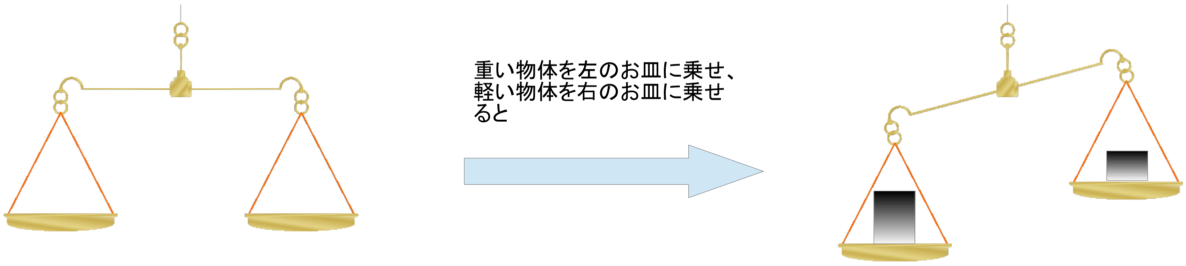
右の図を見てください。

てんびんは、2 つのものの重さを比べるときに使う道具です。お皿が 2 つ付いていますね。この 2 つのお皿の上に物を置いて、重さを比べるのです。

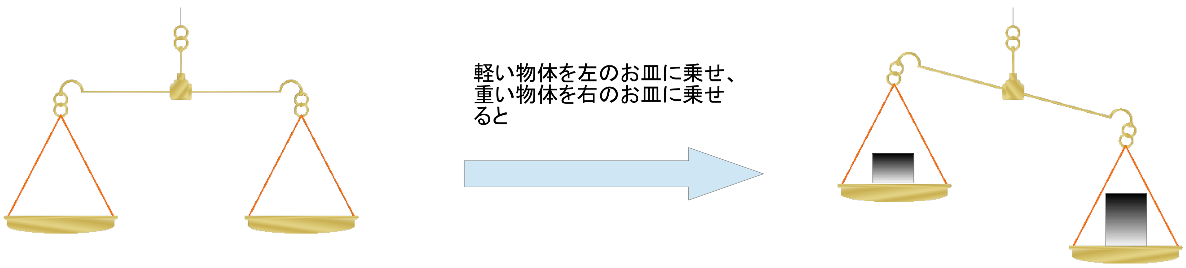
図 1.1　てんびん

それでは今ここに、2 つの物体があるとしましょう。そしてその 2 つの物体をてんびんのお皿の上に置いてみることにします。

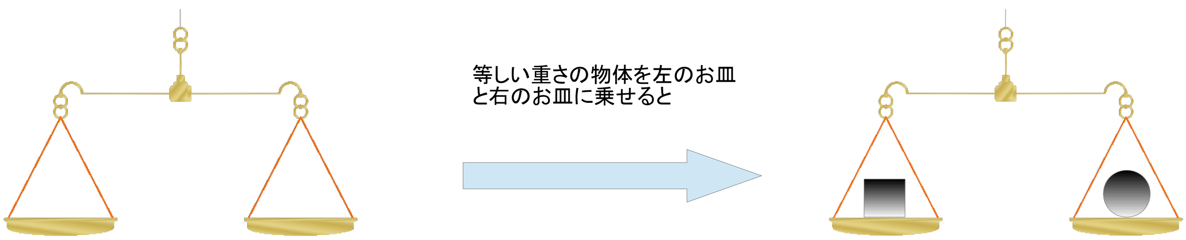
例えば、重いほうの物体を左のお皿の上に置いて、軽いほうの物体を右のお皿の上に置いたとします。すると左のお皿が下に下がり、右のお皿は上に上がります。次の図を見てください。



また例えば、軽いほうの物体を左のお皿の上に置き、重いほうの物体を右のお皿の上に置いたとします。すると左のお皿が上に上がり、右のお皿は下に下がります。次の図を見てください。



また、例えば、重さが「等しい」2 つの物体をそれぞれ左のお皿と右のお皿の上に置くと、左のお皿はと右のお皿は同じ高さになり、てんびんは「つりあい」ます。次の図を見てください。



では、これから、最後に出てきた、「つりあっているてんびん」のことを詳しく考えてみることにしましょう。

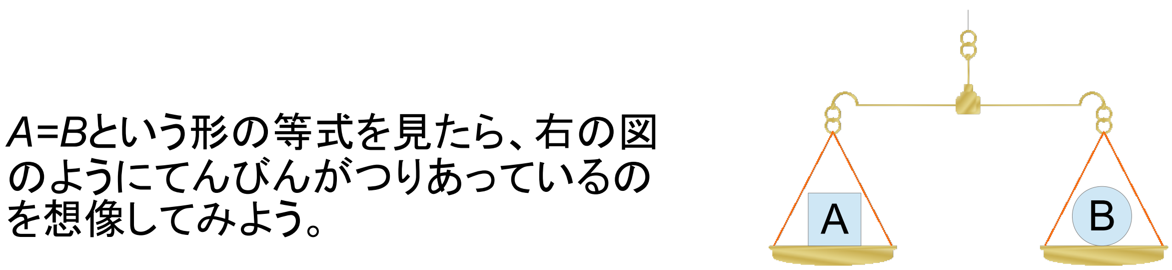
お皿の上に乗せる 2 つの物体に名前をつけて、それぞれ A、B と呼ぶことにします。A と B の重さが等しければ、てんびんはつりあうわけですし、てんびんがつりあっていれば A と B の重さは同じわけです。つまり、「A と B の重さが等しい」ということと、「てん

びんがつりあう」ということは同じことですね。

ところで、「A と B の重さが等しい」ということを数学っぽく書くとしたら「=」という記号を使って、

$$A = B$$

という式を書けば良いですよね。この式って、もちろん等式ですね。ですから、$A = B$ という等式を見たら、「つり合っているてんびん」の事を思い出してください。次の図のように、物体 A と物体 B がてんびんに乗っていて、つりあっているのを想像してほしいのです。

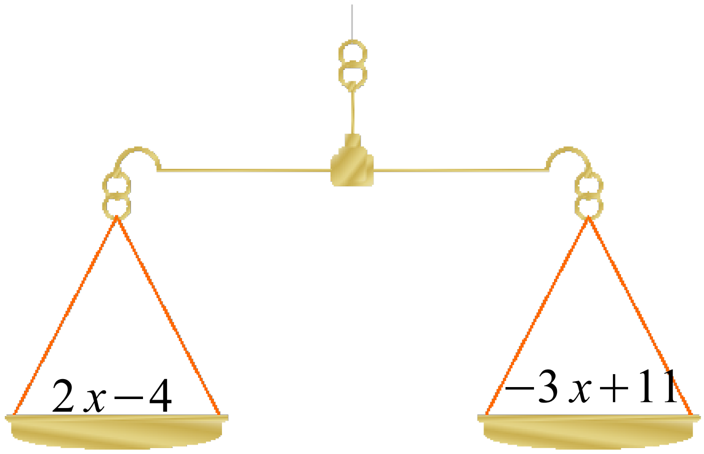


「等式」とは「何かと何が等しいということを主張する式」でしたね。「=」の左側と右側に「何か」が書いてあり、「左側に書いてある何か」と「右側に書いてある何か」は等しいと主張しているのですね。このことをてんびんでたとえてみると、「左のお皿に乗っている何か」と「右のお皿に乗っている何か」の重さが等しくなっていて、てんびんがつりあっているということです。ですから、例えば、

$$2x - 4 = -3x + 11$$

という「等式」をてんびんでたとえてみると、左のお皿には $2x - 4$ が乗っていて、右のお皿には $-3x + 11$ が乗っていて、てんびんがつりあっているということになります。次の図を見てください。

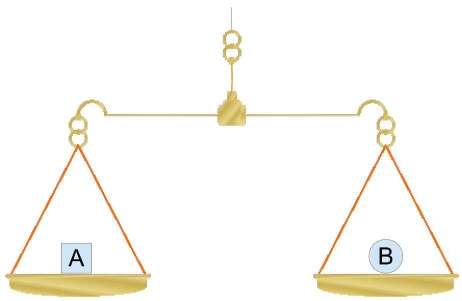
$2x-4=-3x+11$
という等式をてんびんでたとえると右の図のようになる



ここで、これから、つりあっているてんびんに、いろいろな操作をしてみようと思います。 どんな操作をするとどんなことが起こるのか、あなたと一緒に考えることにしましょう。

つりあっているてんびんで、物体を「入れかえる」話

右の図のてんびんを見てください。左のお皿には四角い物体 A が乗っています。また、右のお皿には丸い物体 B が乗っています。そして今、てんびんはつりあっているとします。（つまり、物体 A と物体 B は形は違っていますが、重さは同じなのですね。）

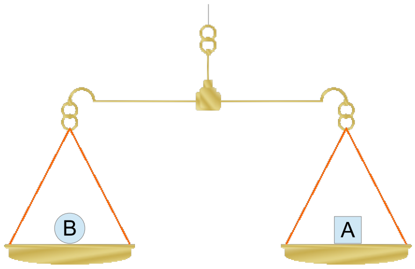


それではあなたに 1 つ質問することにします。

質問　これから、左のお皿に乗っている物体 A と右のお皿に乗っている物体 B を入れかえることにします。そうすると、てんびんはどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。

①　左のお皿が下がる　　②　つりあったまま　　③　右のお皿が下がる

質問の答え



どうですか？答えはわかりましたか。正しい答えはもちろん②の「つりあったまま」ですね。右の図を見てください。てんびんは、左にお皿に乗っているものの重さと、右にお皿に乗っているものの重さが同じときだけつりあうのですね。もともと物体 A の重さと物体 B の重さは同じでした。ですから、物体 A と物体 B を入れかえてもつりあうわけです。

この質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。はじめ、左のお皿と右のお皿に何か物体が乗っていて、てんびんがつりあっていました。そして次に、左のお皿に乗っている物体と右のお皿に乗っている物体を入れかえても、てんびんは相変わらずつりあったままになるということです。

ところで、「てんびんがつりあっている」ということは、「等式のたとえ」なのでしたね。そこで、今の話を等式で考え直してみましょう。はじめ左のお皿に物体 A が乗っていて、右のお皿には物体 B が乗っていました。そしててんびんはつりあっていました。これは、等式で言えば、

$$A = B$$

が成り立っていたということですね。そして、さらに、、左のお皿に乗っている物体と右のお皿に乗っている物体を入れかえても、てんびんは相変わらずつりあったままでした。これは、

$$B = A$$

が成り立つということですね。大丈夫ですか？念のためもう一度、この話を言葉でまとめます。

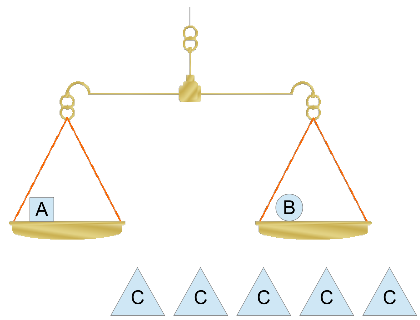
数でも式でも良いのですが、二つのものがあって等しくなっていたとします。次に、初めにあった 2 つのものを入れかえます。そうすると、このような操作をしても相変わらず 2 つのものは等しいままであるということです。つまり、**「=」で結ばれている 2 つのも**

のを入れかえても、相変わらず「=」で結ばれたままになるということです。

例 5　$a+3=b+2c-4$ という式は「等式」の仲間ですね。$a+3$ というものと $b+2c-4$ というものが「=」で結ばれているのですから。

それでは、$a+3=b+2c-4$ という「等式」で、$a+3$ と $b+2c-4$ を入れかえることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$a+3=b+2c-4$ という「等式」を、$b+2c-4=a+3$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

つりあっているてんびんのお皿に物体を「たす」話

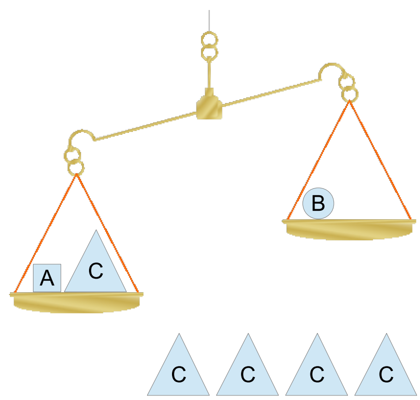


右の図のてんびんを見てください。左のお皿には四角い物体 A が乗っています。また、右のお皿には丸い物体 B が乗っています。そして今、てんびんはつりあっているとします。(つまり、物体 A と物体 B は形は違っていますが、重さは同じなのですね。) また、てんびんのそばに、物体 C がいくつか置いてあるとします。物体 C の重さは、物体 A や物体 B と同じかどうかはわかりません。

それではあなたに 2 つ質問することにします。

質問 1　これから、左のお皿に物体 C を 1 つ乗せることにします。そうすると、てんびんはどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。

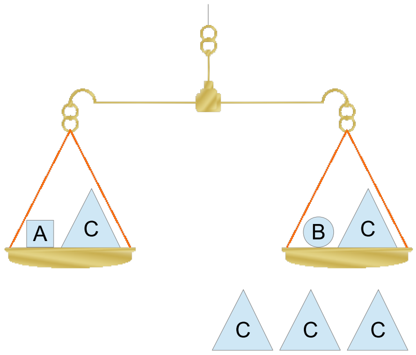
①　左のお皿が下がる　　②　つりあったまま　　③　右のお皿が下がる



質問 1 の答え　どうですか?答えはわかりましたか。正しい答えはもちろん ①の「左のお皿が下がる」ですね。右の図を見てください。左のお皿にだけ物体 C を乗せるのですから、左のお皿のほうが右のお皿より重くなり、てんびんは左のお皿が下がりますね。

質問 2　質問 1 でわかったように、てんびんの左のお皿だけに物体 C を乗せると、左のお皿が下がってしまいますね。では、てんびんがつりあったままにするには、さらに右のお皿にどんなことをすればよいと思いますか。

質問 2 の答え　右の図を見てください。答えはもちろん「右のお皿にも物体 C を乗せる」ですよね。てんびんは、「左のお皿に乗っている物の重さ」と、「右のお皿に乗っている物の重さ」が等しいときにつりあうのですから。



この 2 つの質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。

はじめ左のお皿と右のお皿に何か物体が乗っていて、てんびんがつりあっていました。っそのようなとき、さらに、左のお皿と右のお皿に同じ重さの物体を置いても、てんびんは相変わらずつりあったままになるということです。

ところで、「てんびんがつりあっている」ということは、「等式のたとえ」なのでしたね。そこで、今の話を等式で考え直してみましょう。はじめ左のお皿に物体 A が乗っていて、右のお皿には物体 B が乗っていました。そしててんびんはつりあっていました。これは、等式では

$$A = B$$

が成り立っていたということですね。

そして、さらに、左のお皿と右のお皿に物体 C を乗せてもてんびんはつりあったままでした。これは、

$$A + C = B + C$$

が成り立つということですね。大丈夫ですか？念のためもう一度、この話を言葉でまとめます。

数でも式でも良いのですが、2 つのものがあって等しくなっていたとします。次に、何か 1 つ数でも式でも良いですから用意します。そして、初めにあった 2 つのもののどちらにも今用意したものをたします。そうすると、初めにあった 2 つのものはそれぞれはじめとは違ったもののなりますが、このような操作をしても相変わらず 2 つのものは等しいままであるということです。つまり、**「=」で結ばれている 2 つのもののどちらにも、同じ**

ものをたしている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになるということです。

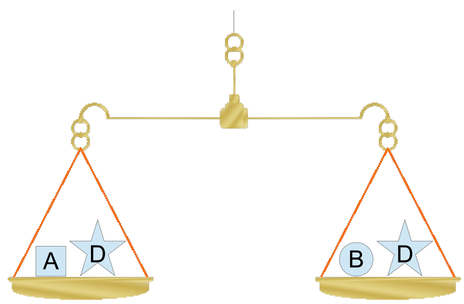
例 6　$a+b=2c-7$ という式は「等式」の仲間ですね。$a+b$ というものと $2c-7$ というものが「=」で結ばれているのですから。そこで、さっきまで学んでいたことを思い出してみることにして、この等式をいろいろ書きかえることにします。

(1)　$a+b=2c-7$ という「等式」で、例えば、$a+b$ と $2c-7$ のどちらにも 9 という数をたしてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$a+b=2c-7$ という「等式」を、$a+b+9=2c-7+9$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

(2)　$a+b=2c-7$ という「等式」で、例えば、$a+b$ と $2c-7$ のどちらにも $2a-3$ という式をたしてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$a+b=2c-7$ という「等式」を、$a+b+(2a-3)=2c-7+(2a-3)$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

つりあっているてんびんから物体を「ひく」話

右の図のてんびんを見てください。左のお皿には四角い物体 A と星型の物体 D が乗っています。また、右のお皿には丸い物体 B と星型の物体 D が乗っています。そして今、てんびんはつりあっているとします。((つまり、「物体 A と物体 D の重さの合計」と、「物体 B と物体 D の重さの合計」は、同じなのですね。)

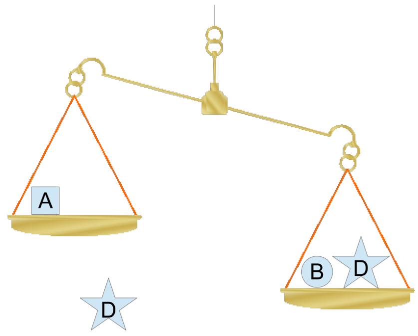


それではあなたに 2 つ質問することにします。

質問 1　これから、左のお皿から物体 D をとることにします。そうすると、てんびんはどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。

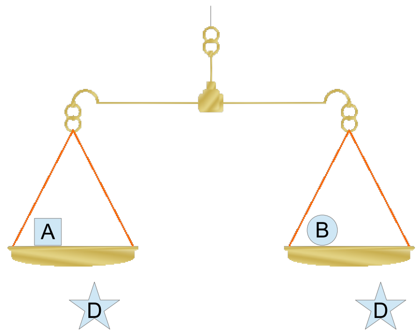
①　左のお皿が下がる　　②　つりあったまま　　③　右のお皿が下がる

質問 1 の答え　どうですか？答えはわかりましたか。正しい答えはもちろん ③の「右のお皿が下がる」ですね。右の図を見てください。左のお皿だけ物体 D をとるのですから、左のお皿のほうが軽くなりますね。



質問 2　質問 1 でわかったように、てんびんの左のお皿だけから物体 D をとると、右のお皿が下がってしまいますね。では、てんびんがつりあったままにするには、さらに右のお皿にどんなことをすればよいと思いますか。

質問 2 の答え　右の図を見てください。答えはもちろん「右のお皿からも物体 D をとる」ですよね。てんびんは、「左のお皿に乗っている物の重さ」と、「右のお皿に乗っている物の重さ」が等しいときにつりあうのですから。



この 2 つの質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。

数でも式でも良いのですが二つのものがあって、等しくなっていたとします。次に、何か 1 つ、数でも式でも良いですから用意します。そして、初めにあった 2 つのもののどちらからも今用意したものをひきます。そうすると、初めにあった 2 つのものはそれぞれはじめとは違ったもののなりますが、このような操作をしても相変わらず 2 つのものは等しいままであるということです。つまり、**「=」で結ばれている 2 つのもののどちらからも、同じものをひいている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになる**ということです。

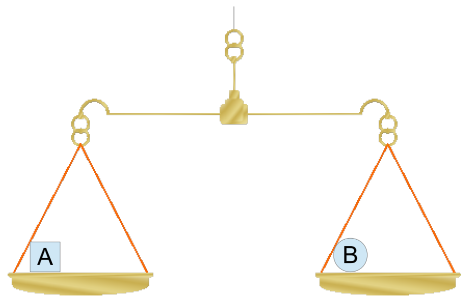
例 7　$a - 5b + 3 = c - 3d + 7$ という式は「等式」の仲間ですね。$a - 5b + 3$ というものと $c - 3d + 7$ というものが「=」で結ばれているのですから。そこで、さっきまで学んで

いたことを思い出してみることにして、この等式をいろいろ書きかえることにします。

(1) $a-5b+3=c-3d+7$ という「等式」で、例えば、$a-5b+3$ と $c-3d+7$ のどちらからも 5 という数をひいてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$a-5b+3=c-3d+7$ という「等式」を、$a-5b+3-5=c-3d+7-5$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

(2) $a-5b+3=c-3d+7$ という「等式」で、例えば、$a-5b+3$ と $c-3d+7$ のどちらからも $-2a+c$ という式をひいてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$a-5b+3=c-3d+7$ という「等式」を、$a-5b+3-(-2a+c)=c-3d+7-(-2a+c)$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

つりあっているてんびんに乗っている物体に、何かを「かける」話



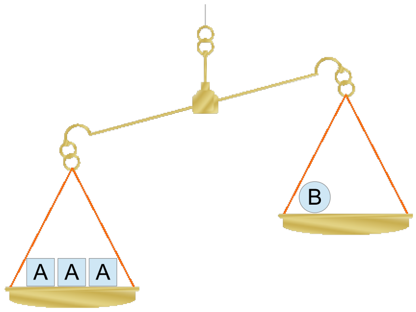
右の図のてんびんを見てください。左のお皿には四角い物体 A が乗っています。また、右のお皿には丸い物体 B が乗っています。そして今、てんびんはつりあっているとします。（つまり、物体 A と物体 B では、形は違っていますが、重さは同じなのですね。）

それではあなたに 2 つ質問することにします。

質問 1　これから、左のお皿に乗っている物体 A の数を 3 倍にします。そうすると、てんびんはどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。

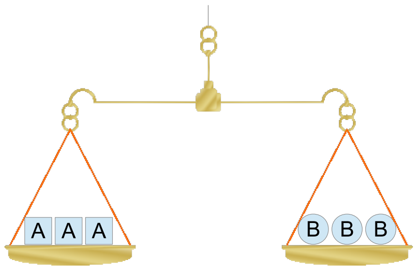
①　左のお皿が下がる　　②　つりあったまま　　③　右のお皿が下がる

質問 1 の答え　どうですか？答えはわかりましたか。正しい答えはもちろん①の「左のお皿が下がる」ですね。右の図を見てください。左のお皿だけ物体の数が 3 倍になるのですから、左のお皿のほうが重くなりますね。



質問 2　質問 1 でわかったように、てんびんの左のお皿だけ物体の数を 3 倍にすると、左のお皿が下がってしまいますね。では、てんびんがつりあったままにするには、さらに右のお皿にどんなことをすればよいと思いますか。

質問 2 の答え　右の図を見てください。答えはもちろん「右のお皿も物体の数を 3 倍にする」ですよね。てんびんは、「左のお皿に乗っている物の重さ」と「右のお皿に乗っている物の重さ」が等しいときにつりあうのですから。



この 2 つの質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。

数でも式でも良いのですが、二つのものがあって等しくなっていたとします。次に、何か 1 つ、数でも式でも良いですから用意します。そして、初めにあった 2 つのもののどちらにも、今用意したものをかけます。そうすると、初めにあった 2 つのものはそれぞれはじめとは違ったもののなりますが、このような操作をしても相変わらず 2 つのものは等しいままであるということです。つまり、**「=」で結ばれている 2 つのもののどちらにも、同じものをかけている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになる**ということです。

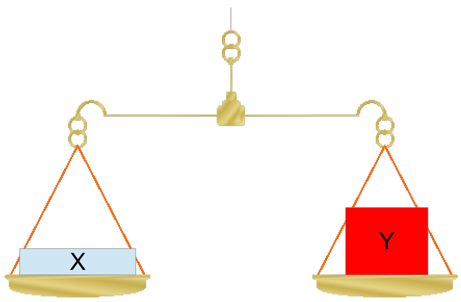
例 8　$-2a+3b=-a+2c-7$ という式は「等式」の仲間ですね。$-2a+3b$ というものと $-a+2c-7$ というものが「=」で結ばれているのですから。そこで、さっきまで学んでいたことを思い出してみることにして、この等式をいろいろ書きかえることにします。

(1)　$-2a+3b=-a+2c-7$ という「等式」で、例えば、$-2a+3b$ と $-a+2c-7$ の

どちらにも -2 という数をかけてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$-2a+3b=-a+2c-7$ という「等式」を、$-2(2a+3b)=-2(-a+2c-7)$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

(2)　$-2a+3b=-a+2c-7$ という「等式」で、例えば、$-2a+3b$ と $-a+2c-7$ のどちらにも $3c+5$ という式をかけてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$-2a+3b=-a+2c-7$ という「等式」を、$(3c+5)(2a+3b)=(3c+5)(-a+2c-7)$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

つりあっているてんびんに乗っている物体を、何かで「わる」話



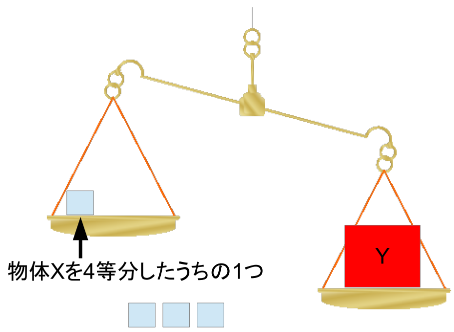
右の図のてんびんを見てください。左のお皿には水色の四角い物体 X が乗っています。また、右のお皿には赤くて四角い物体 Y が乗っています。そして今、てんびんはつりあっているとします。(つまり、物体 X と物体 Y は色や形が違っていますが重さは同じなのですね。)

それではあなたに 2 つ質問することにします。

質問 1　これから、左のお皿に乗っている物体 X を 4 等分して、1 つだけお皿の上に残します。つまり物体 X を「4 でわる」わけです。そうすると、てんびんはどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。

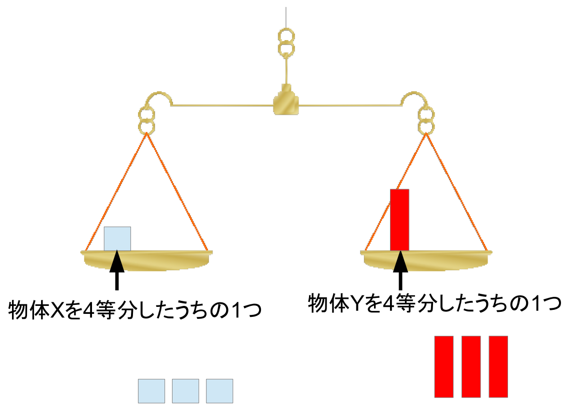
①　左のお皿が下がる　　②　つりあったまま　　③　右のお皿が下がる

質問 1 の答え　どうですか？答えはわかりましたか。正しい答えはもちろん③の「右のお皿が下がる」ですね。右の図を見てください。左のお皿だけ物体が 4 等分されたうちの 1 つだけ残される（つまり 4 でわられる）のですから、左のお皿のほうが軽くなりますね。



質問 2　質問 1 でわかったように、てんびんの左のお皿だけ物体が 4 でわられると右のお皿が下がってしまいますね。では、てんびんがつりあったままにするには、さらに右のお皿にどんなことをすればよいと思いますか。

質問 2 の答え　右の図を見てください。答えはもちろん「右のお皿も物体を 4 等分して 1 つだけお皿の上に残す（つまり 4 でわる）」ですよね。てんびんは、「左のお皿に乗っている物の重さ」と、「右のお皿に乗っている物の重さ」が等しいときにつりあうのですから。



この 2 つの質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。

数でも式でも良いのですが、二つのものがあって等しくなっていたとします。次に、何か 1 つ、数でも式でも良いですから用意します。そして、初めにあった 2 つのもののどちらも今用意したものでわります。そうすると、初めにあった 2 つのものはそれぞれはじめとは違ったもののなりますが、このような操作をしても相変わらず 2 つのものは等しいままであるということです。つまり、「＝」で結ばれている **2** つのもののどちらも、同じものでわる限り、相変わらず「＝」で結ばれたままになるということです。

例 9　$-4a+2b=-6a+2$ という式は「等式」の仲間ですね。$-4a+2b$ というものと $-6a+2$ というものが「=」で結ばれているのですから。そこで、さっきまで学んでいたことを思い出してみることにして、この等式をいろいろ書きかえることにします。

(1)　$-4a+2b=-6a+2$ という「等式」で、例えば、$-4a+2b$ と $-6a+2$ のどちらも 2 という数でわることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$-4a+2b=-6a+2$ という「等式」を、$\dfrac{-4a+2b}{2}=\dfrac{-6a+2}{2}$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。（分数の形をした式が出てきましたが大丈夫ですか？文字式を書く時の約束として、わりざんの式は分数の式の形にするということを以前学びましたね。忘れれしまった人は文字式 1 のテキスト（このシリーズの）をよく復習してください。）

(2)　$-4a+2b=-6a+2$ という「等式」で、例えば、$-4a+2b$ と $-6a+2$ のどちらも $3c+2$ という式でわることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、$-4a+2b=-6a+2$ という「等式」を、$\dfrac{-4a+2b}{3c+2}=\dfrac{-6a+2}{3c+2}$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

さて、ここまで、つりあっているてんびんに 5 種類の操作をする話をしてきました。この 5 種類の操作はどれも、つりあっているてんびんをつりあったままにする操作でした。ですから、この 5 種類の操作は、「等式」を「別の等式」に書きかえる操作ということになりますね。つまり、この 5 種類の操作は、「等式」を「別の等式」へ書きかえるときに「やってもよいこと」なのです。この操作をしている限り、「等式」は、見掛けは変わりますが「等式」のままなのです。では、この 5 種類の操作をここでまとめておきましょう。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 1

「=」で結ばれている 2 つのものを入れかえても、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側を入れかえて

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 2

「=」で結ばれている 2 つのもののどちらにも、同じものをたしている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側に、同じ数または式をたして、

$$\boxed{} + \boxed{} = \boxed{} + \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 3

「=」で結ばれている 2 つのもののどちらからも、同じものをひいている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側から、同じ数または式をひいて、

$$\boxed{} - \boxed{} = \boxed{} - \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 4

「=」で結ばれている 2 つのもののどちらにも、同じものをかけている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{\qquad\qquad} = \boxed{\qquad\qquad}$$

という等式の左側と右側に、同じ数または式をかけて、

$$\boxed{\qquad\qquad} \times \boxed{\qquad\qquad} = \boxed{\qquad\qquad} \times \boxed{\qquad\qquad}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 5

「=」で結ばれている 2 つのもののどちらも、同じものでわる限り、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{\qquad\qquad} = \boxed{\qquad\qquad}$$

という等式の左側と右側を、同じ数または式でわって、

$$\frac{\boxed{\qquad\qquad}}{\boxed{\qquad\qquad}} = \frac{\boxed{\qquad\qquad}}{\boxed{\qquad\qquad}}$$

という等式に書きかえても良いのです。ただし、「0 という数でわること」だけはやってはいけません。

（どうして 0 でわっていけないのか、あなたはもう知っていますよね。忘れてしまった人は正負の数のテキスト（このシリーズの）を探して、『$0 \div 3$ の答えは何？ $3 \div 0$ の答えは何？』の所をよく読みなおしましょう。）

1.3.2 「移項」と呼ばれている現象の話

等式を変形して書きかえるとき、等式の左と右に同じものをたしたり、等式の左と右から同じものをひいてもよいということを学びましたね。（さっき学んだ「等式を変形するときにやってもよいことその 2」と「等式を変形するときにやってもよいことその 3」のことですよ。）このような操作をしてからさらに計算を進めると、「移項」と呼ばれている現象が起きるのです。どういうことなのか、これから例を使ってゆっくり説明します。

例 10　$a-5=2b+4$ という等式をこれから変形します。ここでは、この等式の左側から -5 という数がなくなるように変形しようと思います。そのためには、等式の左と右に 5 という数をたせばよいのです。ではやってみます。

まず、

$$a-5=2b+4$$

という式からスタートするのでしたね。それではこの等式の左と右に 5 をたしてみます。すると、

$$a-5\boldsymbol{+5}=2b+4\boldsymbol{+5}$$

となりますね。ここで、この式の左側をよく見てみましょう。左側の「$a-5\boldsymbol{+5}$」ですが、数のところは計算することが出来ますね。つまり $-5\boldsymbol{+5}$ の所を計算することが出来ますね。$-5\boldsymbol{+5}$ を計算するともちろん 0 になります。そうすると、左の式「$a-5\boldsymbol{+5}$」は、「a」という式に見かけを変えることができます。ですから、さっきの「$a-5\boldsymbol{+5}=2b+4\boldsymbol{+5}$」という等式は、左側の見かけをわかりやすくすると、

$$a=2b\boldsymbol{+5}$$

という等式になります。

ここまでの変形を振り返ってみましょう。まず、

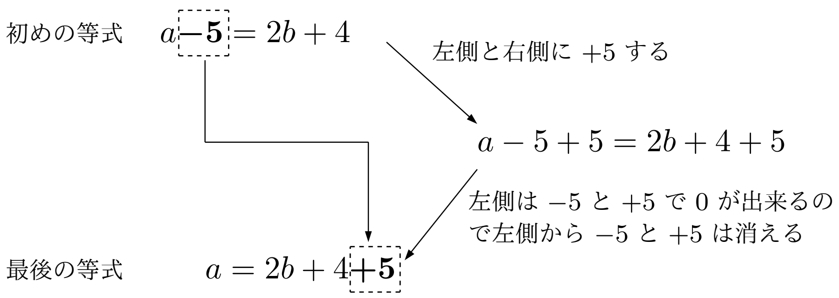
$$a-5=2b+4$$

という等式があるのでした。そして、この等式の左と右に 5 をたしてみてから、左側をかっこう良くすると、

$$a = 2b + 4 + 5$$

という等式に見かけが変わりました。初めの等式と最後の等式を良く見てください。初めの等式と最後の等式だけを比べると、初めの等式の左にあった -5 が、最後には、符号（プラスとかマイナスのことですよ）を変えて $+5$ になって、右側へ移っているではありませんか。

念のためもう 1 度、何が起きたか確認します。次の計算を見てください。



初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め左側にいた -5 が符号を変え $+5$ になり、最後に右側へ移ったように見える

まず、初めの等式の左と右に 5 をたしました。そうしてから、左の式の見かけをマシにすると、最後には、左から -5 は無くなり、右に $+5$ が現れたのです。初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め左側にいた -5 が、符号を変え $+5$ になり、最後に右側へ移ったように見える現象が起きているのです。このような現象を**移項**と呼んでいます。

例 11　前の例と同じ等式 $a - 5 = 2b + 4$ を使って、さっきとは少し違う変形をします。今度は、この等式の右側から $+4$ という数がなくなるように変形しようと思います。そのためにはどうすればよいと思いますか？もうおわかりですね。そうです。等式の左と右から 4 という数をひけばよいのです。では、やってみることにしましょう。まず、

$$a - 5 = 2b + 4$$

という式からスタートするのでしたね。この等式の左と右から 4 をひいてみます。す

ると、

$$a-5\mathbf{-4}=2b+4\mathbf{-4}$$

となりますね。ここで、この式の右側をよく見てみましょう。右側の「$2b+4\mathbf{-4}$」ですが、数のところは計算することが出来ますね。つまり $+4\mathbf{-4}$ の所を計算することが出来ますね。$+4\mathbf{-4}$ を計算するともちろん 0 になります。そうすると、右の式「$2b+4\mathbf{-4}$」は、「$2b$」という式に見かけを変えることができます。ですから、さっきの「$a-5\mathbf{-4}=2b+4\mathbf{-4}$」という等式は、右側の見かけをわかりやすくすると、

$$a-5\mathbf{-4}=2b$$

という等式になります。

念のためもう 1 度、何が起きたか確認します。次の計算を見てください。

初めの等式　$a-5=2b\boxed{+\mathbf{4}}$

左側と右側に -4 する

$a-5-4=2b+4-4$

右側は $+4$ と -4 で 0 が出来るので右側から $+4$ と -4 は消える

最後の等式　$a-5\boxed{-\mathbf{4}}=2b$

初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め右側にいた $+4$ が符号を変え -4 になり、最後に左側へ移ったように見える

まず、初めの等式の左と右から 4 をひきました。そうしてから、右の式の見かけをマシにすると、最後には、右から +4 は無くなり、左に −4 が現れたのです。初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め右側にいた +4 が、符号を変え −4 になり、最後に左側へ移ったように見える現象が起きているのです。これも「移項」と呼ばれている現象の 1 つです。

以上 2 つの例を使って、等式の左側にいた「数」が、「符号をかえて右側に移ったりする現象」や、等式の右側にいた「数」が、「符号をかえて、左側に移ったりする現象」を見てきました。よく観察した人はもうおわかりだと思いますが、このような現象は、「数」

だけではなく「文字の入った式」でも起こるのです。ではまた例を使ってゆっくり説明することにしましょう。

例 12　$-3a-5=2b+4$ という等式をこれから変形します。ここでは、この等式の左側から「$-3a$」という「文字の入った式」がなくなるように変形しようと思います。そのためには、等式の左と右に「$3a$」という「文字の入った式」をたせばよいのです。まず、

$$-3a-5=2b+4$$

という式からスタートするのでしたね。この等式の左と右に $3a$ をたしてみます。すると、

$$-3a-5+3a=2b+4+3a$$

となりますね。ここでこの式の左側をよく見てみましょう。左側の「$-3a-5+3a$」ですが、$-3a$ と $+3a$ の所は計算することが出来ますね。もちろん 0 になります。そうすると、左の式「$-3a-5+3a$」は、「-5」という式 (というより数）に見かけを変えることができます。ですから、さっきの「$-3a-5+3a=2b+4+3a$」という等式は、左側の見かけをわかりやすくすると、

$$-5=2b+4+3a$$

という等式になります。

　ここまでの変形を振り返ってみましょう。まず、

$$-3a-5=2b+4$$

という等式があるのでした。そして、この等式の左と右に $3a$ をたしてみてから、左側をかっこう良くすると、

$$-5=2b+4+3a$$

という等式に見かけが変わりました。初めの等式と最後の等式を良く見てください。初めの等式と最後の等式だけを見比べると、初めの等式の左にあった $-3a$ が、最後には、符号（プラスとかマイナスのことですよ）を変えて $+3a$ になって、右側へ移っているでは

ありませんか。

念のためもう 1 度、何が起きたか確認します。次の計算を見てください。

初めの等式 $\boxed{-3a} - 5 = 2b + 4$

左側と右側に $+3a$ する

$$-3a - 5 + 3a = 2b + 4 + 3a$$

左側は $-3a$ と $+3a$ で 0 が出来る
ので左側から $-3a$ と $+3a$ は消える

最後の等式 $-5 = 2b + 4 \boxed{+\,3a}$

初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め左側にいた $-3a$ が
符号を変え $+3a$ になり、最後に右側へ移ったように見える

まず、初めの等式の左と右に $3a$ をたしました。そうしてから、左の式の見かけをマシにすると、最後には、左から $-3a$ は無くなり、右に $+3a$ が現れたのです。初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め左側にいた $-3a$ が、符号を変え $+3a$ になり、最後に右側へ移

ったように見える現象が起きているのです。この現象も「移項」の 1 つです。

例 13　前の例と同じ $-3a - 5 = 2b + 4$ という等式をこれから変形します。今度は、この等式の右側から「$2b + 4$」という「文字の入った式」が丸ごとなくなるように変形しようと思います。そのためにはどうすればよいと思いますか？そうです、等式の左と右から「$2b + 4$」という「文字の入った式」をひけばよいのです。では、やってみることにしましょう。

まず、

$$-3a - 5 = 2b + 4$$

という式からスタートするのでしたね。この等式の左と右から $2b + 4$ をひいてみます。すると、

$$-3a - 5 - (2b + 4) = 2b + 4 - (2b + 4)$$

となりますね。ここで、この式の右側をよく見てみましょう。右側の「$2b + 4 - (2b + 4)$」ですが、計算することが出来ますね。もちろん 0 になります。（大丈夫ですよね。わかり

ますよね。）そうすると、ですから、さっきの「$-3a-5-(2b+4)=2b+4-(2b+4)$」という等式は、右側の見かけをわかりやすくすると、

$$-3a-5-(2b+4)=0$$

という等式になります。

念のためもう 1 度、何が起きたか確認します。次の計算を見てください。

初めの等式　$-3a-5=\boxed{2b+4}$

左側と右側に $-(2b+4)$ する

$$-3a-5-(2b+4)=2b+4-(2b+4)$$

右側は 0 が出来る

最後の等式　$-3a-5\boxed{-(2b+4)}=0$

初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め右側にいた $2b+4$ が
符号を変え $-(2b+4)$ になり、最後に左側へ移ったように見える

まず、初めの等式の左と右から $2b+4$ をひきました。そうしてから、右の式の見かけをマシにすると、最後には、右から $2b+4a$ は無くなり (何もなくなるということは 0 が出来るということですよ。注意してくださいね。)、左に $-(2b+4)$ が現れたのです。初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め右側にいた $2b+4$ が、符号を変え $-(2b+4)$ になり、

最後に左側へ移ったように見える現象が起きているのです。この現象は、$2b$ と 4 という 2 つの部品がいっぺんに移動しているので、「移項」が 2 回起こったのと同じなのです。

それでは、今度はあなたにも「移項」という現象を体験してもらうことにしましょう。

問 3. 次の文の空欄に正しい数、式、言葉を書きなさい。

(1) $2x-3=4$ という等式を変形しようと思います。この等式の左側から -3 をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右に $\boxed{}$ をたせばよいですね。ですから、

$$2x-3=4$$

という式を、

$$2x-3+\boxed{}=4+\boxed{}$$

と書きかえます。この等式の左側は、数のところを計算して格好良くすると、見かけが $\boxed{}$ に変わります。ですから, この等式はさらに

$$\boxed{}=4+\boxed{}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった -3 という数は、$\boxed{}$ を変え $\boxed{}$ という数になり、右側へ移っていることがわかります。これは $\boxed{}$ と呼ばれる現象です。

(2) $2x-3=4y-1$ という等式を変形しようと思います。この等式の左側から $2x$ をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から $\boxed{}$ をひけばよいですね。ですから、

$$2x-3=4y-1$$

という式を、

$$2x-3-\boxed{}=4y-1-\boxed{}$$

と書きかえます。この等式の左側は、$2x$ と $-2x$ で $\boxed{}$ になるので、左側を格好良くすると、見かけが $\boxed{}$ に変わります。ですから, この等式はさらに

$$\boxed{}=4y-1-\boxed{}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった $2x$ は、$\boxed{}$ を変え $\boxed{}$ になり、右側へ移っていることがわかります。これは $\boxed{}$ と呼ばれる現象です。

(3) $2x+y-3=4$ という等式を変形しようと思います。この等式の左側から $y-3$ をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から $\boxed{}$ を

ひけばよいですね。ですから、

$$2x + y - 3 = 4$$

という式を、

$$2x + y - 3 - \left(\boxed{}\right) = 4 - \left(\boxed{}\right)$$

と書きかえます。この等式の左側は、$y-3$ と $-(y-3)$ で $\boxed{}$ が出来るので、左側を格好良くすると、見かけが $\boxed{}$ に変わります。ですから, この等式はさらに

$$\boxed{} = 4 - \left(\boxed{}\right)$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった $y-3$ という部分は、$\boxed{}$ を変え $\boxed{}$ というものになり、右側へ移っていることがわかります。これは y と -3 が符号を変えて同時に移ったことになるので、$\boxed{}$ と呼ばれる現象が 2 回起こったのと同じです。

(4) $2x = -4y+3$ という等式を変形しようと思います。この等式の右側から $-4y+3$ をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から $\boxed{}$ をひけばよいですね。ですから、

$$2x = -4y + 3$$

という式を、

$$2x - \left(\boxed{}\right) = -4y + 3 - \left(\boxed{}\right)$$

と書きかえます。この等式の右側は、$-4y+3$ と $-(-4y+3)$ で $\boxed{}$ が出来ます。ですから, この等式はさらに

$$2x - \left(\boxed{}\right) = \boxed{}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、右側にあった $-4y+3$ という部分は、$\boxed{}$ を変え $\boxed{}$ というものになり、右側へ移っていることがわかります。これは $-4y$ と $+3$ が符号を変えて同時に移ったことになるので、$\boxed{}$ と呼ばれる現象が 2 回起こったのと同じです。

答えを見る

問 4. $-2a+3b=2a-7$ という等式を変形しようと思います。

(1) 右側から -7 をなくすためには、左側と右側にどんなことをすればよいですか。

(2) 左側と右側に 7 をたして、この等式を変形しなさい。

(3) 初めの等式と、(2) で出来た等式を比べてください。符号を変えて、右側から左側へ移ったのは何ですか。

答えを見る

問 5. $-2a+3b-4=2a-c$ という等式を変形しようと思います。

(1) 左側から $3b$ をなくすためには、左側と右側にどんなことをすればよいですか。

(2) 左側と右側から $3b$ をひいて、この等式を変形しなさい。

(3) 初めの等式と、(2) で出来た等式を比べてください。符号を変えて、左側から右側へ移ったのは何ですか。

答えを見る

1.4 「等式を変形するときにやってもよいこと」を使いこなそう

ここでは、前の節で学習した 5 種類の「等式を変形するときにやってもよいこと」を使いこなす練習をします。5 種類の操作があるわけですが、 **どの操作をどんなときに行うの**

かということは、あなたが慎重に判断して決めなくてはなりません。どの操作をどんなときにしたほうが良いのかということは、目的によって変わるからです。ですから、これから、「目的によって 5 種類の操作を使い分ける練習」をするのです。

例題 2 $5a+3b+4=-2a+1$ という等式を変形しようと思います。左側が $3b$ だけになるように変形しなさい。

解答

この例題では、式変形の目的は「左側が $3b$ だけになるようにすること」ですね。

$5a+3b+4=-2a+1$ という等式をよく見てください。左側には $5a$ と $+3b$ と $+4$ という部品があります。左側を $3b$ だけにしたいのですから、 左側から $5a$ と $+4$ がなくなるようにすれば良いのです。というわけで、順番に 2 段階で進むことにします。

まず、左側から $5a$ をなくしましょう。

$$5a+3b+4=-2a+1$$

という等式からスタートするのでしたね。この等式の左と右から $5a$ をひきます。すると、

$$5a+3b+4-5a=-2a+1-5a$$

となりますね。次に進む前に、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は $5a$ と $-5a$ で 0 になります。(だって、$5a$ がなくなるようにたくらんだのですから。) ですから、左側の見かけをマシにすると $3b+4$ となります。いっぽう、右側ですが、$-2a$ と $-5a$ で $-7a$ になりますよね。ですから、右側の見かけをマシにすると $-7a+1$ となります。よって、さっき出来た等式は

$$3b+4=-7a+1$$

となるわけです。

では次に、左側から $+4$ をなくしましょう。そのためには、左と右から 4 をひけばよいですね。ではやってみます。さっき出来た、

$$3b + 4 = -7a + 1$$

という等式の左と右から 4 をひくと、

$$3b + 4 - 4 = -7a + 1 - 4$$

となりますね。では、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は 4 と -4 で 0 になります。（だって、4 がなくなるようにたくらんだのですから。）ですから、左側の見かけをマシにすると $3b$ となります。いっぽう右側ですが、$+1$ と -4 で -3 になりますよね。ですから、右側の見かけをマシにすると $-7a - 3$ となります。よって、さっき出来た等式は

$$3b = -7a - 3$$

となるわけです。これで目標を達成することが出来ましたね。左側が $3b$ だけになるように変形できました。

例題 3　$-2x + 5y = 4z + 2$ という等式を変形しようと思います。左側が $4z$ だけになるように変形しなさい。

解答

この例題では、式変形の目的は「左側が $4z$ だけになるようにすること」ですね。

$-2x + 5y = 4z + 2$ という等式をよく見てください。左側には $4z$ なんていう部品はありません。$4z$ という部品は右側にあるのです。それにもかかわらず、この問題は「左側が $4z$ だけになるように変形しなさい。」などということをあなたに要求しているのです。でも大丈夫です。こんなときは、最初に、この等式の左と右を入れかえてしまえば良いのです。（「等式を変形するときにやってもよいことその 1」を探してよく読んでくださいね。）ではやってみます。

$$-2x + 5y = 4z + 2$$

という等式からスタートですね。この等式の左と身後を入れかえると、

$$4z + 2 = -2x + 5y$$

となりますね。

次の段階へ進むことにしましょう。この問題の最終目標は、「左側を $4z$ だけにする」ことでした。今出来た等式の左側を良く見ると、まだ $+2$ がじゃまです。ですから、左と右から 2 をひくことにします。そうすると、

$$4z + 2 - 2 = -2x + 5y - 2$$

となりますね。では、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は $+2$ と -2 で 0 になります。（だって、$+2$ がなくなるようにたくらんだのですから。）ですから、左側の見かけをマシにすると、もちろん $4z$ となります。いっぽう、右側ですが、仲間になる部品がありません。ですから、右側の見かけはもうこれ以上マシになりません。よって、さっき出来た等式は

$$4z = -2x + 5y - 2$$

となるわけです。

これで目標を達成することが出来ましたね。左側が $4z$ だけになるように変形できました。

例題 4　$\dfrac{1}{3}a + 7 = -5$ という等式を変形しようと思います。左側が a だけになるように変形しなさい。

解答

問題文をもう 1 度よく読んでください。この例題では、式変形の目的は「左側が $\dfrac{1}{3}a$ だけになるように変形する」のではなくて、「左側が a だけになるように変形する」ということですね。つまり、$\dfrac{1}{3}a$ という部品についている $\dfrac{1}{3}$ もじゃまなのです。ですから、この問題では、「左側から 7 をなくすこと」と「$\dfrac{1}{3}a$ という部品についている $\dfrac{1}{3}$ をなくすこと」をたくらむ必要があります。 2 つのことをしなくてはならないわけですが、どちらを

先にしたほうが良いのでしょうか。どっちが良いかどっちが良いか良くわからないので、まず「左側から 7 をなくすこと」をしてから、「$\frac{1}{3}a$ という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくすこと」をしてみることにします。

まず、 左側から 7 をなくすので、左と右から 7 をひくことにします。

$$\frac{1}{3}a + 7 = -5$$

という等式からスタートでしたね。左と右から 7 をひくと、

$$\frac{1}{3}a + 7 - 7 = -5 - 7$$

となります。次に進む前に、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は $+7$ と -7 で 0 になります。(だって、$+7$ がなくなるようにたくらんだのですから。) ですから、左側の見かけをマシにすると $\frac{1}{3}a$ となります。いっぽう、右側ですが、-5 と -7 で -12 になりますよね。つまり右側の見かけをマシにすると -12 ですね。よって、さっき出来た等式は

$$\frac{1}{3}a = -12$$

となるわけです。

これで左から $+7$ がなくなりました。では次に、「$\frac{1}{3}a$ という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくすこと」にしましょう。こんなときは、左と右に 3 をかければよいのです。ではやってみます。さっきの等式

$$\frac{1}{3}a = -12$$

の左と右に 3 をかけるのですから、とりあえず、

$$3 \times \frac{1}{3}a = 3 \times (-12)$$

となります。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側をみてください。そもそも $\frac{1}{3}a$ とは $\frac{1}{3}$ と a をかけたものですね。ですから、3 と $\frac{1}{3}a$ をかけるということは、3 と $\frac{1}{3}$ と a をかけるということになります。3 つのものをかけるのですが、かけざ

んだけですからどの 2 つを先にかけても良いのでしたね。ですから、3 と $\dfrac{1}{3}$ を先にかけて 1 にしてしまいましょう。そうすると、3 と $\dfrac{1}{3}$ と a をかけたものは 1 と a をかけたものと同じということになります。1 をかけるということは、何もしないのと同じですから、結局 3 と $\dfrac{1}{3}$ と a をかけると a だけになるのです。つまり、この等式の左側は a だけになるのです。$\dfrac{1}{3}$ はなくなってくれたのです。（うまくいきましたね。）いっぽうこの等式の右側ですが、3 と -12 をかけるので -36 ですね。よって、この等式は、左と右の見かけをマシにすると、

$$a = -36$$

となるのです。これで目標を達成することが出来ました。

大切な補足

うまくいったので、これで説明をやめても良いのですが、少し気になることがあります。この問題を解くためには、「左側から 7 をなくすこと」と「$\dfrac{1}{3}a$ という部品についている $\dfrac{1}{3}$ をなくすこと」をたくらむ必要がありました。2 つ、しなくてはならないことがあるのでしたね。そして、どちらを先にしたほうが良いのか良くわからないので、まず「左側から 7 をなくすこと」をしてから、「$\dfrac{1}{3}a$ という部品についている $\dfrac{1}{3}$ をなくすこと」をしてみることにしましたね。でも、もし、「$\dfrac{1}{3}a$ という部品についている $\dfrac{1}{3}$ をなくすこと」をしてから、「左側から 7 をなくす」という方針で進んでいたらどうなっていたのでしょう。これでもうまくいくのでしょうか。気なるので考えてみましょう。

$$\frac{1}{3}a + 7 = -5$$

という等式からスタートでしたね。まず、「$\dfrac{1}{3}a$ という部品についている $\dfrac{1}{3}$ をなくす」ので、左と右に 3 をかけてみます。そうすると、とりあえず、

$$3 \times \left(\frac{1}{3}a + 7\right) = 3 \times (-5)$$

となりますね。次に進む前に、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。まず左側を良く見てみましょう。左側は、分配法則を使える形をしていますね。（覚えてま

すよね、分配法則。忘れてしまった人は、このまま先に進むと困るかもしれませんよ。復習しましょう。）左側に分配法則を使って見掛けを変えると、3 が、前から、かっこの中にいる $\dfrac{1}{3}a$ と 7 に分配されるので、見かけが $3 \times \dfrac{1}{3}a + 3 \times 7$ に変わります。これは、さらに見かけをマシにすることが出来て、$a + 21$ に変えることが出来ます。（大丈夫ですよね。もう、くどくど説明はしません。）いっぽう、右側の $3 \times (-5)$ ですが、こっれてもちろん -15 ですよね。ですから、この等式は、左と右のの見かけをマシにすると、

$$a + 21 = -15$$

となるわけです。これで、「$\dfrac{1}{3}a$ という部品についている $\dfrac{1}{3}$ をなくす」ことが出来ました。次の段階へ進みましょう。

次はたしか「左側から 7 をなくす」のでしたね。あれっ、でも、左側に 7 なんか無いではありませんか。7 の代わりに、またじゃまな 21 がいます。（そりゃあそうですよね。もともといた 7 は 3 がさっきかけられて、21 に変わっちゃったんですよね。）でもそんなことはどうでも良いのです。別に困らないのです。これから、左側にいる $+21$ をなくせば良いのですから。そのためには、この等式の左と右から 21 をひけばよいですね。そうすると、とりあえず、

$$a + 21 - 21 = -15 - 21$$

となりますね。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側では $+21$ と -21 で 0 になりますね。ですから、左側をマシにするともちろん a だけになります。（そうなるようにたくらんだのですから。）一方右側は、-15 と -21 で -36 が出来ますね。つまり、今出来た等式は、左側と右側をマシにすると、

$$a = -36$$

となります。これで目標達成ですね。この方法でもうまくいくことがわかりました。

例題 5　$5a + 3 = 18$ という等式を変形しようと思います。左側が a だけになるように変形しなさい。

解答

　$5a+3=18$ という等式を良く見てみましょう。左側には $5a$ と $+3$ があります。これを、最後には、a だけにしたいのですね。じゃまなのは、「$5a$ についている 5」と「+3」ですね。この 2 つを何とかしなくてはならないのです。では、どちらから取り組みましょうか。たぶん、どっちから取り組んでもうまく行く気がしますが、ここではまず「左側にいる +3 にいなくなってもらい」次に「$5a$ についている 5 にいなくなってもらう」という順番で考えてみることにします。

　では、まず左側にいる +3 にいなくなってもらいます。そのためには、左と右から 3 をひけばよいですね。ではやってみます。

$$5a+3=18$$

という等式からスタートでしたね。この等式の左と右から 3 をひくと、とりあえず、

$$5a+3-3=18-3$$

となりますね。次に進む前に、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は +3 と −3 で 0 になります。(だって、+3 がなくなるようにたくらんだのですから。) ですから、左側の見かけをマシにすると $5a$ となります。いっぽう、右側ですが、18 と −3 で 15 になりますよね。ですからこの等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$5a=15$$

となるわけです。

　では次に、$5a$ についている 5 にいなくなってもらいましょう。どうすればよいのかというと、例えば、左と右を 5 でわればよいのです。ではやってみます。この等式の左と右を 5 でわると、とりあえず、

$$\frac{5a}{5}=\frac{15}{5}$$

となりますね。（わりざんのマークを使う代わりに、分数の形の式にしたんですけど、大丈夫ですよね。「何これ？」なんて言ってませんよね。わからなくなっている人は、正負の数のテキスト（このシリーズの）を探して『わりざんは分数と深い関係がある話』の所を良く復習してください。）それでは、今出来た等式の、左側と右側をマシにしましょう。まず、左側を見てください。そもそも $5a$ って、5 と a をかけたものですね。そうすると、$\dfrac{5a}{5}$ って、$\dfrac{5 \times a}{5}$ のことですよね。でもこれは、小学校で学んだように、分母の 5 と分子の 5 は約分できますよね。（まあ、そうなるように、たくらんだということですが。）ですから、左側は a だけになるのです。一方右側の $\dfrac{15}{5}$ ですが、約分が出来て 3 になりますね。よって、今出来た等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$a = 3$$

となるわけです。これで目標達成ですね。

大切な補足

ところで、少し気になることがあります。この問題を解くためには、「左側から $+3$ をなくすこと」と「$5a$ という部品についている 5 をなくすこと」をたくらむ必要がありました。2 つ、しなくてはならないことがあるのでしたね。そして、どちらを先にしたほうが良いのか良くわからないので、まず「左側から $+3$ をなくすこと」をしてから、「$5a$ という部品についている 5 をなくすこと」をしてみることにしましたね。でも、もし、「$5a$ という部品についている 5 をなくすこと」をしてから、「左側から $+3$ をなくす」という方針で進んでいたらどうなっていたのでしょう。これでもうまくいくのでしょうか。あなた自身で考えてください。うまくいくのかどうかわかったら、ぜひ教えてください。

問 6.

以下の問に答えなさい。

(1) $-2a + 2 = -7$ という等式を、左側が $-2a$ だけになるように変形しなさい。

(2) $a - 5 = -3$ という等式を、左側が a だけになるように変形しなさい。

(3) $3a + 2 = -7$ という等式を、左側が a だけになるように変形しなさい。

(4) $-\dfrac{1}{2}a+2=4$ という等式を、左側が a だけになるように変形しなさい。

答えを見る

問 7. 以下の問に答えなさい。

(1) $a+2=-b-5$ という等式を、左側が b だけになるように変形しなさい。

(2) $-3x+3=-5y-7$ という等式を、左側が $-3x$ だけになるように変形しなさい。

(3) $2x+3y-1=5x+1$ という等式を、左側が $3y$ だけになるように変形しなさい。

(4) $4x+3y+2=11y-6$ という等式を、左側が x だけになるように変形しなさい。

(5) $a-\dfrac{1}{5}b=2+3a$ という等式を、左側が b だけになるように変形しなさい。

答えを見る

それでは、もう少し複雑な等式の変形を練習しましょう。

例題 6　$2a+3b-5=-a+2b-3$ という等式を変形しようと思います。左側が a だけになり、右側からは文字 a の入った部品はなくなるように変形してください。

解答

$2a+3b-5=-a+2b-3$ という等式を良く見てみましょう。左側には $2a$ と $+3b$ と -5 がいます。左側を a だけにしたいのですから, $+3b$ と -5 がじゃまですね。また、$2a$ という部品の a の前についている 2 もじゃまです。ですから、「左側から $+3b$ がなくなるようにすること」、「左側から -5 がなくなるようにすること」、「$2a$ という部品の a の前についている 2 をなくすこと」という 3 つのことをすれば良さそうです。（あなたもそう思いますか？）では、この順番でやってみることにしましょう。

まず、「左側から $+3b$ がなくなるようにすること」をします。

$$2a+3b-5=-a+2b-3$$

という等式からスタートでしたね。この等式の、左と右から。$3b$ をひきましょう。そうすると、とりあえず、

$$2a + 3b - 5 - 3b = -a + 2b - 3 - 3b$$

となりますね。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、もちろん $+3b$ と $-3b$ で 0 が出来ます。一方、右側では $+2b$ と $-3b$ で $-b$ が出来ます。ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$2a - 5 = -a - b - 3$$

となりますよね。

次は、「左側から -5 がなくなるようにすること」をします。そのためには、左と右に 5 をたせばよいですね。そうすると、とりあえず、

$$2a - 5 + 5 = -a - b - 3 + 5$$

となりますね。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、もちろん -5 と $+5$ で 0 が出来ます。一方、右側では -3 と $+5$ で $+2$ が出来ます。ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$2a = -a - b + 2$$

となりますよね。

では、最後に「$2a$ という部品の a の前についている 2 をなくすこと」をしましょう。（これでこの問題は解決ですね。）そのためには、左と右を 2 でわればよいですね。いろいろな書き表し方がありますが、ここでは、文字式を書く時の約束事に従って分数の形の式で書くことにします。そうすると、とりあえず、

$$\frac{2a}{2} = \frac{-a - b + 2}{2}$$

となりますね。では、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は分子の 2 と分母の 2 が約分できるのでいなくなります。(大丈夫ですよね。もう、こういうことは、くどくど説明

する余裕はありません。わからない人は、正負の数のテキスト（このシリーズの）を探して、『わりざんは分数と深い関係がある話』の所を良く復習してください。）ですから、左側は a だけになります。（まあ、そうなるように、左と右を 2 でわったんですよね。）いっぽう、右側ですが、特に約分できるところはありません。ですから、右側はこのままにします。というわけで、左と右の見かけをマシにすると、

$$a = \frac{-a-b+2}{2}$$

となり、この問題は解決です。

？？？？？？？？？？？？？？？？？？？？？

・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・

ここまで、がんばって読んできたあなた、本当にこの問題、解決したと思いましたか？なんか、変だと思いませんでしたか。本当はこの問題、解決していないんですよ。注意深いあなたならもうお分かりでしょう。さっき出来た等式を良く見てみましょう。左側は確かに、問題の指示通り a だけになっていますが、右側がまずいですよね。だって、右側には a の入った部品が残っているではありませんか。（右側の分子に $-a$ っていう部品残ってますよね。）問題の指示では、「右側からは文字 a の入った部品はなくなるように」って書いてありましたよね。というわけで、さっきの等式を答えにするわけにはいかないのです。実は、さっきの変形は失敗していたのです。

もう 1 度、考え直すことにしましょう。さっきは、右側に文字 a の入った部品を残してしまったからいけないのですね。今度は、このことに注意して考え直します。

$$2a + 3b - 5 = -a + 2b - 3$$

という等式からスタートでしたね。左側には $2a$ と $+3b$ と -5 がいます。左側を a だけにしたいのですから $+3b$ と -5 がじゃまですね。また、$2a$ という部品の a の前についてい

る 2 もじゃまです。また、右側からは文字 a の入った部品はなくなるようにしたいのですから、$-a$ がじゃまです。とりあえず、ここまで何とかやってみることにしましょう。そのあとのことは、またあとで考えます。

まず、「左側から $+3b$ がなくなるようにすること」をします。そのためには、この等式の、左と右から。$3b$ をひきましょう。そうすると、とりあえず、

$$2a + 3b - 5 - 3b = -a + 2b - 3 - 3b$$

となりますね。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、もちろん $+3b$ と $-3b$ で 0 が出来ます。一方、右側では $+2b$ と $-3b$ で $-b$ が出来ます。ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$2a - 5 = -a - b - 3$$

となりますよね。次は、「左側から -5 がなくなるようにすること」をします。そのためには、左と右に 5 をたせばよいですね。そうすると、とりあえず、

$$2a - 5 + 5 = -a - b - 3 + 5$$

となりますね。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、もちろん -5 と $+5$ で 0 が出来ます。一方、右側では -3 と $+5$ で $+2$ が出来ます。ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$2a = -a - b + 2$$

となりますよね。

ここまでは、さっきの失敗したやり方と同じです。でも次は違います。次は「右側から $-a$ がなくなるようにすること」をします。(「左側の $2a$ という部品の a の前についている 2 のことは後回しにするのです。) そのためには、左と右に a をたせばよいですね。そうすると、とりあえず、

$$2a + a = -a - b + 2 + a$$

となります。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、$2a$ と $+a$ で $3a$ が出来ます。一方、右側では $-a$ と $+a$ で 0 が出来ます。（そうなるようにたくらんだのでしたね。）ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$3a = -b + 2$$

さて、何とかここまでがんばってきました。あとは何をすればよいでしょうか。今出来た等式を良く見ましょう。さっき失敗したときとは違い、もう、右側に文字 a の入った部品はありません。ですから、きっとここまではうまく行っているはずです。あとは、左側を a だけにすればよいのですね。今、左側は $3a$ です。ということは、$3a$ の前についている 3 がいなくなればよいのです。そのためには、左と右を 3 でわればよいですよね。そうすると、とりあえず、

$$\frac{3a}{3} = \frac{-b+2}{3}$$

となります。あとは、この等式の左と右をマシにすれば完成ですね。左側は分子の 3 と分母の 3 が約分できるのでいなくなります。（大丈夫ですよね。もう、こういうことは、くどくど説明する余裕はありません。わからない人は、正負の数のテキスト（このシリーズの）を探して、『わりざんは分数と深い関係があるという話』の所を良く復習してください。）ですから、左側は a だけになります。（まあ、そうなるように、左と右を 3 でわったんですよね。）いっぽう、右側ですが、特に約分できるところはありません。ですから、右側はこのままにします。というわけで、左と右の見かけをマシにすると、

$$a = \frac{-b+2}{3}$$

となり、今度こそ、この問題は解決です。

問 8. 以下の問に答えなさい。

(1) $2x + y = 5$ という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形してください。

(2) $2x + y = 5$ という等式を、左側が x だけになり、右側からは文字 x の入った部品

はなくなるように変形してください。

(3) $4a + 2 = 2b - 8$ という等式を、左側が b だけになり、右側からは文字 b の入った部品はなくなるように変形してください。

(4) $-3x + 3 = -x - 1 + 8y$ という等式を、左側が x だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形してください。

(5) $-3x + 4y + 3 = -x - 1 + 8y$ という等式を、左側が x だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形してください。

(6) $-3x + 4y + 3 = -x - 1 + 8y$ という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形してください。

(7) $2(3x + 2) = 12y - 8$ という等式を、左側が x だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形してください。

(8) $2(3x + 2) = 12y - 8$ という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形してください。

(9) $a - \frac{1}{5}b = 2 + 3(a + b)$ という等式を、左側が a だけになり、右側からは文字 a の入った部品はなくなるように変形してください。

(10) $a - \frac{1}{5}b = 2 + 3(a + b)$ という等式を、左側が b だけになり、右側からは文字 b の入った部品はなくなるように変形してください。

答えを見る

第2章

方程式

2.1　そもそも方程式って何？

数学では色々な「式」が出てきます。これから「方程式（ほうていしき、と読みます)」と呼ばれている式のことを学習します。ところで、「方程式」とはいったいどんな式のことなのでしょう。「式」という言葉の前に「方程」なんて言葉がついているのですから、きっと普通の式とは違い、「何か特別な意味を持っている式」なのですね。方程式とはどんな意味を持っている式なのか、これから説明していきます。

数学では、「数」の代わりに「文字」を使うことが良くありますね。x とか y とか a とか b などの小文字のアルファベットとか、さらには X とか Y とか A とか B などの大文字のアルファベットを使ったりしますよね。これらの文字は、「数」の代わりとして使われるのでしたね。いくつか例を挙げることにしましょう。

(1) 例えば、$-3x+5y$ という「式」の中には、「x」と「y」という「文字」が使われています。もちろんこれらの文字は「数」の代わりに使われています。つまり、「いくつなのか言いたくないのだけれど、2 つの数 x と y があって、x を -3 倍した数に y を 5 倍した数をたして出来る数」を考えることにした人が「$-3x+5y$」という「式」を書くのです。

(2) (1) で、$-3x+5y$ という式のことを説明しましたが、その時、「いくつなのか言い

たくないのだけれど、2 つの数 x と y があって $\cdots$」と書きました。でも、文字を使う動機は、ほかにもあるのでしたね。「いくつなのか言いたくないから文字を使う」ばかりではなく、「いくつなのかわからないから文字を使う」ということもあるのです。そこで、次のような話を考えてみましょう。

「なぞの数があり、その数を 5 倍してからさらに 4 をひくと 11 になります。
それでは、このなぞの数っていったいいくつなのでしょう。」

さて、この話には、「いくつなのかわからない数」が出てきますね。(「なぞの数」ってやつですよ。) 数学では、このような時も文字を使うのでしたね。昔からの習慣で、なぞの数を表すとき、よく「x」という文字を使います。(別に、x でなくても何でも良いのですが、習慣でよく「x」が使われるのです。) では、ここでも、この話に出てきた「なぞの数」を x と呼ぶことにしましょう。(数の代わりに文字を使ったことになりますね。) そうすると、この話は、もう、文ではなく「式」で表すことが出来るのです。次のような、たった 1 行の式になるのです。

$$5x - 4 = 11$$

つまり、この、たった 1 行の式には「なぞの数があり、その数を 5 倍してからさらに 4 をひくと 11 になる。」という意味がこめられているのです。(これまでも詳しく学習してきたことですが、数学で使う「式」はみんな意味が込められています。どういう意味の式なのかを考えなかったり、意味を間違えたりすると大変なことになります。気をつけてくださいね。)

問 9. 次の文を式で表しなさい。文字は自分の好きな文字を使いなさい。

(1) なぞの数があり、その数を 2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、その数を -3 倍してからさらに 10 をたしてできる数は同じになる。

(2) なぞの数があり、その数を 2 乗してからさらに 6 をたしてできる数と、その数を -5 倍してできる数は同じになる。

(3) なぞの数が 2 つあり、一方の数を 2 倍してからさらに 1 をたしてできる数と、他方

の数を 5 倍してからさらに 7 をひいてできる数は同じになる。

答えを見る

では、話を先に進めることにしましょう。

この問の前まで、

$$5x - 4 = 11$$

という「式」について考えていました。この式には、文字 x が入っていますが、なぞの数（つまり、いくつなのかわからない数）なので文字を使っているのでしたね。そして、この式には「なぞの数 x があり、x を 5 倍してからさらに 4 をひくと 11 になる。なぞの数 x はいったいいくつなのか?」という意味が込められていました。つまり、この式はなぞの数を見つけようとするときに使う式なのです。このように、「なぞの数を見つけようとするときに使う式」のことを、数学では**方程式**と呼びます。

方程式とは

「なぞの数があるとします。そのなぞの数をこんなふうにして、さらにこんなふうにして $\cdots$ としてできる数と、そのなぞの数をあんなふうにして、さらにあんなふうにして $\cdots$ としてできる数が等しくなる。」ということを数式で表したものを**方程式**と呼びます。そして、このような式は、なぞの数を発見しようとするときに使うのです。

それではこれから、方程式の例をいくつかお見せしましょう。

例 14　なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x から 5 をひいたら -2 になるといいます。じゃぁ、このなぞの数 x はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$x - 5 = -2$$

という方程式を書けばよいのです。

例 15　なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x を 2 倍してからさらに 3 をたしたら

15 になるといいます。じゃぁ、このなぞの数 x はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$2x + 3 = 15$$

という方程式を書けばよいのです。

例 16　なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x を 2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、このなぞの数 x を -6 倍してからさらに -11 をひいてできる数が等しくなるといいます。じゃぁ、このなぞの数 x はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$2x + 3 = -6x - 11$$

という方程式を書けばよいのです。

例 17　なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x を 2 乗してからさらに 4 をひいてできる数と、このなぞの数 x を -6 倍してからさらに 4 をたしてできる数が等しくなるといいます。じゃぁ、このなぞの数 x はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$x^2 - 4 = -6x + 4$$

という方程式を書けばよいのです。

それでは、あなたにも「なぞの数を発見するために使う式」つまり方程式を作ってもらいましょう。次の問を考えてください。

問 10. 次の文をよく読んで、なぞの数を発見するための式（つまり方程式) を作りなさい。

(1) なぞの数 a があるとします。このなぞの数 a に 7 をたしたら -6 になるといいます。

(2) なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x を -3 倍してからさらに 5 をたしてできる数と、このなぞの数 x を -2 倍してからさらに 2 をたしてできる数が等しくなるといいます。

(3) なぞの数 b があるとします。このなぞの数 b を 2 乗してからさらに 5 をたしてできる数と、このなぞの数 b を -3 倍してからさらに 3 をたしてできる数が等しくなるといいます。

答えを見る

では話を続けます。

なぞの数は 1 つとは限りません。なぞの数が 2 つあったり、3 つあったり、4 つあったり $\cdots$ のような話だって考えることは出来るからです。それでは、なぞの数が 2 つある話も考えてみることにします。次の例を見てください。

例 18　2 つのなぞの数 x と y があるとします。このなぞの数 x を -2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、もう 1 つのなぞの数 y を 4 倍してからさらに 2 をたしてできる数が等しくなるといいます。じゃぁ、この 2 つのなぞの数 x と y はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$-2x+3=4y+2$$

という方程式を書けばよいのです。

問 11. 次の文をよく読んで、なぞの数を発見するための式（つまり方程式) を作りなさい。

(1) 2 つのなぞの数 a と b があるとします。このなぞの数 a を 2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、もう 1 つのなぞの数 b に 3 をたしてできる数は等しくなるといいます。

(2) 2 つのなぞの数 x と y があるとします。このなぞの数 x を -3 倍してからさらに、もう 1 つのなぞの数 y をひくと -5 になるといいます。

答えを見る

2.2　謎の数を発見するには（つまり方程式を解くには）

前の節では、「謎の数を見つけようとするときに使う式のことを 方程式と呼ぶ」ということを学びました。では、謎の数はどうやって見つけるのでしょうか。たとえ方程式を作ったとしても、謎の数が見つける方法が無ければ目的は達成できないですね。謎の数を見つけるために方程式は役に立つのでしょうか。これからあなたと一緒に、ゆっくり考えていくことにしましょう。

2.2.1　式の形によって、謎の数の見つけ方は違うということ

前の節で、例や問の中に、たくさんの方程式が出てきました。いくつか思い出してみましょう。例えば、例 14 から例 16 では「$x-5=-2$」、「$2x+3=15$」、「$2x+3=-6x+4$」という方程式が出てきました。また、例 17 では「$x^2-4=-6x+4$」という方程式が出てきました。これらは、謎の数が 1 つだけの方程式ですね。また、さらに例 18 では「$-2x+3=4y+2$」という方程式が現れました。これは、謎の数が 2 つある方程式ですね。このように、「方程式」とひとことで言っても色々なものがあるわけです。謎の数が 1 つのもの、2 つのもの、3 つのもの $\cdots$ などと、謎の数の個数が違っていたりするわけです。きっと、謎の数が多ければ多いほど、謎の数を見つけるのは難しくなるのでしょうね。また、謎の数が 1 つだけだとしても、式の形には違いがあるようです。さっき思い出した方程式のうち、謎の数が 1 つのものをもう 1 度ここに書いておきましょう。たしか

$$x-5=-2、\quad 2x+3=15、\quad 2x+3=-6x+4、\quad x^2-4=-6x+4$$

でしたね。さて、今ここに 4 つの方程式を書きましたが、実は、このうちの 3 つは仲間なのです。つまり、1 つだけ仲間はずれなのです。どれが仲間なのかわかりますか？式の形を良く比べてください。ほら、1 つだけ仲間はずれがいると思いませんか？少し考えてみてください。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

どれが仲間はずれかわかりましたか？では答えを教えることにしましょう。

$$x-5=-2、\quad 2x+3=15、\quad 2x+3=-6x+4 \text{ の 3 つの方程式は仲間}$$

なのです。この 3 つの方程式では、どれも「ナントカ x」という部品が入っていますが、「ナントカ x^2」という部品は入っていません。つまり「x の 1 乗」は現れているのですが、「x の 2 乗」は現れないのです。それに対して、仲間はずれの「$x^2-4=-6x+4$」という方程式では、「x の 1 乗」だけではなく「x の 2 乗」まで現れています。何乗まで出てくるのかということは方程式にとってとても重要なことなのです。昔の人たちの研究のおかげで、今では、「何乗まで出てくるかによって、謎の数を見つける方法が違う」ということがわかっています。では、仲間の 3 つの方程式と仲間はずれの方程式では、どちらが易しい方程式なのでしょうか。つまり「x の 1 乗」しか出てこない方程式と「x の 2 乗」まで出てくる方程式では、謎の数を発見するのが簡単なのはどちらなのでしょう。どう思いますか？なんとなく、「x の 1 乗」しかでてこない方程式のほうが「x の 2 乗」まで出てきちゃう方程式より簡単な気がしますよね。ですからこれからしばらくの間、「x の 1 乗」しか出てこない方程式のことを考えていくことにします。

2.2.2　「x の 1 乗」しか出てこない方程式で、謎の数を発見する方法その 1

このテキストの第 1 章で、「等式」について詳しく学習しました。ところで、「方程式」って「等式」の仲間ですよね。だって、方程式って、「謎の数をこれこれこうしたものと、あれこれああしたものが等しいんだけど、謎の数はいくつなの？」ということを考えるときに使う式ですよね。だから「方程式」は必ず、何かと何かが「=」で結ばれているはずですね。だから「等式」の仲間ですよね。というわけで、まず「等式」のおさらいをします。あなたに質問です。

質問

このテキストの第 1 章で、「等式を変形するときにやってもよいこと」を学びました。そして、やってもよいことを 5 つありましたね。では、5 つ全部言ってみて下さい。

どうですか、全部言えましたか？これから「x の 1 乗」しか出てこない方程式で謎の数を発見するということに挑戦するのですが、そのときに、「等式を変形するときにやってもよいこと」がとても重要なのです。そして実は、「等式を変形するときにやってもよいこと」さえきちんと使いこなせれば、「x の 1 乗」しか出てこない方程式では謎の数を発見することができるのです。では、念のため、5 つの、「等式を変形するときにやってもよいこと」をここに書いておきます。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 1

「=」で結ばれている 2 つのものを入れかえても、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側を入れかえて

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 2

「=」で結ばれている 2 つのもののどちらにも、同じものをたしている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側に、同じ数または式をたして、

$$\boxed{} + \boxed{} = \boxed{} + \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 3

「=」で結ばれている 2 つのもののどちらからも、同じものをひいている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側から、同じ数または式をひいて、

$$\boxed{} - \boxed{} = \boxed{} - \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 4

「=」で結ばれている 2 つのもののどちらにも、同じものをかけている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側に、同じ数または式をかけて、

$$\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{} \times \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 5

「＝」で結ばれている 2 つのもののどちらも、同じものでわる限り、相変わらず「＝」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側を、同じ数または式でわって、

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

という等式に書きかえても良いのです。ただし、「0 という数でわること」だけはやってはいけません。
（どうして 0 でわっていけないのか、あなたはもう知っていますよね。忘れてしまった人は正負の数のテキスト（このシリーズの）を探して、『$0 \div 3$ の答えは何？ $3 \div 0$ の答えは何？』の所をよく読みなおしましょう。）

それでは、おさらいはここまでにして、本題に入りましょう。

例題 7　謎の数 x があるとします。この謎の数 x から 2 をひいたら -7 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1)　もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2)　(1) で作った方程式をうまく使い、 何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

解答

もしかすると、「なーんだよ、方程式なんて難しいこと言わなくたって謎の数わかるじゃん。」て思った人いませんか。そうですよね、そのとおりですよね。謎の数から 2 をひいたら -7 になったのですから、謎の数を知りたければ -7 に 2 をたせばよいですね。全くそのとおりです。実はその考えこそ、「等式を変形をするときにやってもよいこと」の 1

つなのです。そして「等式を変形をするときにやってもよいこと」を使うということは、この考えをもっと機械的に行うということになるのです。機械的に行うわけですから、あまり頭を使わなくても謎の数が発見できることになります。

(1) 「謎の数 x から 2 をひいたら -7 になりました。」ということですから、もちろん式にすると、

$$x - 2 = -7$$

ですね。

(2) それでは、(1) で作った方程式を使って、謎の数を発見しましょう。そのために、「等式を変形するときにやってもよいこと」を利用しましょう。まず、

$$x - 2 = -7$$

という等式からスタートしますよね。ではここで、謎の数を発見するためのとても大切な考え方をあなたに教えます。それは

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良い

ということです。この考えをしっかり頭に入れておいてください。

それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側には x と -2 がいますね。ということは、-2 がじゃまです。また、右側はもともと、x の入った部品はありません。 というわけで、この等式の左側から -2 をなくすために、この等式の左と右に 2 をたす事にします。そうするととりあえず、

$$x - 2 + 2 = -7 + 2$$

となりますね。それではこの等式の左側と右側の見かけをマシにしましょう。左側では、もちろん -2 と 2 で 0 ができます。ですから、左側は x だけになります。一

方右側は -7 と $+2$ で -5 ができます。ですから、今できた等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$x = -5$$

となりますね。これで目的は達成できました。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなった**のです。ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は -5 だよ。」っていう意味ですよね。

問 12. 次の文の空欄に、正しい数、式、言葉を書きなさい。

謎の数 x があるとします。この謎の数 x に 3 をたしたら 14 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。謎の数 x に 3 をたしたら 14 になるということを式で表すと、

$$\boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

となります。(このような、謎の数を発見するための式は、$\boxed{}$ と呼ばれるのでしたね。)

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が $\boxed{}$ だけになり、右側からは $\boxed{}$ が入ったものがなくなるようにすれば良いのですから、今の場合、この式の左側と、右側から $\boxed{}$ をひけばよいわけです。そうすると、とりあえず、

$$x + 3 - \boxed{} = 14 - \boxed{}$$

となるわけです。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側は x だけになり、右側は $\boxed{}$ になりますね。ですから、今できた等式の左側と右側をマシにすると、

$$x = \boxed{}$$

となりますね。これで、目標は達成できました。等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。ですから、謎の数 x は発見できたことになります。なぜかというと、最後にできた等式は「謎の数 x は $\boxed{}$ だよ。」という意味だからです。

答えを見る

問 13. 謎の数 x があるとします。この謎の数 x に 5 をたしたら -3 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、 何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

答えを見る

例題 8　謎の数 x があるとします。この謎の数 x を 3 でわったら -7 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、 何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

解答

もしかすると、「なーんだよ、方程式なんて難しいこと言わなくたって、謎の数わかるじゃん。」て思った人いませんか。そうですよね、そのとおりですよね。謎の数を 3 でわったら -7 になったのですから、謎の数を知りたければ、-7 に 3 をかければよいですね。全くそのとおりです。実はその考えこそ、「等式を変形をするときにやってもよいこと」の 1 つなのです。そして「等式を変形をするときにやってもよいこと」を使うということは、この考えをもっと機械的に行うということになるのです。機械的に行うわけですから、あまり頭を使わなくても謎の数が発見できることになります。

(1) 「謎の数 x を 3 でわったら -7 になりました。」ということですから、もちろん式にすると、

$$\frac{x}{3} = -7$$

ですね。

(2) それでは、 (1) で作った方程式を使って、謎の数を発見しましょう。そのために、

「等式を変形するときにやってもよいこと」を利用しましょう。まず、

$$\frac{x}{3} = -7$$

という等式からスタートしますよね。例題 7 をしっかり学んだ人はもうお分かりだと思いますが、**謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良い**のですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側の $\frac{x}{3}$ という部品の分母に付いている 3 がじゃまですね。また、右側はもともと、x の入った部品はありません。 というわけで、この等式の左側から 3 をなくすために、この等式の左と右に 3 をかける事にします。そうすると、とりあえず、

$$\frac{x}{3} \times 3 = -7 \times 3$$

となりますね。それでは、この等式の左側と右側の見かけをマシにしましょう。左側では、もちろん、$\frac{x}{3}$ の分母についている 3 と、今かけた 3 は約分できるので 1 ができます。（そうなるように、たくらんでいたのですよね。）ですから左側は x だけになります。一方右側は -7 と 3 をかけるので -21 ができます。ですから、今できた等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$x = -21$$

となりますね。これで目的は達成できました。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は -21 だよ」っていう意味ですよね。

問 14. 次の文の空欄に、正しい数、式、言葉を書きなさい。

謎の数 x があるとします。この謎の数 x を 5 でわったら -6 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。謎の数 x を 5 でわったら -6 になるということを、

式で表すと、

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

となります。（このような、謎の数を発見するための式は $\boxed{}$ と呼ばれるのでしたね。）

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が $\boxed{}$ だけになり、右側からは $\boxed{}$ が入ったものがなくなるようにすれば良いのですから、今の場合、この式の左側と、右側に $\boxed{}$ をかければよいわけです。そうすると、とりあえず、

$$\frac{x}{5} \times \boxed{} = -6 \times \boxed{}$$

となるわけです。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側は $\frac{x}{5}$ の分母にある 5 と、今かけた $\boxed{}$ を約分すると $\boxed{}$ ができるので、左側は x だけになります。一方、右側は $\boxed{}$ になりますね。ですから、今できた等式の左側と右側をマシにすると、

$$x = \boxed{}$$

となりますね。これで、目標は達成できました。等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。ですから、謎の数 x は発見できたことになります。なぜかというと、最後にできた等式は「謎の数 x は $\boxed{}$ だよ。」という意味だからです。

答えを見る

問 15.　謎の数 x があるとします。この謎の数 x を 8 でわったら $-\frac{3}{4}$ になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

答えを見る

例題 9　謎の数 x があるとします。この謎の数 x に -3 をかけたら -18 になるそうです。

では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、 何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

解答

もしかすると、「なーんだよ、方程式なんて難しいこと言わなくたって、謎の数わかるじゃん。」て思った人いませんか。そうですよね、そのとおりですよね。謎の数に -3 をかけたら、-18 になったのですから、謎の数を知りたければ、-18 を -3 でわればよいですね。全くそのとおりです。実は、その考えこそ、「等式を変形をするときにやってもよいこと」の 1 つなのです。そして「等式を変形をするときにやってもよいこと」を使うということは、この考えをもっと機械的に行うということになるのです。機械的に行うわけですから、あまり頭を使わなくても謎の数が発見できることになります。

(1) 「謎の数 x に -3 をかけたら -18 になりました。」ということですから、もちろん式にすると、

$$-3x = -18$$

ですね。

(2) それでは、(1) で作った方程式を使って謎の数を発見しましょう。そのために、「等式を変形するときにやってもよいこと」を利用しましょう。まず、

$$-3x = -18$$

という等式からスタートしますよね。もうお分かりだと思いますが、**謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良い**のですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側の $-3x$ という部品の x の前に付いている -3 がじゃまですね。また、右側はもともと、x の入った部品はありません。 というわけで、この等式の左側から -3 をなくすために、この等式の左と右を -3 でわる事にします。そうする

と、とりあえず、

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-18}{-3}$$

となりますね。それでは、この等式の左側と右側の見かけをマシにしましょう。左側では、もちろん、分子の $-3x$ についている -3 と、分母の -3 は約分できるので 1 ができます。（そうなるように、たくらんでいたのですよね。）ですから、左側は x だけになります。一方右側は -18 と -3 を約分して 6 ができます。ですから、今できた等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$x = 6$$

となりますね。これで目的は達成できました。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は 6 だよ」っていう意味ですよね。

問 16. 次の文の空欄に、正しい数、式、言葉を書きなさい。

謎の数 x があるとします。この謎の数 x に 5 をかけたら -20 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。謎の数 x に 5 をかけたら -20 になるということを、式で表すと、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

となります。（このような、謎の数を発見するための式は $\boxed{}$ と呼ばれるのでしたね。）

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が $\boxed{}$ だけになり、右側からは $\boxed{}$ が入ったものがなくなるようにすれば良いのですから、今の場合、この式の左側と、右側を $\boxed{}$ でわればよいわけです。そうすると、とりあえず、

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{-20}{\boxed{}}$$

となるわけです。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側は分子にある

$5x$ という部品の、x の前についている 5 と、分母にある $\boxed{}$ を約分すると $\boxed{}$ ができるので、左側は x だけになります。一方、右側は $\boxed{}$ になりますね。ですから、今できた等式の左側と右側をマシにすると、

$$x = \boxed{}$$

となりますね。これで、目標は達成できました。等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。ですから、謎の数 x は発見できたことになります。なぜかというと、最後にできた等式は「謎の数 x は $\boxed{}$ だよ。」という意味だからです。

答えを見る

問 17. 謎の数 x があるとします。この謎の数 x に -8 をかけたら $\dfrac{16}{3}$ になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、 何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

答えを見る

2.2.3　「方程式の解」という言葉の意味

これからさらに、謎の数を発見する方法について学ぶのですが、先へ進む前にあなたに数学で使う専門用語を教えておきます。

方程式は謎の数を発見するために作るのでしたね。そして「等式の変形をするときにやってもよいこと」をうまく使って方程式を変形していくと、最後に謎の数が発見できるのでした。実は数学では、「謎の数の正体」のことを**方程式の解**と呼んでいます。また、「謎の数を発見する」ことを**方程式を解く**と言っています。それでは次の 2 つの例題で、「方程式の解」という言葉と「方程式を解く」という言い回しに慣れることにしましょう。

例題 10　$3x = 24$ という方程式を解きなさい。

解答

「方程式を解きなさい」なんて書いてありますねぇ。これは、さっき説明したように「謎の数 x を発見しなさい」という意味ですよね。つまり、この問題は、

「謎の数 x があるんだけど、その謎の数 x を 3 倍すると 24 になるんだって。それではあなた、謎の数 x っていくつなのか発見してみてね。」

といっているのですね。では、発見にとりかかりましょう。

$$3x = 24$$

という方程式からスタートですね。この等式の左と右を 3 でわることにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$$

となります。左側と、右側の見かけをマシにすると、

$$x = 8$$

となりますね。これで、謎の数 x の正体がわかりました。x は 8 ということです。たしか、謎の数の正体のことを「解」と呼ぶのですね。ですから、少しかっこうつけて数学っぽく答えるときは、

「この方程式の解は、$x = 8$ です」

と答えればよいのです。

例題 11　$x + 7 = 5$ という方程式の解を求めなさい。

解答

「方程式の解を求めなさい」なんて書いてありますねぇ。「方程式の解」っていうのは、「謎の数の正体」のことでしたから、これは、さっき説明したように「謎の数 x を発見しなさい」という意味ですよね。つまり、この問題は、

「謎の数 x があるんだけど、その謎の数 x に 7 をたすと 5 になるんだって。それではあなた、謎の数 x っていくつなのか発見してみてね。」

といっているのですね。では、発見にとりかかりましょう。

$$x + 7 = 5$$

という方程式からスタートですね。この等式の左と右をから 7 をひくことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$x + 7 - 7 = 5 - 7$$

となります。左側と、右側の見かけをマシにすると、

$$x = -2$$

となりますね。これで、謎の数 x の正体がわかりました。x は -2 ということです。たしか、謎の数の正体のことを「解」と呼ぶのですね。ですから、少しかっこうつけて数学っぽく答えるときは、

「この方程式の解は、$x = -2$ です」

と答えればよいのです。

2.2.4 「x の 1 乗」しか出てこない方程式で、謎の数を発見する方法その 2

ここから式の形が少し複雑な方程式を解く練習をします。少し複雑と言っても、「x の 1 乗」しか出てこない方程式を練習することに変わりないので、「等式の変形をするときにやってもよいこと」をうまく使いこなせれば良いのです。それでは挑戦していくことにしましょう。

例題 12　謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に -3 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」と、「この謎の数 x に 5 をかけてからさらに 14 をひいてできる数」は等しく

なるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

解答

(1) 「謎の数 x に -3 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」を式にすると、

$$-3x+2$$

ですね。また、「謎の数 x に 5 をかけてからさらに 14 をひいてできる数」を式にすると、

$$5x-14$$

ですね。問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$-3x+2=5x-14$$

という方程式を作ればよいですね。

(2) それでは、(1) で作った方程式を使って、謎の数を発見しましょう。そのために、「等式を変形するときにやってもよいこと」を利用しましょう。まず、

$$-3x+2=5x-14$$

という等式からスタートしますよね。謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良いのですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側には $-3x$ と $+2$ という部品があります。そうすると、とにかく $+2$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右から 2 をひくことにします。そうすると、とりあえず、

$$-3x+2-2=5x-14-2$$

となりますね。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $-3x$ だけになりますね。右側は、-14 と -2 の所が計算できるので $5x-16$ となりますね。ですから、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$-3x = 5x - 16$$

となるわけです。これで、左側にいた $+2$ はいなくなりました。

では、次に進みます。今できた等式を良く見ると右側に $5x$ という部品が残っています。右側からは x の入っている部品はなくなってほしいのですから、左と右から $5x$ をひくことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$-3x - 5x = 5x - 16 - 5x$$

となります。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $-3x$ と $-5x$ で $-8x$ ができます。右側は、5 x と $-5x$ の所が計算できるので 0 ができます。（まあ、そうなるようにたくらんだということですね。）ですから、右側は -16 だけになります。よって、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$-8x = -16$$

となるわけです。これで、左側にいた $5x$ はいなくなりました。

次に進む前に、ここでもう 1 度、念のため、式変形の目標を思い出して起きましょう。たしか、。謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良いのでしたね。それでは、今できた等式をを良く見てみましょう。左側は $-8x$ という部品ですね。ということは、x の前についている -8 がじゃまです。右側には、もう、x の入っている部品はありません（右側は、目標達成ですね）。ですから、左側の $-8x$ で、x の前についている -8 をなくすために、等式の左と右を -8 でわることにしましょう。そうする

と、とりあえず、

$$\frac{-8x}{-8} = \frac{-16}{-8}$$

となります。では、この等式の左側と右側の見かけをマシにしましょう。左側では、もちろん、分子の $-8x$ についている -8 と、分子の -8 は約分できるので 1 ができます。（そうなるように、たくらんでいたのですよね。）ですから、左側は x だけになります。一方右側は -16 と -8 を約分して 2 ができます。ですから、今できた等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$x = 2$$

となりますね。これで目的は達成できました。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は 2 だよ」っていう意味ですよね。

問 18. 次の文の空欄に、正しい数、式、言葉を書きなさい。

謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 7 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」と、「この謎の数 x に -5 をかけてからさらに 22 をひいてできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

「謎の数 x に 7 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」を式にすると、

$$\boxed{} + \boxed{}$$

ですね。また、「謎の数 x に -5 をかけてからさらに 22 をひいてできる数」を式にすると、

$$-5x - 22$$

ですね。問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という方程式を作ればよいですね。 それでは、今作った方程式を使って、謎の数を発見しましょう。そのために、「等式を変形するときにやってもよいこと」を利用しましょう。もちろん、

$$7x + 2 = -5x - 22$$

という等式からスタートしますよね。謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が $\boxed{}$ だけになり、右側からは $\boxed{}$ が入ったものがなくなるようにすれば良いのですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側には $7x$ と $+2$ という部品があります。そうすると、とにかく $+2$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右から 2 をひくことにします。そうすると、とりあえず、

$$7x + 2 - \boxed{} = -5x - 22 - \boxed{}$$

となりますね。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{}$ だけになりますね。右側は、-22 と $\boxed{}$ の所が計算できるので $-5x - \boxed{}$ となりますね。ですから、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$7x = -5x - 24$$

となるわけです。これで、左側にいた $+2$ はいなくなりました。

　では、次に進みます。今できた等式を良く見ると右側に $-5x$ という部品が残っています。右側からは x の入っている部品はなくなってほしいのですから、左と右に $\boxed{}$ をたすことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$7x + \boxed{} = 5x - 24 + \boxed{}$$

となります。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $7x$ と $\boxed{}$ で $\boxed{}$ ができます。右側は、$-5x$ と $+5x$ の所が計算できるので 0 ができます。（まあ、そうなるようにたくらんだということですね。）ですから、右側は -24 だけにな

ります。よって、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$12x = \boxed{}$$

となるわけです。これで、右側にいた $-5x$ はいなくなりました。

次に進む前に、ここでもう 1 度、念のため、式変形の目標を思い出して起きましょう。たしか、。**謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良い**のでしたね。それでは、今できた等式をを良く見てみましょう。左側は $12x$ という部品ですね。ということは、x の前についている 12 がじゃまです。右側には、もう、x の入っている部品はありません（右側は、目標達成ですね）。ですから、左側の $12x$ で、x の前についている 12 をなくすために、等式の左と右を $\boxed{}$ でわることにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$\frac{12x}{\boxed{}} = \frac{-24}{\boxed{}}$$

となります。では、この等式の左側と右側の見かけをマシにしましょう。左側では、もちろん、分子の $12x$ についている 12 と、分母の $\boxed{}$ は約分できるので 1 ができます。（そうなるように、たくらんでいたのですよね。）ですから、左側は x だけになります。一方右側は -24 と $\boxed{}$ を約分して $\boxed{}$ ができます。ですから、今できた等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$x = \boxed{}$$

となりますね。これで目的は達成できました。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は $\boxed{}$ だよ」っていう意味ですよね。　答えを見る

問 19. 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 4 をかけてからさらに 7 をひいてできる数」と、「この謎の数 x に 7 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、

つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

答えを見る

例題 13　謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 4 をたしてからさらに 2 をかけてできる数」と、「この謎の数 x に 7 をかけてからさらに 12 をひいてできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

解答

(1) 「謎の数 x に 4 をたしてからさらに 2 をかけてできる数」を式にしてみます。まず、謎の数 x に 4 をたした物を作ると、$x+4$ ですよね。そして、これに 2 をかけるのですから、

$$2(x+4)$$

となりますよね。（大丈夫ですか？ $x+4$ は、かっこで囲まなくてはならないのですよ。大丈夫ですよね。また、$x+4$ に 2 をかけるのですが、2 は前からかけても後ろからかけても同じなので、前からかけておきました。）また、「謎の数 x に 7 をかけてからさらに 12 をひいてできる数」を式にすると、

$$7x-12$$

ですね。問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$2(x+4)=7x-12$$

という方程式を作ればよいですね。

(2) それでは、(1) で作った方程式を使って、謎の数を発見しましょう。そのために、「等式を変形するときにやってもよいこと」を利用しましょう。まず、

$$2(x+4)=7x-12$$

という等式からスタートしますよね。**謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良い**のですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側には x の入った部品があります。$(x+4)$ というひとかたまりのものがありますね。そして、x はかっこの中にありますね。そうすると、このかたまりの中から、とにかく x を取り出す必要があるようです。つまり、かっこで囲まれてかっこの中でくっついている x と $+4$ を切り離す必要があるということです。というわけで、この等式の左と右に何かをする前に（つまり、「等式を変形するときにやってもよいこと」をする前に）、左側でかっこをはずし、左側の見かけをマシにしましょう。そのためには、分配法則が役にたちますよね。（ちゃんと覚えていますか？分配法則。ここでは、復習している暇はありません。忘れたしまった人は、正負の数のテキスト（このシリーズの）や、文字式のテキスト（このシリーズの）を自分で読み直してください。）分配法則を使うと、左側は $2x+8$ ですよね。これで、左側の見かけはマシになりました。また、右側は、とりあえずそのままにしておくことにしましょう。ですから、この等式は見かけをマシにすると、

$$2x+8=7x-12$$

となるわけです。これで、左側から、かっこはなくなり、x を分離することができました。

では、次に進みましょう。今できた等式を良く見てください。この等式は、前の例題で学んだものとそっくりな形をしていますね。あなたは、前の例題はきちんと学習していますよね。ですから、ここから先は、くどい説明はやめておきましょう。

この等式の左側では $+8$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右から 8 をひきます。すると、とりあえず、

$$2x + 8 - 8 = 7x - 12 - 8$$

となりますね。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $2x$ だけになりますね。右側は、$7x - 20$ となりますね。ですから、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$2x = 7x - 20$$

となるわけです。これで、左側にいた $+8$ はいなくなりました。

では、次に進みます。今できた等式を良く見ると右側に $7x$ という部品が残っています。右側からは x の入っている部品はなくなってほしいのですから、左と右から $7x$ をひくことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$2x - 7x = 7x - 20 - 7x$$

となります。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $-5x$ ができます。右側は、-20 ができます。よって、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$-5x = -20$$

となるわけです。これで、左側にいた $7x$ はいなくなりました。

それでは、今できた等式をを良く見てみましょう。左側は $-5x$ という部品ですね。ということは、x の前についている -5 がじゃまです。右側には、もう、x の入っている部品はありません（右側は、目標達成ですね）。ですから、等式の左と右を -5 でわることにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-20}{-5}$$

となります。では、この等式の左側と右側の見かけをマシにしましょう。左側は x

だけになります。一方右側は 4 ができます。ですから、今できた等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$x = 2$$

となりますね。これで目的は達成できました。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は 4 だよ」っていう意味ですよね。

問 20. 次の文の空欄に、正しい数、式、言葉を書きなさい。

謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 3 をたしてからさらに -4 をかけてできる数」と、「6 からこの謎の数 x をひいたものにさらに 5 をかけてできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

「謎の数 x に 3 をたしてからさらに -4 をかけてできる数」を式にしてみると、

$$\boxed{}$$

ですよね。また、「6 からこの謎の数 x をひいたものにさらに 5 をかけてできる数」を式にすると、

$$\boxed{}$$

ですね。問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$-4(x+3) = \boxed{}$$

という方程式を作ればよいですね。

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良いのですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側には x の入った部品があります。$(x+3)$ というひとかたまりのものがありますね。そして、x はかっこの中にありますね。そうすると、このかたまりの中から、とにかく x を取り出す必要があるようです。つまり、x とくっついている $+3$ を切り離す必要があるということです。かっこがある限り、x と $+3$ はくっついたままなのですか

ら。ですから、この等式の左と右に何かをする前に（つまり、「等式を変形するときにやってもよいこと」をする前に)、左側でかっこをはずし、左側の見かけをマシにしましょう。そのためには、分配法則が役にたちますよね。分配法則を使うと、左側は $\boxed{\qquad\quad}$ となりますね。これで、左側の見かけはマシになりました。また、右側も、かっこのついたかたまりの中に x が入っていますね。ですから、右側も、分配法則を使って、かっこをはずしましょう。そうすると、右側の見かけは $\boxed{\qquad\quad}$ となります。これで、右側の見かけもマシになりました。というわけで、この等式は、

$$\boxed{\qquad\quad} = 30 - 5x$$

となるわけです。

では、次に進みましょう。この等式の左側では $\boxed{\qquad}$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右に $\boxed{\quad}$ をたします。すると、とりあえず、

$$-4x - 12 + \boxed{\quad} = 30 - 5x + \boxed{\quad}$$

となりますね。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{\quad}$ だけになりますね。右側は、$42 - \boxed{\quad}$ となりますね。ですから、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$-4x = \boxed{\qquad\quad}$$

となるわけです。これで、左側にいた -12 はいなくなりました。

では、次に進みます。今できた等式を良く見ると右側に $-5x$ という部品が残っています。右側からは x の入っている部品はなくなってほしいのですから、左と右に $\boxed{\quad}$ をたすことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$-4x + \boxed{\quad} = 42 - 5x + \boxed{\quad}$$

となります。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{}$ ができます。右側は、$\boxed{}$ ができます。よって、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$x = \boxed{}$$

となるわけです。これで、右側にいた $-5x$ はいなくなりました。

それでは、今できた等式をを良く見てみましょう。これで目的は達成できていますね。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は $\boxed{}$ だよ」っていう意味ですよね。

答えを見る

問 21. 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 4 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」と、「この謎の数 x に 5 をたしてからさらに 2 をかけてできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、 何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

答えを見る

例題 14　謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に $\dfrac{2}{3}$ をかけてからさらに 2 をたしてできる数」と、「この謎の数 x から 7 をひいたものをさらに 4 でわってできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、 何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

解答

(1) 「謎の数 x に $\dfrac{2}{3}$ をかけてからさらに 2 をたしてできる数」を式にしてみると、

$$\frac{2}{3}x+2$$

となりますよね。

また、「謎の数 x から 7 をひいたものをさらに 4 でわってできる数」を式にすると、

$$\frac{x-7}{4}$$

ですね。（大丈夫ですよね。まず、謎の数 x から 7 をひいたものを作ると、$x-7$ ができて、これをさらに 4 でわるから $\dfrac{x-7}{4}$ になるのですよ。）

問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$\frac{2}{3}x+2=\frac{x-7}{4}$$

という方程式を作ればよいですね。

(2) それでは、 (1) で作った方程式を使って、謎の数を発見しましょう。そのために、「等式を変形するときにやってもよいこと」を利用しましょう。まず、

$$\frac{2}{3}x+2=\frac{x-7}{4}$$

という等式からスタートしますよね。**謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良い**のですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側には $\dfrac{2}{3}x$ という部品と $+2$ という部品があります。ですから、ととりあえず、$+2$ がじゃまですね。いつもだったら、この等式の左と右から 2 をひくところですね。でもちょっと待ってください。$\dfrac{2}{3}x$ という部品で、x の前についている $\dfrac{2}{3}$ もじゃまですよね。それから、この等式の右側は、分数の形をした式で、分母の 4 がじゃまな感じがしますね。うーん、左側にも右側にも分数があってじゃまな感じがするのか。どう

しましょうか。あっ、そうだ、良いことを思いつきました。まず、この等式の左と右に 12 をかけてしまいましょう。そうすると、とても良いことが起きるのです。あなたもそう思いませんか？ではやってみます。左と右に 12 をかけると、とりあえず、

$$\left(\frac{2}{3}x+2\right)\times 12=\frac{x-7}{4}\times 12$$

ってなりますね。次へ進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は分配法則を使える形をしています。左側の $\left(\dfrac{2}{3}x+2\right)\times 12$ に分配法則を使うと $\dfrac{2}{3}x\times 12+2\times 12$ となりますよね。これは、もう少し見かけをマシにすると、$8x+24$ となりますね。（大丈夫ですよね。$\dfrac{2}{3}x$ と 12 をかけるとき、$\dfrac{2}{3}$ という分数の分母の 3 と今かけた 12 は約分できますね。そうすると $8x$ ができるんですよ。）いっぽう、右側では、$\dfrac{x-7}{4}$ と 12 をかけるときに $\dfrac{x-7}{4}$ の分母の 4 と 12 が約分できて 3 ができますね。そうするとさっきできた等式は、左側と右側をマシにすると、

$$8x+24=(x-7)\times 3$$

となりますよね。（大丈夫ですか？ $x-7$ はかたまりなので、かっこをつけておくのですよ。）

あっ、次へ進む前にまだやることがあります。この等式の右側って、まだマシになりますよね。だって右側は分配法則を使える形をしているのですから。というわけで、右側の $(x-7)\times 3$ に分配法則を使うと $x\times 3-7\times 3$ となるわけですが、掛け算のところを計算してしまうと、これって $3x-21$ ですよね。つまり、さっきの等式はさらに見かけをマシにすることができて、

$$8x+24=3x-21$$

となるわけです。ほら、左と右に 12 をかけると、分数の形をしているものがなくなったでしょ。えー、何で「12」なのかですって？そりゃぁ、最初の等式で、分数の形をしている部品の所では、分母に 3 と 4 があったからですよ。12 をかければ、

3 も 4 もいなくなりますよね。

では、今度こそ、次に進みましょう。あー、でも、ここまでくると、前の前の例題と同じようなものですね。きっとあなたは、前の前の例題はきちんとわかっているはずですから、ここからはあっさり説明しますね。

次は、左と右から 24 をひきます。そうすると、とりあえず、

$$8x + 24 - 24 = 3x - 21 - 24$$

となります。この等式の左と右をマシにすると、

$$8x = 3x - 45$$

となりますね。

次は、左と右から $3x$ をひきます。そうすると、とりあえず、

$$8x - 3x = 3x - 45 - 3x$$

となります。この等式の左と右をマシにすると、

$$5x = -45$$

となりますね。

次は、左と右を 5 でわります。そうすると、とりあえず、

$$\frac{5x}{5} = \frac{-45}{5}$$

となります。この等式の左と右をマシにすると、

$$x = -9$$

となりますね。

これで目的は達成できました。等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は -9 だよ」っていう意味ですよね。

問 22. 次の文の空欄に、正しい数、式、言葉を書きなさい。

謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 3 をたしてからさらに 6 でわってできる数」と、「この謎の数 x を 2 倍してから 4 をひいた数を作り、それをさらに 3 でわってできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

「謎の数 x に 3 をたしてからさらに 6 でわってできる数」を式にしてみると、

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

ですよね。

また、「謎の数 x を 2 倍してから 4 をひいた数を作り、それをさらに 3 でわってできる数」を式にすると、

$$\frac{2x-4}{\boxed{}}$$

ですね。問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$\frac{x+3}{6} = \boxed{}$$

という方程式を作ればよいですね。

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良いのですね。

うーん、左側にも右側にも分数があってじゃまな感じがします。。そうだ、良いことを思いつきました。まず、この等式の左と右に $\boxed{}$ をかけてしまいましょう。そうすると、とても良いことが起きるのです。あなたもそう思いませんか？ではやってみます。左と右に $\boxed{}$ をかけると、とりあえず、

$$\frac{x+3}{6} \times \boxed{} = \frac{2x-4}{\boxed{}} \times \boxed{}$$

となりますね。それでは、次へ行く前に今できた等式の左側と右側をマシにしましょう。左側では $\dfrac{x+3}{6}$ の分母にある 6 と今かけた $\boxed{}$ が約分できるので左側は $\boxed{}$ となりますね。一方、右側は、$\dfrac{2x-4}{\boxed{}}$ の分母にある $\boxed{}$ と今かけた $\boxed{}$ が約分できて $(2x-4)\times\boxed{}$ となりますが、これはさらに分配法則を使うと $4x-\boxed{}$ となります。ですから、さっきできた等式の左側と右側をマシにすると、

$$x+\boxed{}=4x-8$$

となるわけです。

では、次に進みましょう。この等式の左側では $\boxed{}$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右から $\boxed{}$ をひきます。すると、とりあえず、

$$x+\boxed{}-\boxed{}=4x-8-\boxed{}$$

となりますね。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{}$ だけになりますね。右側は、$4x-\boxed{}$ となりますね。ですから、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$x=\boxed{}$$

となるわけです。これで、左側にいた $+3$ はいなくなりました。

では、次に進みます。今できた等式を良く見ると右側に $4x$ という部品が残っています。右側からは x の入っている部品はなくなってほしいのですから、左と右から $\boxed{}$ をひくことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$x-\boxed{}=4x-\boxed{}-4x$$

となります。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{}$ ができます。右側は、$\boxed{}$ ができます。よって、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$-3x=\boxed{}$$

となるわけです。これで、右側にいた $4x$ はいなくなりました。

次に進みます。この等式の左側では $-3x$ という部品の x の前についている $\boxed{}$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右を $\boxed{}$ でわります。すると、とりあえず、

$$\frac{-3x}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

となりますね。この等式の左と右をマシにすると、

$$x = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

となります。

それでは、今できた等式をを良く見てみましょう。これで目的は達成できていますね。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は $\boxed{}$ だよ」っていう意味ですよね。

答えを見る

問 23. 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 9 をたしたものをさらに 2 でわってできる数」と「この謎の数 x に $\frac{1}{5}$ をかけてからさらに 3 をたしてできる数」と、は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

(1) もう 1 度、問題文をよく読んでください。そして、謎の数 x を発見するための式、つまり方程式を作ってください。

(2) (1) で作った方程式をうまく使い、 何とかして、謎の数 x を発見して下さい。

答えを見る

ここまで、「式の形がやや複雑な、x の 1 乗しか出てこない方程式をどうやって解いたらよいのか」ということについて、いくつかお手本をお見せしました。これまで一生懸命自分の頭を使って考え、きちんと説明を読み、問を考えた人はもうおわかりだと思いますが、ポイントをまとめておきます。

x の 1 乗しか出てこない方程式を解くときのポイント

- 「等式の変形をするときにやってもよいこと」をうまく使って、変形していきます。とにかく、最終目標は、**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすること**です。どんな場面で、どの式変形をするのかということは、式の形を見てあなたが判断するしかありません。良く練習して、上手に判断できるようにしておきましょう。
- 「式の形がやや複雑な、x の 1 乗しか出てこない方程式」では、「等式の変形をするときにやってもよいこと」を何回か繰り返し行う必要があります。「等式の変形をするときにやってもよいこと」をしてできた等式は、必ず、左側と右側の見かけをマシにしてから、次の「等式の変形をするときにやってもよいこと」を行うようにします。
- 「かっこ」のある方程式では、分配法則を使って、式の形をマシにしてから、「等式の変形をするときにやってもよいこと」を行うようにすると、うまく行くことが多いようです。
- 「分数の形をしている部品」の入っている方程式では、分母がいくつなのか良く見てから、等式の左と右に「うまい数」をかけて変形すると、うまく行くことが多いようです。

それでは、これからあなたに、練習してもらうことにしましょう。色々な形をしている方程式が出てきます。どうやって解いたらよいのか、自分の頭で良く考えてください。

問 24. 次の式はどれも謎の数 x を発見するための等式です。(つまり方程式です。)「等式の変形をするときにやってもよいこと」をうまく使って等式を変形し、謎の数 x を発見してください。

(1) $3x = -12$　　(2) $24 = -2x$

(3) $\dfrac{6}{5}x = 12$　　(4) $-7x - 6 = 8$

(5) $7-3x=-14$

(6) $3x-8=2x+5$

(7) $x-12=-4-3x$

(8) $8x-60=7x+90$

(9) $5+6x=12x-11$

(10) $5x-480=480+11x$

(11) $-23+6x=9x-23$

(12) $5+9x=21-5x$

答えを見る

問 25. 次の式はどれも謎の数 x を発見するための等式です。(つまり方程式です。)「等式の変形をするときにやってもよいこと」をうまく使って等式を変形し、謎の数 x を発見してください。

(1) $2(x+3)=x-12$

(2) $3x-5=2(x-5)$

(3) $5(x-7)=3(5-x)$

(4) $70-3(x+4)=110$

(5) $0.7x+4=0.3x+1.2$

(6) $0.4(x-4)=0.1x+0.5$

(7) $\dfrac{-5+3x}{10}=\dfrac{2x+7}{5}$

(8) $\dfrac{2x+3}{5}=\dfrac{2x-7}{3}$

答えを見る

2.3 「x の 1 乗しか出てこない方程式 」を利用すると解ける文章題

「方程式」とは、謎の数を発見するために使う式のことでしたね。文章題の中には、謎の数が出てくるものがあります。「これこれこうしたらこうなりました」なんて話が書いてある文章題がありますよね。そんな時、方程式が役に立つかもしれません。

例題 15 ノートとボールペンを買う話です。今はノートの値段は秘密にしておきます。ボールペンは 1 本 120 円です。ノート 5 冊とボールペン 1 本を買いました。1000 円出してみたら、おつりは 430 円でした。では、ノート 1 冊の値段は何円だったのでしょう。

解答

この問題では、ノート 1 冊の値段が「謎の数」なのですね。そして、ノート 1 冊の値段を知りたいのですよね。ほら、「方程式の出番だ」って思いませんか。だって、方程式って「謎の数を発見するために使う式」ですよね。

問題をもう 1 度よく読んで、方程式を作ることにしましょう。

この問題ではノート 1 冊の値段が「謎の数」なのですから、**ノート 1 冊の値段は x 円であると考える**ことにしましょう。（何円なのかわからないので、文字を使って、「x 円」なぁんて言うことにしたのですよ。）

それでは、このお話に書いてある順番どおりに考え、式を作っていくことにします。

まずノート 5 冊とボールペン 1 本を買ったのですよね。

そうすると、まずノートの代金ですが、ノート 1 冊の値段は x 円と考えることにしたのでノート 5 冊分の代金は

$$5x\,(円)$$

ですよね。

また、ボールペンの代金ですが、ボールペンは 1 本 120 円で 1 本だけ買ったのでボールペンの代金は、

$$120\,(円)$$

ですね。

ということは、全部の代金、つまり合計の代金は、

$$5x + 120\,(円)$$

ですね。

たしか 1000 円を出して支払ったのでしたね。おつりを表す式を、さっき作った式（つまり全部の代金の式）を使って作ることにしましょう。おつりは支払ったお金から全部の代金をひけば求められるので、

$$1000 - (5x + 120)\,(円)$$

と表されますね。

ここまでで、このお話に登場するいろいろな量を「文字 x の入った式」であらわすことができましたね。

ところで、問題によると、おつりはたしか 430 円でしたね。ということは、さっき作ったおつりを表す式と 430 は等しいということになりますね。このように考えると、

$$1000 - (5x + 120) = 430$$

というように、「=」でつながった式ができます。これが、謎の数を発見するための式になるのですよね。（つまり、これが、この問題を解くための方程式なのです。）

謎の数を発見するための式ができました。ですからあとは、この方程式を解いて謎の数を発見すればよいのです。謎の数を発見する練習は前の節でしてありますね。ですからこの先はあなた一人でもできるはずです。では、おまかせします。5 分待つので、謎の数 x を発見してください。

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい 5 分たちました。謎の数、見つけられましたか？謎の数 x の正体は 90 ですよね。ではここで、そもそも x ってなんだったか思い出しましょう。たしか、この問題を解くとき最初に、**ノート 1 冊の値段が x 円であると考える**ことにしたのですよね。ですからノート 1 冊の値段は 90 円ということですね。これで、この問題は解決しました。

問 26. 次の文の空欄に正しい数、式、言葉を書きなさい。

パンとジュースを買う話です。今はパンの値段は秘密にしておきます。ジュースは 1 本 110 円です。パン 7 個とジュース 2 本を買いました。1000 円出してみたら、おつりは 220 円でした。では、パン 1 個の値段は何円だったのか考えていくことにします。

この問題では、パン 1 個の値段が「謎の数」なのですね。そして、パン 1 個の値段を知りたいのですよね。ほら、「方程式の出番だ」って思いませんか。だって、方程式って「謎の数を発見するために使う式」ですよね。

問題をもう 1 度よく読んで、方程式を作ることにしましょう。

パン 1 個の値段が「謎の数」なのですから、 $\boxed{}$ 1 個の値段が x 円であると考えることにしましょう。(何円なのかわからないので、文字を使って、x 円なぁんて言うことにしたのですよ。)

それでは、このお話に書いてある順番どおりに考え、式を作っていくことにします。

まずパン 7 個とジュース 2 本を買ったのですよね。

そうすると、まずパンの代金ですが、パン 1 個の値段は x 円と考えることにしてあるので、パン 7 個分の代金は

$$\boxed{}\,(\text{円})$$

ですよね。

また、ジュースの代金ですが、ジュースは 1 本 110 円で 2 本買ったのでジュース全部の代金は、110×2、つまり、

$$\boxed{}\,(\text{円})$$

ですね。

ということは、全部の代金、つまり合計の代金は、

$$\boxed{} + \boxed{}\,(\text{円})$$

ですね。

たしか 1000 円を出して支払ったのでしたね。おつりを表す式を、さっき作った式(つまり全部の代金の式)を使って作ることにしましょう。おつりは支払ったお金から全部の代金をひけば求められるので、

$$1000 - \left(\boxed{}\right)\,(\text{円})$$

と表されますね。

ここまでで、このお話に登場するいろいろな量を「文字 x の入った式」であらわすことができましたね。

ところで、問題によると、おつりはたしか 220 円でしたね。ということは、さっき作ったおつりを表す式と $\boxed{}$ は等しいということになりますね。このように考えると、

$$\boxed{} = 220$$

というように、「=」でつながった式ができます。これが、謎の数を発見するための式になるのですよね。(つまり、これが、この問題を解くための方程式なのです。)

謎の数を発見するための式ができました。ですから、あとは、この方程式を解いて、謎の数を発見すればよいのです。そのための練習は、前の節でしてありますね。ですからこの先は、あなた一人でもできるはずです。では、おまかせします。5 分待つので、謎の数 x を発見してください。

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

はい 5 分たちました。謎の数、見つけられましたか?謎の数 x の正体は $\boxed{}$ ですよね。ではここで、そもそも x ってなんだったか思い出しましょう。たしか、この問題を解くとき、最初に、**パン 1 個の値段が x 円であると考える**ことにしたのですよね。ですから、パン 1 個の値段は $\boxed{}$ 円ということですね。これで、この問題は解決しました。 答えを見る

問 27. バラとチューリップを買う話です。バラ 1 本の値段は 210 円です。今、チューリップの値段は秘密にしておきます。バラ 6 本とチューリップ 3 本を買いました。合計の代金は 1710 円でした。では、チューリップ 1 本の値段は何円だったのか、順番に考えることにします。チューリップ 1 本の値段は x 円であると考えることにします。以下の

問に答えなさい。

(1) バラは全部で 6 本買ったのでしたね。バラ全部の代金を式または数で表しなさい。

(2) チューリップは全部で 3 本買ったのでしたね。チューリップ全部の代金を式または数で表しなさい。

(3) バラとチューリップ全部の代金を式または数で表しなさい。

(4) 問題には、合計の代金は 1710 円と書いてありました。このことを考えに入れて、チューリップ 1 本の値段を求めるための方程式を作りなさい。

(5) さっき作った方程式を解いて、チューリップ 1 本の値段を求めなさい。

答えを見る

例題 16　A さん、B さんという 2 人の人がいます。2 人はジュースやプリンやケーキを買いました。

今は、ケーキ 1 個の値段は秘密にしておきます。ジュース 1 本の値段は 150 円で、プリン 1 個の値段は 80 円でした。

A さんは、ケーキ 1 個と、ジュース 1 本を買いました。

B さんは、ケーキ 6 個と、プリン 1 個を買いました。

そうすると、B さんの払った代金は、A さんの払った代金の 4 倍になったそうです。

では、ケーキ 1 個の値段はいくらだったのでしょう。

解答

この問題では、ケーキ 1 個の値段が謎の数ですね。ですから、**ケーキ 1 個の値段は x 円である**と考えることにしましょう。（値段がわからないから、文字を使って x 円なぁんていっているんですよ。わからないくせに、わかったふりをしているようなものですね。）

では、問題文をよく読んで、お話の順番どおりに考えていきましょう。

A さんは、ケーキ 1 個と、ジュース 1 本を買ったのでしたね。ケーキは 1 個 x 円で、ジュースは 1 本 150 円でしたね。ということは、A さんの支払った代金は、

$$x + 150\,(\text{円})$$

と表すことができますね。

B さんは、ケーキ 6 個と、プリン 1 個を買ったのでしたね。ケーキは 1 個 x 円で、プリンは 1 個 80 円でしたね。ということは、B さんの支払った代金は、

$$6x + 80\,(\text{円})$$

と表すことができますね。

ところで、問題には、次に、「B さんの払った代金は、A さんの払った代金の 4 倍になった」と書いてありました。このことを、さっき作った 2 つの式を使って等式にすると、

$$6x + 80 = 4(x + 150)$$

ってなりますよね。これで、この問題を解くための方程式を作ることができました。あとは、この方程式を解いて謎の数 x を発見すれば答えがわかるはずです。この先はあなた一人でもできるはずです。では、おまかせします。5 分待つので、謎の数 x を発見してください。・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい 5 分たちました。謎の数、見つけられましたか？謎の数 x の正体は 260 ですよね。この問題を解くとき、最初に、**ケーキ 1 個の値段は x 円である**ということにしたのですよね。ですから、ケーキ 1 個の値段は 260 円ということですね。これで、この問題は解決しました。

問 28. A さん、B さんという 2 人の人がいます。2 人はノートや消しゴムを買いました。

今は、ノート 1 冊の値段は秘密にしておきます。消しゴム 1 個の値段は 40 円でした。

A さんは、ノート 10 冊と、消しゴム 4 個を買いました。

B さんは、ノート 3 冊と、消しゴム 8 個を買いました。

そうすると、A さんの払った代金は、B さんの払った代金の 2 倍になったそうです。

では、ノート 1 冊の値段はいくらだったのか、順番に考えることにします。ノート 1 冊の値段が謎なので、ノート 1 冊の値段は x 円であると考えることにします。以下の問に答えなさい。

(1) A さんは、ノート 10 冊と、消しゴム 4 個を買ったのでしたね。A さんの支払った代金を式または数で表しなさい。

(2) B さんは、ノート 3 冊と、消しゴム 8 個を買ったのでしたね。B さんの支払った代金を式または数で表しなさい。

(3) A さんの払った代金は、B さんの払った代金の 2 倍になったのでしたね。このことを考えに入れて、ノート 1 冊の値段を求めるための方程式を作りなさい。

(4) さっき作った方程式を解いて、ノート 1 冊の値段を求めなさい。

答えを見る

問 29. A さん、B さんという 2 人の人がいます。A さんは初め 780 円持っていて、B さんは初め 630 円持っていました。そして 2 人は同じ本を買いました。そうすると、A さんが持っている残りのお金は、B さんの持っている残りのお金の 2 倍になったそうです。では、本の値段はいくらだったのでしょう。

答えを見る

次の例題へ行く前に、ちょっとしたおさらいをします。小学生に戻ったつもりで次の「おさらいの問題」を考えてください。方程式なんて偉そうなものを使う必要はありませんよ。ふつーに考えればいいんですよ。

おさらいの問題

(1) 8 人の人がいます。この人たちにキャンディーを配ります。1 人に 5 個ずつ配ると、12 個あまりました。キャンディーは全部でいくつあったのでしょう。

(2) 8 人の人がいます。この人たちにキャンディーを配ります。1 人に 7 個ずつ配ると、4 個たりませんでした。キャンディーは全部でいくつあったのでしょう。

では 5 分待ちます。

. . . .

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい 5 分たちました。どうですか。大丈夫ですよね。念のため、答えをあなたに教えましょう。

おさらいの問題の答え

(1) 8 人の人がいたのですよね。1 人に 5 個ずつ配るのですね。そもそも、キャンディーはいくつ必要なのでしょうか。もちろん、かけざんで、5×8 を計算すればよいですね。つまり 40 個必要なのですね。実際にはキャンディーは 12 個あまりました。ということは、キャンディーは全部でいくつあったのかというと、$40 + 12$ というたし算をして、52 個だってわかりますよね。

(2) 8 人の人がいたのですよね。1 人に 7 個ずつ配るのですね。そもそも、キャンディーはいくつ必要なのでしょうか。もちろん、かけざんで、7×8 を計算すればよいですね。つまり 56 個必要なのですね。実際にはキャンディーは 4 個たりませんでした。ということは、キャンディーは全部でいくつあったのかというと、$56 - 4$ というひき算をして、52 個だってわかりますよね。

では、本題に戻りましょう。

例題 17　何人かの人がいます。今は、何人なのか秘密にしておきます。

この人たちにキャンディーを配ろうと思いました。

1 人に 6 個ずつ配る場合、17 個あまることがわかりました。

1 人に 8 個ずつ配る場合、13 個たりないことがわかりました。

では、何人の人がいるのか考えることにします。ここでは、人数が謎なので、文字を使って、x 人の人がいることにして、順番に考えて行くことにします。

(1)　キャンディーを 1 人に 6 個ずつ配る場合、17 個あまるのでしたね。このことを考

えに入れて、全部で何個のキャンディーがあったのか、式で表しなさい。

(2) キャンディーを 1 人に 8 個ずつ配る場合、13 個たりないのでしたね。このことを考えに入れて、全部で何個のキャンディーがあったのか、式で表しなさい。

(3) (1) と (2) で、キャンディーが全部でいくつあったのか、式で表しましたね。でも、どちらの考えでキャンディーの数を表したとしても、同じ数のはずですね。このように考えると、この問題を解決するための方程式が作れますね。それでは、方程式を作りなさい。

(4) (3) で作った方程式を解いて、この問題の答えを言いなさい。

(5) 最後に、ついでに、キャンディーは全部でいくつあったのか答えなさい。

解答

この例題の前の「おさらいの問題」がちゃんとわかっている人は、きっと困ることは何もないでしょう。

(1) 1 人に 6 個ずつ配る場合の話ですね。人数が謎なので、文字を使って x 人の人がいることにしたのですよね。そうすると、そもそもキャンディーはいくつ必要なのでしょうか。もちろん、かけざんで $6 \times x$ を計算すればよいですね。つまり $6x$ 個必要なのですね。ですが実際にはキャンディーは 17 個あまりました。ということは、あまった分をたして、

$$\text{キャンディーは全部で } 6x + 17 \text{ 個あった}$$

と式であらわすことができますね。

(2) 1 人に 8 個ずつ配る場合の話ですね。人数が謎なので、文字を使って x 人の人がいることにしたのですよね。そもそも、キャンディーはいくつ必要なのでしょうか。もちろん、かけざんで $8 \times x$ を計算すればよいですね。つまり $8x$ 個必要なのですね。ですが実際にはキャンディーは 13 個たりませんでした。ということは、たりなかった分をひいて

$$\text{キャンディーは全部で } 8x - 13 \text{ 個あった}$$

と式であらわすことができますね。

(3) (1) では、全部でキャンディーは $6x + 17$ 個ということになりました。また (2) では、全部でキャンディーは $8x - 13$ 個ということになりました。どっちのやり方で考えたとしてもキャンディーの数が変わるはずはありません。つまり、 (1) を考えて出てきたキャンディーの数 $6x + 17$ と、 (2) を考えて出てきたキャンディーの数 $8x - 13$ は等しいはずです。このように考えると、

$$6x + 17 = 8x - 13$$

という方程式を作ることができますね。

(4) (3) で作った

$$6x + 17 = 8x - 13$$

という方程式を解けばいいんですよね。まず左と右から 17 をひくと、とりあえず、

$$6x + 17 - 17 = 8x - 13 - 17$$

となります。次に行く前にこの等式の左と右をマシにすると、

$$6x = 8x - 30$$

となります。

次に、この等式の左と右から $8x$ をひくと、とりあえず、

$$6x - 8x = 8x - 30 - 8x$$

となります。次に行く前に、この等式の左と右をマシにすると、

$$-2x = -30$$

となります。

次に、この等式の左と右を -2 でわると、とりあえず、

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-30}{-2}$$

となります。この等式の左と右をマシにすると、

$$x = 15$$

となります。

これで、謎の数 x の正体がわかりました。x 人の人がいたとして、この問題を考えてきたのですから、もちろん答えは、「全部で 15 人いた」ですよね。

(5) (4) で人数がわかりました。そもそも、「1 人に 6 個ずつ配る場合、17 個あまる」とか、「1 人に 8 個ずつ配る場合、13 個たりない」ということでしたね。人数がわかっているのでどちらに注目しても、キャンディーの数を計算できますよね。

例えば、「1 人に 6 個ずつ配る場合、17 個あまる」ということに注目した人は、

$$\text{キャンディーの数} = 6 \times 15 + 17 = 107\,(\text{個})$$

と計算できますし、また例えば、「1 人に 8 個ずつ配る場合、13 個たりない」ということに注目した人は、

$$\text{キャンディーの数} = 8 \times 15 - 13 = 107\,(\text{個})$$

と計算できますよね。どっちで計算しても 107 個ですよね。（というより、違った答えになったとしたら、どこかで何かを間違えているということですよね。）

問 30. ノートを買う話です。

持っているお金で、ノートを 15 冊買う場合、20 円あまります。

持っているお金で、ノートを 18 冊買う場合、220 円たりません。

(1) ノート 1 冊の値段はいくらですか。

(2) 持っていてるお金はいくらですか。

答えを見る

問 31. 体育館で集会をします。そのため、長いすをいくつか用意することにしました。

1 つの長いすに 5 人座ると、座れない人が 10 人出ます。

1 つの長いすに 6 人座ると、2 人だけ座っている長いすが 1 つできます。

(1) 長いすの数を求めなさい。

(2) 何人の人がいるのか求めなさい。

答えを見る

次の例題へ行く前に、またちょっとしたおさらいをします。小学生に戻ったつもりで次の「おさらいの問題」を考えてください。方程式なんて偉そうなものを使う必要はありませんよ。ふつーに考えればいいんですよ。

おさらいの問題

ある家族の、ある日の朝の話です。姉と弟が同じ学校へ向かって家を出発します。

(1) 姉は、朝 7:00 に家を出ました。分速 80 m の速さで学校へ向かい歩いています。家を出てから 20 分後、つまり 7:20 には姉は家から何 m 進んだ所にいますか。

(2) 姉が出発してから 15 分後、つまり 7:15 に弟が自転車に乗って姉を追いかけはじめました。弟の進む速さは分速 240 m です。7:20 に弟がどこまで進んでいるか考えることにします。7:20 までに弟は何分間自転車をこいでいますか。また 7:20 には弟は家から何 m 進んだ所にいますか。

(3) (1) と (2) の答えを頭に入れて答えてください。7:20 に弟は姉に追いついていますか。

では 5 分待ちます。

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

はい 5 分たちました。どうですか。大丈夫ですよね。念のため、答えをあなたに教えましょう。

おさらいの問題の答え

(1) 姉は分速 80 m の速さで 20 分間歩くのですから、進んだ距離は、

$$80 \times 20 = 1600\,(\mathrm{m})$$

ですよね。

(2) 7:15 に出発したのですから、7:20 まで、5 分間自転車をこいだことになります。この 5 分間分速 240 m で進むのですから、進んだ距離は、

$$240 \times 5 = 1200\,(\mathrm{m})$$

ですね。

(3) (1) でわかったように、7:20 には姉は家から 1600 m 進んだ所にいます。

また、(2) でわかったように、7:20 には弟は家から 1200 m 進んだ所にいます。

どう考えても、まだ追いついていませんね。

では、本題に戻りましょう。

例題 18　ある家族の、ある日の朝の話です。姉と弟が同じ学校へ向かって家を出発し

ます。

家から学校までの距離は 1600 m です。姉は、朝 7:00 に家を出ました。分速 80 m の速さで学校へ向かい歩いています。

姉が出発してから 10 分後、つまり 7:10 に弟が自転車に乗って姉を追いかけはじめました。弟の進む速さは分速 240 m です。

弟が姉に追いつくのはいつなのかを考えることにします。そこで、弟が出発してから x 分後に姉に追いつくとしてこの問題を考えることにしましょう。以下の順番で考えてください。

(1) 念のため、姉はいつ学校についてしまうのか考えておいてください。

(2) 弟が出発してから x 分たつと、姉は何分間歩いたことになりますか。式で表しなさい。

(3) 弟が出発してから x 分たつと、姉は何 m 進んだことになりますか。式で表しなさい。

(4) 弟が出発してから x 分たつと、弟は何 m 進んだことになりますか。式で表しなさい。

(5) 弟が出発してから x 分後に姉に追いつくとしてこの問題を考えることにしたのですよね。では、弟が出発してから x 分後までに姉の進んだ距離と、弟が出発してから x 分後までに弟の進んだ距離は同じですか、違いますか。

(6) (5) を頭に入れてこの問題を解くための方程式を作りなさい。

(7) (6) で作った方程式を使っていつ弟が姉に追いつくのか答えを出しなさい。

(8) 念のため、本当に、姉が学校につく前に、弟は姉に追いつくことができるのか、(1) の答えと (7) の答えを比べて答えなさい。

解答

(1) 学校までの距離は 1600 m ですね。そして姉の歩く速さは毎分 80 m なので、1 分間に 80 進むのですね。ということは、学校に着くまでにかかる時間は、わりざ

んで、

$$1600 \div 80 = 20\,(\text{分})$$

ですよね。姉は 7:00 に家を出たのですから、7:20 には姉は学校についてしまいますね。

(2) 姉が何分間歩いているのか考えるのですね。姉が家を出発したのは 7:00 でした。弟はそれから 10 分後の 7:10 に家を出発したのでした。弟が出発してからどれだけの時間がたったとしても、姉は弟より必ず 10 分長く歩いているわけです。つまり

弟が家を出発してから時間が x 分たつと、姉は $x + 10$ 分間歩いている

ということになるのです。

(3) 姉の歩く速さは毎分 80 m でしたね。また、(1) を考えた人は、弟が家を出発してから x 分たったとき、姉は $x + 10$ 分間歩いているということがわかったと思います。ということは、姉の歩いた距離は、$80 \times (x + 10)$ (m)、つまり、

$$80(x + 10) \ (\text{m})$$

ですよね。

(4) 弟は自転車で姉を追いかけるわけですが、弟の進む速さは毎分 240 m でしたね。また、弟が家を出発してから x 分たったとき、当たり前ですが弟は x 分間自転車をこいだわけです。ということは、弟の進んだ距離は、$240 \times x$ (m)、つまり、

$$240x \ (\text{m})$$

ですよね。

(5) 弟が姉に追いついたときの話ですよね。追いついたときは 2 人とも同じ所にいるわけです。ということは、姉にとっても、弟にとっても、家からその場所までの距離は同じです。つまり、

弟が姉に追いついたとき、2 人の進んだ距離は同じ

ですよね。

(6) いつ追いつくのかわからないので、わかったフリをして、文字を使って、「弟が家を出発してから x 分後に追いつく」と考えることにしたのですよね。そして (5) で、「弟が家を出発してから x 分後」には、2 人の進んだ距離は同じであるということを確認しましたね。ですから、

$$80(x+10)=240x$$

という方程式を作ることができるのです。

(7) (6) で作った方程式

$$80(x+10)=240x$$

を解くのですね。まず分配法則を使って、左側の見かけをマシにしておきましょう。そうすると、

$$80x+800=240x$$

となりますね。次は、この等式の左と右から 800 をひきましょう。そうすると、とりあえず、

$$80x+800-800=240x-800$$

となります。次に行く前に、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$80x=240x-800$$

となります。次は、この等式の左と右から $240x$ をひきましょう。そうすると、とりあえず、

$$80x-240x=240x-800-240x$$

となります。次に行く前に、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$-160x=-800$$

となります。次は、この等式の左と右を -160 でわりましょう。そうすると、とり

あえず、

$$\frac{-160x}{-160} = \frac{-800}{-160}$$

となります。今できた等式の左と右をマシにすると、

$$x = 5$$

となります。これで謎の数 x を求めることができました。「弟が家を出発してから x 分後に姉に追いつく」と考えていたわけですが、x は 5 だってわかったので、弟は家を出発してから 5 分後に姉に追いつくということですね。弟は、7:10 に家を出発したのですから、姉に追いつくのは 7:15 ですね。

(8) (1) の答えによると、姉は 7:20 に学校に着く予定になっています。また (7) の答えによると、弟が姉に追いつくのは 7:15 の予定です。ちゃんと間に合いますね。

問 32. ある家族の、ある日の朝の話です。姉と弟が同じ学校へ向かって家を出発します。家から学校までの距離は 2400 m です。

姉は、朝 7:30 に家を出ました。分速 80 m の速さで学校へ向かい歩いています。

姉が出発してから 20 分後、つまり 7:50 に弟が自転車に乗って姉を追いかけはじめました。弟の進む速さは分速 240 m です。

弟が姉に追いつくのはいつなのかを考えることにします。そこで、弟が出発してから x 分後に姉に追いつくとしてこの問題を考えることにしましょう。以下の順番で考えてください。

(1) 念のため、姉はいつ学校についてしまうのか、考えておいてください。

(2) 弟が出発してから x 分たつと、姉は何分間歩いたことになりますか。式で表しなさい。

(3) 弟が出発してから x 分たつと、姉は何 m 進んだことになりますか。式で表しなさい。

(4) 弟が出発してから x 分たつと、弟は何 m 進んだことになりますか。式で表しなさい。

(5) 弟が出発してから x 分後に姉に追いつくとしてこの問題を考えることにしたのですよね。では、弟が出発してから x 分後までに姉の進んだ距離と、弟が出発してから x 分後までに弟の進んだ距離は同じですか、違いますか。

(6) (5) を頭に入れて、この問題を解くための方程式を作りなさい。

(7) (6) で作った方程式を使って、いつ弟が姉に追いつくのか答えを出しなさい。

(8) 念のため、本当に、姉が学校につく前に、弟は姉に追いつくことができるのか、(1) の答えと (7) の答えを比べて答えなさい。

答えを見る

問 33. 山に登ってきました。

ふもとから山頂までは、分速 50 m で登りました。

山頂からふもとへ帰ってくるときは、分速 90 m で下りました。

そうしたら、のぼりにかかった時間とくだりにかかった時間は 40 分違っていました。

ふもとから山頂までは何 m あったのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数、式、言葉を書きなさい。

こういう問題を考えるときは、なるべく素直に考えるとうまくいきます。「ふもとから、山頂までは何 m あったのか」を知りたいのですから、「ふもとから山頂までの距離」を文字を使って x m と考えることにするのです。このように、求めるものを x とおいた後は、このお話をもう 1 度よく読んでお話どおりの順番に考えていくとたいていうまく行きます。このお話をよく読んで、問題を解決するために鍵となる量を 1 つ 1 つ順番に文字 x の入ったと式として表していくのです。そして「のぼりにかかった時間とくだりにかかった時間は 40 分違っていた」ということを頼りに方程式を作るのです。

まず、ふもとから山頂へ行ったのでしたね。たしか分速 50 m の速さで登ったのでした。「速さ」などという言葉が出てくるとき気になるのは、「速さ」のほかには「距離」とか「時間」のことですね。では、「速さ」、「距離」、「時間」のうちのどれを文字 x の入った

と式としてあらわすことにしましょうか。「速さ」は分速 50 m に決まっているので、文字 x の入ったと式としてあらわすとしたら「距離」とか「時間」ですよね。ですから、ここであなたが何かをするとしたら、「ふもとから山頂までの距離を文字 x の入った式として作ること」か、「ふもとから山頂までにかかった時間を文字 x の入った式として作ること」のどちらかですね。ではどっちにしましょうか。そりゃぁもちろん、「ふもとから山頂までにかかった時間を文字 x の入った式として作ること」のほうですね。だって、この問題を解くにあたって、文字を使って「ふもとから、山頂までの距離は x m」と考えることにしたのですから、「ふもとから山頂までの距離を文字 x の入った式として作ること」をしても x という式になるだけです。何も進歩しないですよね。とうわけで、「ふもとから山頂までにかかった時間を文字 x の入った式として作ること」にします。のぼりでは、x m の距離を毎分 50 m の速さで登っていたのですから、行きにかかった時間を文字 x の入った式で作ると、

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\ (\text{分})$$

ですね。

次は、帰りの話に進みましょう。行きの話と同じようにして、「帰りにかかった時間を文字 x の入った式として作ること」にしましょう。行きも帰りも距離は変わるわけないですね。ですから、帰りは、x m の距離を毎分 90 m の速さで下ったわけです。ですから、帰りにかかった時間を文字 x の入った式で作ると、

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\ (\text{分})$$

ですね。

これで、行きの話と帰りの話まで考えが進みました。あと残っている話は「のぼりにかかった時間とくだりにかかった時間は 40 分違っていました」というところですね。行きの速さは帰りの速さより遅いので、これはもちろん、$\boxed{}$ にかかった時間が帰りにかかった時間より $\boxed{}$ 分多いということですね。これこそこの問題を解く手がかりです。さっきまでに作った「行きにかかった時間をあらわす式」と「帰りにかかった時間をあら

わす式」を使えば、この手がかりから、

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} + \boxed{}$$

という方程式を作ることができますね。

この方程式をがんばって解くと、謎の数 x は $\boxed{}$ であることがわかります。この問題を解きはじめるときに、$\boxed{}$ を x m とおいたわけですから、ふもとから山頂までは $\boxed{}$ m ですね。

答えを見る

ここまで、いくつか、方程式を作ると解くことができる文章題を学習してきました。解き方のお手本を見せるのはここまでにして、最後にいくつか、お手本なしで、あなたに、文章題を解いてもらうことにしましょう。

問 34. 健太君と健太君のお父さんの年齢の話です。現在、健太君は 13 歳、健太君のお父さんは 47 歳です。お父さんの年齢が健太君の年齢の 3 倍になるのは今から何年後ですか。

答えを見る

問 35. ボールペンを買う話です。持っているお金では、7 本買うと 180 円あまり、10 本買うと 150 円たりません。次の問いに答えなさい。

(1) ボールペン 1 本の値段はいくらですか。

(2) 持っているお金はいくらですか。

答えを見る

問 36. ある人が、A 地点から B 地点へ行った話です。A 地点から B 地点までの距離は 7 km です。A 地点と B 地点の途中に C 地点があります。この人は、A 地点から C 地点までは自転車で時速 12 km の速さで進みました。C 地点から B 地点までは歩いて時速 4 km の速さで進みました。そうすると、A 地点から B 地点まで全部で時間は 45 分かかりました。A 地点から C 地点までの距離を求めなさい。

答えを見る

問の解答

問 1.

(1) $-6x+3y-5$ という式の意味を言葉で言うと、

「x という数を -6 倍して出来る数」と「y という数を 3 倍して出来る数」をたし、さらにそこから「1」をひいてできる数

ということです。

この式は等式ではありません。

(2) $3x+5=7-2y$ という式の意味を言葉で言うと、

「x を 3 倍してからさらに 5 をたして出来る数」と「7 から y を 2 倍してできる数をひいてできる数」が等しい

となります。

この式は等式です。

本文へ戻る

問 2.

(1) $-a-3b+7$

(2) $-2a-5=7b+1$

本文へ戻る

問 3.

(1) $2x-3=4$ という等式を変形しようと思います。この等式の左側から -3 をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右に $\boxed{3}$ をたせばよいですね。ですから、

$$2x-3=4$$

という式を、

$$2x-3+\boxed{3}=4+\boxed{3}$$

と書きかえます。この等式の左側は、数のところを計算して格好良くすると、見かけが $\boxed{2x}$ に変わります。ですから, この等式はさらに

$$\boxed{2x}=4+\boxed{3}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった -3 という数は、$\boxed{\text{符号}}$ を変え $\boxed{+3}$ という数になり、右側へ移っていることがわかります。これは $\boxed{\text{移項}}$ と呼ばれる現象です。

(2) $2x-3=4y-1$ という等式を変形しようと思います。この等式の左側から $2x$ をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から $\boxed{2x}$ をひけばよいですね。ですから、

$$2x-3=4y-1$$

という式を、

$$2x-3-\boxed{2x}=4y-1-\boxed{2x}$$

と書きかえます。この等式の左側は、$2x$ と $-2x$ で $\boxed{0}$ になるので、左側を格好良くすると、見かけが $\boxed{-3}$ に変わります。ですから, この等式はさらに

$$\boxed{-3}=4y-1-\boxed{2x}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった $2x$ は、$\boxed{\text{符号}}$ を変え $\boxed{-2x}$ になり、右側へ移っていることがわかります。これは $\boxed{\text{移項}}$ と呼ばれる現象です。

(3) $2x+y-3=4$ という等式を変形しようと思います。この等式の左側から $y-3$ をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から $\boxed{y-3}$ をひけばよいですね。ですから、

$$2x+y-3=4$$

という式を、

$$2x+y-3-\left(\boxed{y-3}\right)=4-\left(\boxed{y-3}\right)$$

と書きかえます。この等式の左側は、$y-3$ と $-(y-3)$ で $\boxed{0}$ が出来るので、左側を格好良くすると、見かけが $\boxed{2x}$ に変わります。ですから, この等式はさらに

$$\boxed{2x}=4-\left(\boxed{y-3}\right)$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった $y-3$ という部分は、$\boxed{\text{符号}}$ を変え $\boxed{-(y-3)}$ というものになり、右側へ移っていることがわかります。これは y と -3 が符号を変え同時に移ったことになるので、$\boxed{\text{移項}}$ と呼ばれる現象が 2 回起こったのと同じです。

(4) $2x=-4y+3$ という等式を変形しようと思います。この等式の右側から $-4y+3$ をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から $\boxed{-4y+3}$ をひけばよいですね。ですから、

$$2x=-4y+3$$

という式を、

$$2x-\left(\boxed{-4y+3}\right)=-4y+3-\left(\boxed{-4y+3}\right)$$

と書きかえます。この等式の右側は、$-4y+3$ と $-(-4y+3)$ で $\boxed{0}$ が出来ます。ですから, この等式はさらに

$$2x - \left(\boxed{-4y+3} \right) = \boxed{-4y+3}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、右側にあった $-4y+3$ という部分は、$\boxed{\text{符号}}$ を変え $\boxed{-(-4y+3)}$ というものになり、右側へ移っていることがわかります。これは $-4y$ と $+3$ が符号を変えて同時に移ったことになるので、$\boxed{\text{移項}}$ と呼ばれる現象が 2 回起こったのと同じです。

本文へ戻る

問 4.

(1) $-2a+3b=2a-7$ という等式の右側から -7 をなくすためには、左側と右側に 7 をたせば良い。

(2) 左側と右側に 7 をたして、この等式を変形していくと次のようになります。

$$\begin{aligned} -2a+3b &= 2a-7 \\ -2a+3b+7 &= 2a-7+7 \\ -2a+3b+7 &= 2a \end{aligned}$$

(3) 初めの等式と、(2) で出来た等式を比べると、符号を変えて、右側から左側へ移ったのは -7 であることがわかる。

本文へ戻る

問 5.

(1) $-2a+3b-4=2a-c$ という等式の左側から $3b$ をなくすためには、左側と右側から $3b$ をひけば良い。

(2) 左側と右側から $3b$ をひいて、この等式を変形していくと次のようになります。

$$\begin{aligned} -2a+3b-4 &= 2a-c \\ -2a+3b-4-3b &= 2a-c-3b \\ -2a-4 &= 2a-c-3b \end{aligned}$$

(3) 初めの等式と、(2) で出来た等式を比べると、符号を変えて、左側から右側へ移ったのは $3b$ であることがわかる。

本文へ戻る

問 6.

(1) $-2a+2=-7$ という等式を、左側が $-2a$ だけになるように変形する問題でしたね。そのためには「左側と右側から 2 をひく」ということをすれば良いですね。ですから次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 2a+2 &= -7 \\ 2a+2-2 &= -7-2 \\ 2a &= -9 \end{aligned}$$

(2) $a-5=-3$ という等式を、左側が a だけになるように変形する問題でしたね。そのためには「左側と右側に 5 をたす」ということをすれば良いですね。ですから次のように変形できます。

$$\begin{aligned} a-5 &= -3 \\ a-5+5 &= -3+5 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

(3) $3a+2=-7$ という等式を、左側が a だけになるように変形する問題でしたね。そのためには「左側と右側から 2 をひく」ということと「左側と右側を 3 でわる」ということをすれば良さそうです。

まず、左側と右側から 2 をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 3a+2-2 &= -7-2 \\ 3a+2-2 &= -7-2 \\ 3a &= -9 \end{aligned}$$

次に、左側と右側を 3 でわってみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 3a \times \frac{1}{3} &= -9 \times \frac{1}{3} \\ a &= -3 \end{aligned}$$

(4) $-\frac{1}{2}a+2=4$ という等式を、左側が a だけになるように変形する問題でしたね。そのためには「左側と右側から 2 をひく」ということと「左側と右側に 2 をかける」ということをすれば良さそうです。

まず、左側と右側から 2 をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}a+2 &= 4 \\ -\frac{1}{2}a+2-2 &= 4-2 \\ -\frac{1}{2}a &= 2 \end{aligned}$$

次に、左側と右側に 2 をかけてみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}a \times 2 &= 2 \times 2 \\ a &= 4 \end{aligned}$$

本文へ戻る

問 7.

(1) $a+2=-b-5$ という等式を、左側が b だけになるように変形する問題でしたね。

まず、左側と右側を入れ替えてみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} a+2 &= -b-5 \\ -b-5 &= a+2 \end{aligned}$$

次に、左側と右側に 5 をたしてみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -b-5+5 &= a+2+5 \\ -b &= a+7 \end{aligned}$$

次に、左側と右側に -1 をかけてみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -b\times(-1) &= (a+7)\times(-1) \\ b &= -a-7 \end{aligned}$$

(2) $-3x+3=-5y-7$ という等式を、左側が $-3x$ だけになるように変形する問題でしたね。

左側と右側から 3 をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -3x+3 &= -5y-7 \\ -3x+3-3 &= -5y-7-3 \\ -3x &= -5y-10 \end{aligned}$$

(3) $2x+3y-1=5x+1$ という等式を、左側が $3y$ だけになるように変形する問題でしたね。

まず、左側と右側から $2x$ をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 2x+3y-1 &= 5x+1 \\ 2x+3y-1-2x &= 5x+1-2x \\ 3y-1 &= 3x+1 \end{aligned}$$

次に、左側と右側に 1 をたしてみます。すると次のように変形できます。

$$
\begin{aligned}
3y - 1 + 1 &= 3x + 1 + 1 \\
3y &= 3x + 2
\end{aligned}
$$

(4) $4x + 3y + 2 = 11y - 6$ という等式を、左側が x だけになるように変形する問題でしたね。

まず、左側と右側から $3y + 2$ をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$
\begin{aligned}
4x + 3y + 2 &= 11y - 6 \\
4x + 3y + 2 - (3y + 2) &= 11y - 6 - (3y + 2) \\
4x &= 11y - 6 - 3y - 2 \\
4x &= 8y - 8
\end{aligned}
$$

次に、左側と右側を 4 でわってみます。すると次のように変形できます。

$$
\begin{aligned}
4x \times \frac{1}{4} &= (8y - 8) \times \frac{1}{4} \\
4x \times \frac{1}{4} &= 8y \times \frac{1}{4} - 8 \times \frac{1}{4} \\
x &= 2y - 2
\end{aligned}
$$

(5) $a - \frac{1}{5}b = 2 + 3a$ という等式を、左側が b だけになるように変形する問題でしたね。

まず、左側と右側から a をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$
\begin{aligned}
a - \frac{1}{5}b &= 2 + 3a \\
a - \frac{1}{5}b - a &= 2 + 3a - a \\
-\frac{1}{5}b &= 2 + 2a
\end{aligned}
$$

次に、左側と右側に -5 をかけてみます。すると次のように変形できます。

$$
\begin{aligned}
-\frac{1}{5}b \times (-5) &= (2+2a) \times (-5) \\
b &= 2 \times (-5) + 2a \times (-5) \\
b &= -10 - 10a
\end{aligned}
$$

本文へ戻る

問 8.

(1) $2x + y = 5$ という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

左と右から $2x$ をひきます。すると次のようになります。

$$
\begin{aligned}
2x + y &= 5 \\
2x + y - 2x &= 5 - 2x \\
y &= 5 - 2x
\end{aligned}
$$

(2) $2x + y = 5$ という等式を、左側が x だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左と右から y をひきます。すると次のようになります。

$$
\begin{aligned}
2x + y &= 5 \\
2x + y - y &= 5 - y \\
2x &= 5 - y
\end{aligned}
$$

次に、左側と右側を 2 でわります。すると次のように変形できます。

$$
\begin{aligned}
2x &= 5 - y \\
\frac{2x}{2} &= \frac{5 - y}{2} \\
x &= \frac{5 - y}{2}
\end{aligned}
$$

(3) $4a+2=2b-8$ という等式を、左側が b だけになり、右側からは文字 b の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左と右を入れ替えます。すると次のようになります。

$$\begin{aligned} 4a+2&=2b-8 \\ 2b-8&=4a+2 \end{aligned}$$

次に、左側と右側から 8 をひきます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 2b-8-8&=4a+2-8 \\ 2b&=4a-6 \end{aligned}$$

次に、左側と右側を 2 でわります。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 2b\times\frac{1}{2}&=(4a-6)\times\frac{1}{2} \\ b&=4a\times\frac{1}{2}-6\times\frac{1}{2} \\ b&=2a-3 \end{aligned}$$

(4) $-3x+3=-x-1+8y$ という等式を、左側が x だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側と右側に x をたします。すると次のようになります。

$$\begin{aligned} -3x+3&=-x-1+8y \\ -3x+3+x&=-x-1+8y+x \\ -2x+3&=-1+8y \end{aligned}$$

次に、左側と右側から 3 をひきます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -2x+3-3&=-1+8y-3 \\ -2x&=-4+8y \end{aligned}$$

次に、左側と右側を -2 でわります。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned}-2x \times \left(-\frac{1}{2}\right) &= (-4+8y) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ x &= (-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 8y \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ x &= 2-4y\end{aligned}$$

(5) $-3x+4y+3=-x-1+8y$ という等式を、左側が x だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側と右側に x をたします。すると次のようになります。

$$\begin{aligned}-3x+4y+3 &= -x-1+8y\\ -3x+4y+3+x &= -x-1+8y+x\\ -2x+4y+3 &= -1+8y\end{aligned}$$

次に、左側と右側から $4y+3$ をひきます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned}-2x+4y+3-(4y+3) &= -1+8y-(4y+3)\\ -2x &= -1+8y-4y-3\\ -2x &= -4+4y\end{aligned}$$

次に、左側と右側を -2 でわります。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned}-2x \times \left(-\frac{1}{2}\right) &= (-4+4y) \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ x &= (-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 4y \times \left(-\frac{1}{2}\right)\\ x &= 2-2y\end{aligned}$$

(6) $-3x+4y+3=-x-1+8y$ という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側と右側から $8y$ をひきます。すると次のようになります。

$$\begin{aligned} -3x+4y+3 &= -x-1+8y \\ -3x+4y+3-8y &= -x-1+8y-8y \\ -3x-4y+3 &= -x-1 \end{aligned}$$

次に、左側と右側に $3x$ をたします。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -3x-4y+3+3x &= -x-1+3x \\ -4y+3 &= -4x-1 \end{aligned}$$

次に、左側と右側にから 3 をひきます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -4y+3-3 &= -4x-1+3 \\ -4y &= -4x+2 \end{aligned}$$

次に、左側と右側を -4 でわります。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -4y \times \left(-\frac{1}{4}\right) &= (-4x-2) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ y &= (-4x) \times \left(-\frac{1}{4}\right) - 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ y &= -x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(7) $2(3x+2) = 12y-8$ という等式を、左側が x だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側に分配法則を使いかっこのない式に見かけを変えます。すると次のようになります。

$$\begin{aligned} 2(3x+2) &= 12y-8 \\ 2 \times 3x + 2 \times 2 &= 12y-8 \\ 6x+4 &= 12y-8 \end{aligned}$$

次に、左側と右側から 4 をひきます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 6x + 4 - 4 &= 12y - 8 - 4 \\ 6x &= 12y - 12 \end{aligned}$$

次に、左側と右側を 6 でわります。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 6x \times \frac{1}{6} &= (12y - 12) \times \frac{1}{6} \\ x &= 12y \times \frac{1}{6} - 12 \times \frac{1}{6} \\ x &= 2y - 2 \end{aligned}$$

(8) $2(3x+2) = 12y - 8$ という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側に分配法則を使いかっこのない式に見かけを変えます。すると次のようになります。

$$\begin{aligned} 2(3x + 2) &= 12y - 8 \\ 2 \times 3x + 2 \times 2 &= 12y - 8 \\ 6x + 4 &= 12y - 8 \end{aligned}$$

次に、左側と右側を入れ替えます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 6x + 4 &= 12y - 8 \\ 12y - 8 &= 6x + 4 \end{aligned}$$

次に、左側と右側に 8 をたします。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 12y - 8 + 8 &= 6x + 4 + 8 \\ 12y &= 6x + 12 \end{aligned}$$

次に、左側と右側を 12 でわります。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} 12y \times \frac{1}{12} &= (6x+12) \times \frac{1}{12} \\ y &= 6x \times \frac{1}{12} + 12 \times \frac{1}{12} \\ y &= \frac{1}{2}x + 1 \end{aligned}$$

(9) $a - \frac{1}{5}b = 2 + 3(a+b)$ という等式を、左側が a だけになり、右側からは文字 a の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、右側に分配法則を使いかっこのない式に見かけを変えます。すると次のようになります。

$$\begin{aligned} a - \frac{1}{5}b &= 2 + 3(a+b) \\ a - \frac{1}{5}b &= 2 + 3 \times a + 3 \times b \\ a - \frac{1}{5}b &= 2 + 3a + 3b \end{aligned}$$

次に、左側と右側から $3a$ をひきます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} a - \frac{1}{5}b - 3a &= 2 + 3a + 3b - 3a \\ -2a - \frac{1}{5}b &= 2 + 3b \end{aligned}$$

次に、左側と右側に $\frac{1}{5}b$ をたします。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -2a - \frac{1}{5}b + \frac{1}{5}b &= 2 + 3b + \frac{1}{5}b \\ -2a &= 2 + \frac{15}{5}b + \frac{1}{5}b \\ -2a &= 2 + \frac{16}{5}b \end{aligned}$$

次に、左側と右側を -2 でわります。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -2a \times \left(-\frac{1}{2}\right) &= \left(2 + \frac{16}{5}b\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ a &= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{16}{5}b\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ a &= -1 + \frac{8}{5}b \end{aligned}$$

(10) $a - \frac{1}{5}b = 2 + 3(a+b)$ という等式を、左側が b だけになり、右側からは文字 b の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、右側に分配法則を使いかっこのない式に見かけを変えます。すると次のようになります。

$$\begin{aligned} a - \frac{1}{5}b &= 2 + 3(a+b) \\ a - \frac{1}{5}b &= 2 + 3 \times a + 3 \times b \\ a - \frac{1}{5}b &= 2 + 3a + 3b \end{aligned}$$

次に、左側と右側から $3b$ をひきます。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} a - \frac{1}{5}b - 3b &= 2 + 3a + 3b - 3b \\ -2a - \frac{1}{5}b - \frac{15}{5}b &= 2 + 3a \\ -2a - \frac{16}{5}b &= 2 + 3a \end{aligned}$$

次に、左側と右側に $2a$ をたします。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -2a - \frac{16}{5}b - 2a &= 2 + 3a + 2a \\ -\frac{16}{5}b &= 2 + 5a \end{aligned}$$

次に、左側と右側に $-\dfrac{5}{16}$ をかけます。すると次のように変形できます。

$$
\begin{aligned}
-\frac{16}{5}b \times \left(-\frac{5}{16}\right) &= (2+5a) \times \left(-\frac{5}{16}\right) \\
b &= 2 \times \left(-\frac{5}{16}\right) + 5a \times \left(-\frac{5}{16}\right) \\
b &= -\frac{5}{8} - -\frac{25}{16}a
\end{aligned}
$$

本文へ戻る

問 9.

(1) 例えば謎の数を x という文字であらわすことにすると

なぞの数があり、その数を 2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、その数を −3 倍してからさらに 10 をたしてできる数は同じになる。

という話は

$$2x + 3 = -3x + 10$$

とあらわすことができます。

(2) 例えば謎の数を a という文字であらわすことにすると

なぞの数があり、その数を 2 乗してからさらに 6 をたしてできる数と、その数を −5 倍してできる数は同じになる。

という話は

$$a^2 + 6 = -5a$$

とあらわすことができます。

(3) 例えば 2 つの謎の数を x、y という文字であらわすことにすると

なぞの数が 2 つあり、一方の数を 2 倍してからさらに 1 をたしてできる数と、他方の数を 5 倍してからさらに 7 をひいてできる数は同じになる。

という話は

$$2x + 1 = 5y - 7$$

とあらわすことができます。

本文へ戻る

問 10.

(1) $a+7=-6$

(2) $-3x+5=-2x+2$

(3) $b^2+5=-3b+3$

本文へ戻る

問 11.

(1) $2a+3=b+3$

(2) $-3x-y=-5$

本文へ戻る

問 12. 謎の数 x があるとします。この謎の数 x に 3 をたしたら 14 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。謎の数 x に 3 をたしたら 14 になるということを式で表すと、

$$\boxed{x}+\boxed{3}=\boxed{14}$$

となります。（このような、謎の数を発見するための式は $\boxed{\text{方程式}}$ と呼ばれるのでしたね。）

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が $\boxed{x}$ だけになり、右側からは $\boxed{x}$ が入ったものがなくなるようにすれば良いのですから、今の場合、この式の左側と、右側から $\boxed{3}$ をひけばよいわけです。そうすると、とりあえず、

$$x+3-\boxed{3}=14-\boxed{3}$$

となるわけです。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側は x だけになり、右側は $\boxed{11}$ になりますね。ですから、今できた等式の左側と右側をマシにすると、

$$x = \boxed{11}$$

となりますね。これで、目標は達成できました。等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。ですから、謎の数 x は発見できたことになります。なぜかというと、最後にできた等式は「謎の数 x は $\boxed{11}$ だよ。」という意味だからです。

本文へ戻る

問 13.

(1) 「謎の数 x に 5 をたしたら -3 になる」と言っているのですから

$$x + 5 = -3$$

という方程式を作ることができます。

(2) 「等式を変形するときにやっても良いこと」を使って $x + 5 = -3$ という方程式を変形し謎の数を発見します。次のように変形して謎の数を発見することができます。

$$x + 5 = -3$$

という等式の左側と右側から 5 をひくと

$$x + 5 - 5 = -3 - 5$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$x = -8$$

となります。これで謎の数 x が発見できました。

本文へ戻る

問 14. 謎の数 x があるとします。この謎の数 x を 5 でわったら -6 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。謎の数 x を 5 でわったら -6 になるということを、式で表すと、

$$\frac{\boxed{x}}{\boxed{5}} = \boxed{-6}$$

となります。(このような、謎の数を発見するための式は $\boxed{\text{方程式}}$ と呼ばれるのでしたね。)

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が $\boxed{x}$ だけになり、右側からは $\boxed{x}$ が入ったものがなくなるようにすれば良いのですから、今の場合、この式の左側と、右側に $\boxed{5}$ をかければよいわけです。そうすると、とりあえず、

$$\frac{x}{5} \times \boxed{5} = -6 \times \boxed{5}$$

となるわけです。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側は $\frac{x}{5}$ の分母にある 5 と、今かけた $\boxed{5}$ を約分すると $\boxed{1}$ ができるので、左側は x だけになります。一方、右側は $\boxed{-30}$ になりますね。ですから、今できた等式の左側と右側をマシにすると、

$$x = \boxed{-30}$$

となりますね。これで、目標は達成できました。等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。ですから、謎の数 x は発見できたことになります。なぜかというと、最後にできた等式は「謎の数 x は $\boxed{-30}$ だよ。」という意味だからです。

本文へ戻る

問 15.

(1) 「謎の数 x を 8 でわったら $-\frac{3}{4}$ になる」と言っているのですから

$$\frac{x}{8} = -\frac{3}{4}$$

という方程式を作ることができます。

(2) 「等式を変形するときにやっても良いこと」を使って $\dfrac{x}{8} = \dfrac{3}{4}$ という方程式を変形し謎の数を発見します。次のように変形して謎の数を発見することができます。

$$\frac{x}{8} = -\frac{3}{4}$$

という等式の左側と右側に 8 をかけると

$$\frac{x}{8} \times 8 = -\frac{3}{4} \times 8$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$x = -6$$

となります。これで謎の数 x が発見できました。

本文へ戻る

問 16. 謎の数 x があるとします。この謎の数 x に 5 をかけたら -20 になるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。謎の数 x に 5 をかけたら -20 になるということを、式で表すと、

$$\boxed{5x} = \boxed{-20}$$

となります。(このような、謎の数を発見するための式は $\boxed{\text{方程式}}$ と呼ばれるのでしたね。)

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が $\boxed{x}$ だけになり、右側からは $\boxed{x}$ が入ったたものがなくなるようにすれば良いのですから、今の場合、この式の左側と、右側を $\boxed{5}$ でわればよいわけです。そうすると、とりあえず、

$$\frac{\boxed{5x}}{\boxed{5}} = \frac{-20}{\boxed{5}}$$

となるわけです。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側は分子にある $5x$ という部品の、x の前についている 5 と、分母にある $\boxed{5}$ を約分すると $\boxed{1}$ ができる

ので、左側は x だけになります。一方、右側は $\boxed{-4}$ になりますね。ですから、今できた等式の左側と右側をマシにすると、

$$x = \boxed{-4}$$

となりますね。これで、目標は達成できました。等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったたものがなくなったのです。ですから、謎の数 x は発見できたことになります。なぜかというと、最後にできた等式は「謎の数 x は $\boxed{-4}$ だよ。」という意味だからです。

本文へ戻る

問 17.

(1) 「謎の数 x に -8 をかけたら $\dfrac{16}{3}$ になる」と言っているのですから

$$-8x = \frac{16}{3}$$

という方程式を作ることができます。

(2) 「等式を変形するときにやっても良いこと」を使って $-8x = \dfrac{16}{3}$ という方程式を変形し謎の数を発見します。次のように変形して謎の数を発見することができます。

$$-8x = \frac{16}{3}$$

という等式の左側と右側を -8 でわると

$$-8x \times \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{16}{3} \times \left(-\frac{1}{8}\right)$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$x = -\frac{2}{3}$$

となります。これで謎の数 x が発見できました。

本文へ戻る

問 18. 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 7 をかけてからさらに 2 をたしててできる数」と、「この謎の数 x に -5 をかけてからさらに 22 をひいてできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

「謎の数 x に 7 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」を式にすると、

$$\boxed{7x} + \boxed{2}$$

ですね。また、「謎の数 x に -5 をかけてからさらに 22 をひいてできる数」を式にすると、

$$-5x - 22$$

ですね。問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$\boxed{7x+2} = \boxed{-5x-22}$$

という方程式を作ればよいですね。 それでは、今作った方程式を使って、謎の数を発見しましょう。そのために、「等式を変形するときにやってもよいこと」を利用しましょう。もちろん、

$$7x + 2 = -5x - 22$$

という等式からスタートしますよね。**謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が $\boxed{x}$ だけになり、右側からは $\boxed{x}$ が入ったものがなくなるようにすれば良い**のですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側には $7x$ と $+2$ という部品があります。そうすると、とにかく $+2$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右から 2 をひくことにします。そうすると、とりあえず、

$$7x + 2 - \boxed{2} = -5x - 22 - \boxed{2}$$

となりますね。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{7x}$ だけになりますね。右側は、-22 と $\boxed{-2}$ の所が計算できるので $-5x - \boxed{24}$ となります

ね。ですから、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$7x = -5x - 24$$

となるわけです。これで、左側にいた +2 はいなくなりました。

では、次に進みます。今できた等式を良く見ると右側に $-5x$ という部品が残っています。右側からは x の入っている部品はなくなってほしいのですから、左と右に $\boxed{5x}$ をたすことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$7x + \boxed{5x} = 5x - 24 + \boxed{5x}$$

となります。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $7x$ と $\boxed{5x}$ で $\boxed{12x}$ ができます。右側は、$-5x$ と $+5x$ の所が計算できるので 0 ができます。（まあ、そうなるようにたくらんだということですね。）ですから、右側は -24 だけになります。よって、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$12x = \boxed{-24}$$

となるわけです。これで、右側にいた $-5x$ はいなくなりました。

次に進む前に、ここでもう 1 度、念のため、式変形の目標を思い出して起きましょう。たしか、。**謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良い**のでしたね。それでは、今できた等式をを良く見てみましょう。左側は $12x$ という部品ですね。ということは、x の前についている 12 がじゃまです。右側には、もう、x の入っている部品はありません（右側は、目標達成ですね)。ですから、左側の $12x$ で、x の前についている 12 をなくすために、等式の左と右を $\boxed{12}$ でわることにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$\frac{12x}{\boxed{12}} = \frac{-24}{\boxed{12}}$$

となります。では、この等式の左側と右側の見かけをマシにしましょう。左側では、もちろん、分子の $12x$ についている 12 と、分母の $\boxed{12}$ は約分できるので 1 ができます。（そ

うなるように、たくらんでいたのですよね。）ですから、左側は x だけになります。一方右側は -24 と $\boxed{12}$ を約分して $\boxed{-2}$ ができます。ですから、今できた等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$x = \boxed{-2}$$

となりますね。これで目的は達成できました。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は $\boxed{-2}$ だよ」っていう意味ですよね。

本文へ戻る

問 19.

(1) 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 4 をかけてからさらに 7 をひいてできる数」と、「この謎の数 x に 7 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」は等しくなるそうです。

ということですから方程式を作ると

$$4x - 7 = 7x + 2$$

となります。

(2) 「等式を変形するときにやっても良いこと」を使って $4x - 7 = 7x + 2$ という方程式を変形し謎の数を発見します。次のように変形して謎の数を発見することができます。

$$4x - 7 = 7x + 2$$

という等式の左側と右側から $7x$ をひくと

$$4x - 7 - 7x = 7x + 2 - 7x$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$-3x - 7 = 2$$

となります。

次にこの式の左側と右側に 7 をたすと

$$-3x - 7 + 7 = 2 + 7$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$-3x = 9$$

となります。

次にこの式の左側と右側を -3 でわると

$$\frac{-3x}{3} = \frac{9}{-3}$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$x = -3$$

となります。これで謎の数 x が発見できました。

本文へ戻る

問 20. 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 3 をたしてからさらに -4 をかけてできる数」と、「6 からこの謎の数 x をひいたものにさらに 5 をかけてできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

「謎の数 x に 3 をたしてからさらに -4 をかけてできる数」を式にしてみると、

$$\boxed{-4(x+3)}$$

ですよね。また、「6 からこの謎の数 x をひいたものにさらに 5 をかけてできる数」を式にすると、

$$\boxed{5(6-x)}$$

ですね。問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$-4(x+3) = \boxed{5(6-x)}$$

という方程式を作ればよいですね。

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良いのですね。それでは、この等式の左側と右側をよく見てみましょう。左側には x の入った部品があります。$(x+3)$ というひとかたまりのものがありますね。そして、x はかっこの中にありますね。そうすると、このかたまりの中から、とにかく x を取り出す必要があるようです。つまり、x とくっついている $+3$ を切り離す必要があるということです。かっこがある限り、x と $+3$ はくっついたままなのですから。ですから、この等式の左と右に何かをする前に（つまり、「等式を変形するときにやってもよいこと」をする前に)、左側でかっこをはずし、左側の見かけをマシにしましょう。そのためには、分配法則が役にたちますよね。分配法則を使うと、左側は $\boxed{-4x-12}$ となりますね。これで、左側の見かけはマシになりました。また、右側も、かっこのついたかたまりの中に x が入っていますね。ですから、右側も、分配法則を使って、かっこをはずしましょう。そうすると、右側の見かけは $\boxed{30-5x}$ となります。これで、右側の見かけもマシになりました。というわけで、この等式は、

$$\boxed{-4x-12} = 30-5x$$

となるわけです。

では、次に進みましょう。この等式の左側では $\boxed{-12}$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右に $\boxed{12}$ をたします。すると、とりあえず、

$$-4x-12+\boxed{12} = 30-5x+\boxed{12}$$

となりますね。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{-4x}$ だけになりますね。右側は、$42-\boxed{5x}$ となりますね。ですから、今できた等式の左と右

をマシにすると、

$$-4x = \boxed{42 - 5x}$$

となるわけです。これで、左側にいた -12 はいなくなりました。

では、次に進みます。今できた等式を良く見ると右側に $-5x$ という部品が残っています。右側からは x の入っている部品はなくなってほしいのですから、左と右に $\boxed{}$ をたすことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$-4x + \boxed{5x} = 42 - 5x + \boxed{5x}$$

となります。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{x}$ ができます。右側は、 $\boxed{42}$ ができます。よって、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$x = \boxed{42}$$

となるわけです。これで、右側にいた $-5x$ はいなくなりました。

それでは、今できた等式をを良く見てみましょう。これで目的は達成できていますね。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は $\boxed{42}$ だよ」っていう意味ですよね。

本文へ戻る

問 21.

(1) 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 4 をかけてからさらに 2 をたしてできる数」と、「この謎の数 x に 5 をたしてからさらに 2 をかけてできる数」は等しくなるそうです。

ということですから方程式を作ると

$$4x + 2 = 2(x + 5)$$

となります。

(2) 「等式を変形するときにやっても良いこと」を使って $4x+2=2(x+5)$ という方程式を変形し謎の数を発見します。次のように変形して謎の数を発見することができます。

「等式を変形するときにやっても良いこと」を使う前に分配法則を使って右側のかっこをはずします。すると

$$4x+2=2x+10$$

となります。

ではいよいよ「等式を変形するときにやっても良いこと」を使って変形していきます。

$$4x+2=2x+10$$

という等式の左側と右側から $2x$ をひくと

$$4x+2-2x=2x+10-2x$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$2x+2=10$$

となります。

次にこの式の左側と右側から 2 をひくと

$$2x+2-2=10-2$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$2x=8$$

となります。

次にこの式の左側と右側を 2 でわると

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$x = 4$$

となります。これで謎の数 x が発見できました。

本文へ戻る

問 22. 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 3 をたしてからさらに 6 でわってできる数」と、「この謎の数 x を 2 倍してから 4 をひいた数を作り、それをさらに 3 でわってできる数」は等しくなるそうです。では、x はいくつなのか考えることにします。

「謎の数 x に 3 をたしてからさらに 6 でわってできる数」を式にしてみると、

$$\frac{\boxed{x+3}}{\boxed{6}}$$

ですよね。

また、「謎の数 x を 2 倍してから 4 をひいた数を作り、それをさらに 3 でわってできる数」を式にすると、

$$\frac{2x-4}{\boxed{3}}$$

ですね。問題によれば、この 2 つの数は等しいので、

$$\frac{x+3}{6} = \boxed{\frac{2x-4}{3}}$$

という方程式を作ればよいですね。

謎の数 x を発見するためには、この等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなるようにすれば良いのですね。

うーん、左側にも右側にも分数があってじゃまな感じがします。。そうだ、良いことを思いつきました。まず、この等式の左と右に $\boxed{6}$ をかけてしまいましょう。そうすると、とても良いことが起きるのです。あなたもそう思いませんか？ではやってみます。左と右に $\boxed{6}$ をかけると、とりあえず、

$$\frac{x+3}{6} \times \boxed{6} = \frac{2x-4}{\boxed{3}} \times \boxed{6}$$

となりますね。それでは、次へ行く前に今できた等式の左側と右側をマシにしましょう。左側では $\dfrac{x+3}{6}$ の分母にある 6 と今かけた $\boxed{6}$ が約分できるので左側は $\boxed{x+3}$ となりますね。一方、右側は、$\dfrac{2x-4}{\boxed{3}}$ の分母にある $\boxed{3}$ と今かけた $\boxed{6}$ が約分できて $(2x-4) \times \boxed{2}$ となりますが、これはさらに分配法則を使うと $4x - \boxed{8}$ となります。ですから、さっきできた等式の左側と右側をマシにすると、

$$x + \boxed{3} = 4x - 8$$

となるわけです。

では、次に進みましょう。この等式の左側では $\boxed{3}$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右から $\boxed{3}$ をひきます。すると、とりあえず、

$$x + \boxed{3} - \boxed{3} = 4x - 8 - \boxed{3}$$

となりますね。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{x}$ だけになりますね。右側は、$4x - \boxed{11}$ となりますね。ですから、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$x = \boxed{4x - 11}$$

となるわけです。これで、左側にいた +3 はいなくなりました。

では、次に進みます。今できた等式を良く見ると右側に $4x$ という部品が残っています。右側からは x の入っている部品はなくなってほしいのですから、左と右から $\boxed{4x}$ をひく

ことにしましょう。そうすると、とりあえず、

$$x - \boxed{4x} = 4x - \boxed{11} - 4x$$

となります。次に進む前に、今できた等式の左と右をマシにしましょう。左側は $\boxed{-3x}$ ができます。右側は、 $\boxed{-11}$ ができます。よって、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$-3x = \boxed{-11}$$

となるわけです。これで、右側にいた $4x$ はいなくなりました。

次に進みます。この等式の左側では $-3x$ という部品の x の前についている $\boxed{-3}$ がじゃまです。ですから、この等式の左と右を $\boxed{-3}$ でわります。すると、とりあえず、

$$\frac{-3x}{\boxed{-3}} = \frac{\boxed{-11}}{\boxed{-3}}$$

となりますね。この等式の左と右をマシにすると、

$$x = \frac{\boxed{11}}{\boxed{3}}$$

となります。

それでは、今できた等式をを良く見てみましょう。これで目的は達成できていますね。**等式の左側が x だけになり、右側からは x が入ったものがなくなったのです。**ですから、謎の数は発見できたのです。だって、今できた等式って、「謎の数 x は $\boxed{\dfrac{11}{3}}$ だよ」っていう意味ですよね。

本文へ戻る

問 23.

(1) 謎の数 x があるとします。「この謎の数 x に 9 をたしたものをさらに 2 でわってできる数」と「この謎の数 x に $\dfrac{1}{5}$ をかけてからさらに 3 をたしてできる数」と、は等しくなるそうです。

ということですから方程式を作ると

$$\frac{x+9}{2} = \frac{1}{5}x + 3$$

となります。

(2) 「等式を変形するときにやっても良いこと」を使って $\frac{x+9}{2} = \frac{1}{5}x + 3$ という方程式を変形し謎の数を発見します。次のように変形して謎の数を発見することができます。

この式の左側と右側に 10 をかけます。すると

$$\frac{x+9}{2} \times 10 = \left(\frac{1}{5}x + 3\right) \times 10$$

となりますが, この式の見かけをマシにすると

$$(x+9) \times 5 = \frac{1}{5}x \times 10 + 3 \times 10$$

さらには

$$5x + 45 = 2x + 30$$

となります。

次にこの式の左側と右側から 45 をひくと

$$5x + 45 - 45 = 2x + 30 - 45$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$5x = 2x - 15$$

となります。

次にこの式の左側と右側から $2x$ をひくと

$$5x - 2x = 2x - 15 - 2x$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$3x = -15$$

となります。

次にこの式の左側と右側を 3 でわると

$$\frac{3x}{3} = \frac{-15}{3}$$

となりますが、この式の見かけをマシにすると

$$x = -5$$

となります。これで謎の数 x が発見できました。

本文へ戻る

問 **24.**

(1) $x = -4$

(2) $x = -12$

(3) $x = 10$

(4) $x = -2$

(5) $x = 7$

(6) $x = 13$

(7) $x = 2$

(8) $x = 150$

(9) $x = \frac{8}{3}$

(10) $x = -160$

(11) $x = \frac{46}{3}$

(12) $x = 4$

本文へ戻る

問 **25.**

(1) $x = -18$

(2) $x = -5$

(3) $x = \frac{25}{4}$

(4) $x = -\frac{52}{3}$

(5) $x = -7$ (6) $x = 7$

(7) $x = -19$ (8) $x = 11$

本文へ戻る

問 26. パンとジュースを買う話です。今はパンの値段は秘密にしておきます。ジュースは 1 本 110 円です。パン 7 個とジュース 2 本を買いました。1000 円出してみたら、おつりは 220 円でした。では、パン 1 個の値段は何円だったのか考えていくことにします。

この問題では、パン 1 個の値段が「謎の数」なのですね。そして、パン 1 個の値段を知りたいのですよね。ほら、「方程式の出番だ」って思いませんか。だって、方程式って「謎の数を発見するために使う式」ですよね。

問題をもう 1 度よく読んで、方程式を作ることにしましょう。

パン 1 個の値段が「謎の数」なのですから、 $\boxed{\text{パン}}$ 1 個の値段が x 円であると考えることにしましょう。（何円なのかわからないので、文字を使って、x 円なぁんて言うことにしたのですよ。）

それでは、このお話に書いてある順番どおりに考え、式を作っていくことにします。

まずパン 7 個とジュース 2 本を買ったのですよね。

そうすると、まずパンの代金ですが、パン 1 個の値段は x 円と考えることにしてあるので、パン 7 個分の代金は

$$\boxed{7x}\,(\text{円})$$

ですよね。

また、ジュースの代金ですが、ジュースは 1 本 110 円で 2 本買ったのでジュース全部の代金は、110×2、つまり、

$$\boxed{220}\,(\text{円})$$

ですね。

　ということは、全部の代金、つまり合計の代金は、

$$\boxed{7x} + \boxed{220}\ (円)$$

ですね。

　たしか 1000 円を出して支払ったのでしたね。おつりを表す式を、さっき作った式（つまり全部の代金の式）を使って作ることにしましょう。おつりは支払ったお金から全部の代金をひけば求められるので、

$$1000 - \left(\boxed{7x + 220}\right)\ (円)$$

と表されますね。

　ここまでで、このお話に登場するいろいろな量を「文字 x の入った式」であらわすことができましたね。

　ところで、問題によると、おつりはたしか 220 円でしたね。ということは、さっき作ったおつりを表す式と $\boxed{220}$ は等しいということになりますね。このように考えると、

$$\boxed{1000 - (7x + 220)} = 220$$

というように、「=」でつながった式ができます。これが、謎の数を発見するための式になるのですよね。（つまり、これが、この問題を解くための方程式なのです。）

　謎の数を発見するための式ができました。ですから、あとは、この方程式を解いて、謎の数を発見すればよいのです。そのための練習は、前の節でしてありますね。ですからこの先は、あなた一人でもできるはずです。では、おまかせします。5 分待つので、謎の数 x を発見してください。

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

はい 5 分たちました。謎の数、見つけられましたか？謎の数 x の正体は $\boxed{80}$ ですよね。ではここで、そもそも x ってなんだったか思い出しましょう。たしか、この問題を解くとき、最初に、**パン 1 個の値段が** x **円であると考える**ことにしたのですよね。ですから、パン 1 個の値段は $\boxed{80}$ 円ということですね。これで、この問題は解決しました。 本文へ戻る

問 27.

(1) バラ 1 本の値段は 210 円でバラは全部で 6 本買ったのでした。ですからバラ全部の代金は 210×6、つまり、

$$1260\,(円)$$

とあらわされます。

(2) チューリップ 1 本の値段は x 円であると考えることにしました。そしてチューリップは全部で 3 本買ったのでした。ですからチューリップ全部の代金は

$$3x\,(円)$$

とあらわされます。

(3) バラとチューリップ全部の代金は

$$1260 + 3x\,(円)$$

とあらわされます。

(4) 問題のよると、 バラとチューリップ合計の代金は 1710 円ですから

$$1260 + 3x = 1710$$

という方程式を作ることができます。

(5)

$$1260 + 3x = 1710$$

という方程式を解くと

$$x = 150$$

となります。この問題ではそもそも「チューリップ 1 本の値段は x 円である」と考えることにしたのですから、

$$\text{チューリップ 1 本の値段は } 150\,(\text{円})$$

ということになります。

本文へ戻る

問 28.

(1) A さんは、ノート 10 冊と、消しゴム 4 個を買ったのでしたね。ノート 1 冊の値段は x 円で、消しゴム 1 個の値段は 40 円なのですから

$$\text{A さんの支払った代金は } 10x + 160\,(\text{円})$$

ということになります。

(2) B さんは、ノート 3 冊と、消しゴム 8 個を買ったのでしたね。ノート 1 冊の値段は x 円で、消しゴム 1 個の値段は 40 円なのですから

$$\text{B さんの支払った代金は } 3x + 320\,(\text{円})$$

ということになります。

(3) A さんの払った代金は、B さんの払った代金の 2 倍になったのでしたね。ですから

$$10x + 160 = 2(3x + 320)$$

という方程式を作ることができます。

(4)

$$10x + 160 = 2(3x + 320)$$

という方程式を解くと

$$x = 120$$

となります。この問題ではそもそも「ノート 1 冊の値段は x 円である」と考えることにしたのですから、

$$\text{ノート 1 冊の値段は } 120\,(\text{円})$$

ということになります。

本文へ戻る

問 29. 『A さん、B さんという 2 人の人がいます。A さんは初め 780 円持っていて、B さんは初め 630 円持っていました。そして 2 人は同じ本を買いました。そうすると、A さんが持っている残りのお金は、B さんの持っている残りのお金の 2 倍になったそうです。では、本の値段はいくらだったのでしょう。』という問題でしたね。

まず、本の値段は x（円）であると考えることにします。

A さんは初め 780 円持っていたのですからその本を買うと、

$$\text{A さんが持っている残りのお金は } \ 780 - x\,(\text{円})$$

と表されます。

B さんは初め 630 円持っていたのですからその本を買うと、

$$\text{B さんが持っている残りのお金は } \ 630 - x\,(\text{円})$$

と表されます。

A さんが持っている残りのお金は、B さんの持っている残りのお金の 2 倍になったのですから

$$780 - x = 2(630 - x)$$

という方程式を作ることができます。

この方程式を解くと

$$x = 480$$

となります。この問題を解くとき最初に、「本の値段は x（円）である」と考えることにしたのですから

$$本の値段は\ 480\,(円)$$

ということになります。 本文へ戻る

問 **30.**

(1) ノート 1 冊の値段が謎なのですから ノート 1 冊の値段を x 円と考えることにします。

まず、ノートを 15 冊買う場合を考えてみます。

ノート 1 冊の値段を x 円と考えることにしたのですから、ノート 15 冊の代金は $15x$ 円です。ですがこの場合、持っているお金は 20 円あまるのですから

$$持っているお金は\ 15x + 20\ 円$$

とあらわすことができます。

次は、ノートを 18 冊買う場合を考えてみます。

ノート 1 冊の値段を x 円と考えることにしたのですから、ノート 18 冊の代金は $18x$ 円です。ですがこの場合、持っているお金は 220 円たりないのですから

$$持っているお金は\ 18x - 220\ 円$$

とあらわすことができます。

ノートを 15 冊買う場合で考えてもノートを 18 冊買う場合で考えても「持っているお金」は同じはずですから

$$15x + 20 = 18x - 220$$

という方程式を作ることができます。

ではこの方程式を解いて謎の数 x を求めることにします。次のように計算を進め

ることができます。

$$\begin{aligned}15x+20&=18x-220\\15x+20-20&=18x-220-20\\15x&=18x-240\\15x-18x&=18x-240-18x\\-3x&=-240\\-3x\times\frac{1}{3}&=-240\times\frac{1}{3}\\x&=80\end{aligned}$$

x は「ノート 1 冊の値段」を表しているのですから

ノート 1 冊の値段は 80 円

ということになります。

(2) 「ノート 1 冊の値段は 80 円」ということがわかりました。

「持っているお金で、ノートを 15 冊買う場合、20 円あまる」のですから

$$\begin{aligned}\text{持っているお金}&=15\times80+20\\&=1200+20\\&=1220\,\text{円}\end{aligned}$$

ということになります。

補足 :「持っているお金で、ノートを 18 冊買う場合、220 円たりない」という話をもとに考えてもかまいません。その場合は

$$\begin{aligned}\text{持っているお金}&=18\times80-220\\&=1440-220\\&=1220\,\text{円}\end{aligned}$$

ということになります。「持っているお金で、ノートを 15 冊買う場合、20 円あまる」という話をもとに考えたときと同じ答えがちゃんとでます。

本文へ戻る

問 31.

(1) 長いすの数が謎なのですから 長いすの数は x 個と考えることにします。

まず、1 つの長いすに 5 人座る場合を考えてみます。

長いすの数は x 個と考えることにしたのですから、1 つの長いすに 5 人座る場合、座ることのできる人数は $5x$ 人です。ですがこの場合、座れない人が 10 人出るのですから

$$\text{集会にきている人数は } 5x + 10 \text{ 人}$$

とあらわすことができます。

次は、1 つの長いすに 6 人座る場合を考えてみます。

長いすの数は x 個と考えることにしたのですから、1 つの長いすに 6 人座る場合、座ることのできる人数は $6x$ 人です。ですがこの場合、2 人だけ座っている長いすが 1 つできます。つまり、4 人分の席が空いているのです。ですから

$$\text{集会にきている人数は } 6x - 4 \text{ 人}$$

1 つの長いすに 5 人座る場合で考えても 1 つの長いすに 6 人座る場合で考えても「集会にきている人数」は同じはずですから

$$5x + 10 = 6x - 4$$

という方程式を作ることができます。

ではこの方程式を解いて謎の数 x を求めることにします。次のように計算を進め

ることができます。

$$
\begin{aligned}
5x+10 &= 6x-4 \\
5x+10-10 &= 6x-4-10 \\
5x &= 6x-14 \\
5x-6x &= 6x-14-6x \\
-x &= -14 \\
-x\times(-1) &= -14\times(-1) \\
x &= 14
\end{aligned}
$$

x は「長いすの数」を表しているのですから

長いすの数は 14 個

ということになります。

(2) 「長いすの数は 14 個」ということがわかりました。

「1 つの長いすに 5 人座る場合、座れない人が 10 人出る」のですから

$$
\begin{aligned}
\text{集会にきている人数} &= 5\times 14+10 \\
&= 70+10 \\
&= 80\,\text{人}
\end{aligned}
$$

ということになります。

補足 :「1 つの長いすに 6 人座ると、2 人だけ座っている長いすが 1 つできる」という話をもとに考えてもかまいません。その場合は

$$
\begin{aligned}
\text{集会にきている人数} &= 6\times 14-4 \\
&= 84-4 \\
&= 80\,\text{人}
\end{aligned}
$$

ということになります。「1 つの長いすに 5 人座る場合、座れない人が 10 人出る」という話をもとに考えたときと同じ答えがちゃんとでます。

本文へ戻る

問 32.

(1) 学校までの距離は 2400 m ですね。そして姉の歩く速さは毎分 80 m なので、1 分間に 80 進むのですね。ということは、学校に着くまでにかかる時間は、わりざんで、

$$2400 \div 80 = 30\,(\text{分})$$

ですよね。姉は 7:30 に家を出たのですから、8:00 には姉は学校についてしまいますね。

(2) 姉が何分間歩いているのか考えるのですね。姉が家を出発したのは 7:30 でした。弟はそれから 20 分後の 7:50 に家を出発したのでした。弟が出発してからどれだけの時間がたったとしても、姉は弟より必ず 20 分長く歩いているわけです。つまり

弟が家を出発してから時間が x 分たつと、姉は $x + 20$ 分間歩いている

ということになるのです。

(3) 姉の歩く速さは毎分 80 m でしたね。また、(1) を考えた人は、弟が家を出発してから x 分たったとき、姉は $x + 20$ 分間歩いているということがわかったと思います。ということは、姉の歩いた距離は、$80 \times (x + 20)$ (m)、つまり、

$$80(x + 20)\ (\text{m})$$

ですよね。

(4) 弟は自転車で姉を追いかけるわけですが、弟の進む速さは毎分 240 m でしたね。また、弟が家を出発してから x 分たったとき、当たり前ですが弟は x 分間自転車をこいだわけです。ということは、弟の進んだ距離は、$240 \times x$ (m)、つまり、

$$240x\ (\text{m})$$

ですよね。

(5) 弟が姉に追いついたときの話ですよね。追いついたときは 2 人とも同じ所にいるわけです。ということは、姉にとっても、弟にとっても、家からその場所までの距離は同じです。つまり、

弟が姉に追いついたとき、2 人の進んだ距離は同じ

ですよね。

(6) いつ追いつくのかわからないので、わかったフリをして、文字を使って、「弟が家を出発してから x 分後に追いつく」と考えることにしたのですよね。そして (5) で、「弟が家を出発してから x 分後」には、2 人の進んだ距離は同じであるということを確認しましたね。ですから、

$$80(x+20)=240x$$

という方程式を作ることができるのです。

(7) (6) で作った方程式

$$80(x+20)=240x$$

を解くのですね。まず分配法則を使って、左側の見かけをマシにしておきましょう。そうすると、

$$80x+1600=240x$$

となりますね。次は、この等式の左と右から 1600 をひきましょう。そうすると、とりあえず、

$$80x+1600-1600=240x-1600$$

となります。次に行く前に、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$80x=240x-1600$$

となります。次は、この等式の左と右から $240x$ をひきましょう。そうすると、とりあえず、

$$80x-240x=240x-1600-240x$$

となります。次に行く前に、今できた等式の左と右をマシにすると、

$$-160x = -1600$$

となります。次は、この等式の左と右を -160 でわりましょう。そうすると、とりあえず、

$$\frac{-160x}{-160} = \frac{-1600}{-160}$$

となります。今できた等式の左と右をマシにすると、

$$x = 10$$

となります。これで謎の数 x を求めることができました。「弟が家を出発してから x 分後に姉に追いつく」と考えていたわけですが、x は 10 だってわかったので、弟は家を出発してから 10 分後に姉に追いつくということですね。弟は、7:50 に家を出発したのですから、姉に追いつくのは 8:00 ですね。

(8) (1) の答えによると、姉は 8:00 に学校に着く予定になっています。また (7) の答えによると、弟が姉に追いつくのは 78:00 の予定です。ギリギリ追いつきますね。

本文へ戻る

問 33. 山に登ってきました。

ふもとから山頂までは、分速 50 m で登りました。

山頂からふもとへ帰ってくるときは、分速 90 m で下りました。

そうしたら、のぼりにかかった時間とくだりにかかった時間は 40 分違っていました。

ふもとから山頂までは何 m あったのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数、式、言葉を書きなさい。

こういう問題を考えるときは、なるべく素直に考えるとうまくいきます。「ふもとから、山頂までは何 m あったのか」を知りたいのですから、「ふもとから山頂までの距離」を文字を使って x m と考えることにするのです。このように、求めるものを x とおいた後は、

このお話をもう 1 度よく読んでお話どおりの順番に考えていくとたいていうまく行きます。このお話をよく読んで、問題を解決するために鍵となる量を 1 つ 1 つ順番に文字 x の入ったと式として表していくのです。そして「のぼりにかかった時間とくだりにかかった時間は 40 分違っていた」ということを頼りに方程式を作るのです。

まず、ふもとから山頂へ行ったのでしたね。たしか分速 50 m の速さで登ったのでした。「速さ」などという言葉が出てくるとき気になるのは、「速さ」のほかには「距離」とか「時間」のことですね。では、「速さ」、「距離」、「時間」のうちのどれを文字 x の入ったと式としてあらわすことにしましょうか。「速さ」は分速 50 m に決まっているので、文字 x の入ったと式としてあらわすとしたら「距離」とか「時間」ですよね。ですから、ここであなたが何かをするとしたら、「ふもとから山頂までの距離を文字 x の入った式として作ること」か、「ふもとから山頂までにかかった時間を文字 x の入った式として作ること」のどちらかですね。ではどっちにしましょうか。そりゃぁもちろん、「ふもとから山頂までにかかった時間を文字 x の入った式として作ること」のほうですね。だって、この問題を解くにあたって、文字を使って「ふもとから、山頂までの距離は $x\,\mathrm{m}$」と考えることにしたのですから、「ふもとから山頂までの距離を文字 x の入った式として作ること」をしても x という式になるだけです。何も進歩しないですよね。とうわけで、「ふもとから山頂までにかかった時間を文字 x の入った式として作ること」にします。のぼりでは、$x\,\mathrm{m}$ の距離を毎分 50 m の速さで登っていたのですから、行きにかかった時間を文字 x の入った式で作ると、

$$\frac{\boxed{x}}{\boxed{50}}\,(分)$$

ですね。

次は、帰りの話に進みましょう。行きの話と同じようにして、「帰りにかかった時間を文字 x の入った式として作ること」にしましょう。行きも帰りも距離は変わるわけないですね。ですから、帰りは、$x\,\mathrm{m}$ の距離を毎分 90 m の速さで下ったわけです。ですから、

帰りにかかった時間を文字 x の入った式で作ると、

$$\frac{\boxed{x}}{\boxed{90}}\ (\text{分})$$

ですね。

これで、行きの話と帰りの話まで考えが進みました。あと残っている話は「のぼりにかかった時間とくだりにかかった時間は 40 分違っていました」というところですね。行きの速さは帰りの速さより遅いので、これはもちろん、$\boxed{\text{行き}}$ にかかった時間が帰りにかかった時間より $\boxed{40}$ 分多いということですね。これこそこの問題を解く手がかりです。さっきまでに作った「行きにかかった時間をあらわす式」と「帰りにかかった時間をあらわす式」を使えば、この手がかりから、

$$\frac{\boxed{x}}{\boxed{50}} = \frac{\boxed{x}}{\boxed{90}} + \boxed{40}$$

という方程式を作ることができますね。

この方程式をがんばって解くと、謎の数 x は $\boxed{4500}$ であることがわかります。この問題を解きはじめるときに、$\boxed{\text{ふもとから山頂までの距離}}$ を $x\,\mathrm{m}$ とおいたわけですから、ふもとから山頂までは $\boxed{4500}\,\mathrm{m}$ ですね。

本文へ戻る

問 34. 「お父さんの年齢が健太君の年齢の 3 倍になるのは今から何年後ですか」という問題ですから、

今から x 年後にお父さんの年齢が健太君の年齢の 3 倍になる

と考えることにしましょう。

現在健太君は 13 歳ですから、今から x 年後には健太くんの年齢は

$$13 + x\ \text{歳}$$

ということになりますね。

また現在健太君のお父さんは 47 歳ですから、今から x 年後には健太くんのお父さんの年齢は

$$47 + x \text{ 歳}$$

ということになりますね。

そうすると、今から x 年後にお父さんの年齢が健太君の年齢の 3 倍になると考えているのですから

$$47 + x = 3(13 + x)$$

という方程式を作ることができます。

それではこの方程式を解くことにしましょう。次のように計算を進めることができます。

$$\begin{aligned}
47 + x &= 3(13 + x) \\
47 + x &= 39 + 3x \\
47 + x - 47 &= 39 + 3x - 47 \\
x &= 3x - 8 \\
x - 3x &= 3x - 8 - 3x \\
-2x &= -8 \\
\frac{-2x}{-2} &= \frac{-8}{-2} \\
x &= 4
\end{aligned}$$

これで謎の数 x が発見できました。そもそもこの問題を考え始めるとき、x は何をあらわすことにしたのかというと、「今から x 年後にお父さんの年齢が健太君の年齢の 3 倍になる」ということにしたのですから、もちろんこの問題の答えは

今から 4 年後にお父さんの年齢が健太君の年齢の 3 倍になる

ということですね。

本文へ戻る

問 35.

(1) ボールペン 1 本の値段を x 円とします。

持っているお金では、7 本買うと 180 円あまるのですから

持っているお金は $7x + 180$ 円

とあらわすことができます。

また、持っているお金では、10 本買うと 150 円たりないのですから

持っているお金は $10x - 150$ 円

とあらわすことができます。

どちらの考えでも持っているお金は同じはずなのですから

$$7x + 180 = 10x - 150$$

という方程式を作ることができます。

この方程式を解くことにします。次のように計算をしていくことができます。

$$\begin{aligned} 7x + 180 &= 10x - 150 \\ 7x + 180 - 180 &= 10x - 150 - 180 \\ 7x &= 10x - 330 \\ 7x - 10x &= 10x - 330 - 10x \\ -3x &= -150 \\ \frac{-3x}{-3} &= \frac{-330}{-3} \\ x &= 110 \end{aligned}$$

謎の数 x が発見できました。そもそもこの問題を考え始めるとき、x は何をあらわすことにしたのかというと、「ボールペン 1 本の値段を x 円」ということにしたのですから、もちろんこの問題の答えは

ボールペン 1 本の値段は 110 円

ということですね。

(2) 「持っているお金では、7 本買うと 180 円あまる」ということを手掛かりに、持っているお金を求めることにします。

さっき、ボールペン 1 本の値段は 110 円ということがわかったのですから、

$$\begin{aligned}\text{持っているお金} &= 7 \times 110 + 180 \\ &= 770 + 180 \\ &= 950 \text{ 円}\end{aligned}$$

ということになりますね。

本文へ戻る

問 36. A 地点から C 地点までの距離を x km とします。

問題をよく読んで、この問題を解くために必要な量を問題に出てくる順に作っていきます。

まず、A 地点から C 地点まで行くのにかかった時間を x の入った式で表します。A 地点から C 地点までの距離は x km で、その距離を自転車で時速 12 km の速さで進んだのですから、

$$\text{A 地点から C 地点まで行くのにかかった時間は } \frac{x}{12} \text{ 時間}$$

と表すことができます。

次に、C 地点から B 地点まで行くのにかかった時間を x の入った式で表します。C 地点から B 地点までの距離は $7 - x$ km で、その距離を歩いて時速 4 km の速さで進んだのですから、

$$\text{C 地点から B 地点まで行くのにかかった時間は } \frac{7 - x}{4} \text{ 時間}$$

と表すことができます。

これでこの問題を解くために必要な量をすべて x の入った式で表すことができました。それでは先に進みます。「A 地点から B 地点まで全部で時間は 45 分かかりました。」ということでしたね。このことからこの問題を解くための方程式を作ることができます。ただ

し、45 分というのは $\dfrac{3}{4}$ 時間であることに注意しましょう。すると

$$\frac{x}{12} + \frac{7-x}{4} = \frac{3}{4}$$

という方程式を作ることができます。

この方程式を解くことにします。次のように計算をしていくことができます。

$$\frac{x}{12} + \frac{7-x}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{x}{12} + \frac{7-x}{4}\right) \times 12 = \frac{3}{4} \times 12$$

$$\frac{x}{12} \times 12 + \frac{7-x}{4} \times 12 = \frac{3}{4} \times 12$$

$$x + (7-x) \times 3 = 9$$

$$x + 21 - 3x = 9$$

$$-2x + 21 = 9$$

$$-2x + 21 - 21 = 9 - 21$$

$$-2x = -12$$

$$-2x \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -12 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x = 6$$

謎の数 x が発見できました。そもそもこの問題を考え始めるとき、x は何をあらわすことにしたのかというと、「A 地点から C 地点までの距離を x km」ということにしたのですから、もちろんこの問題の答えは

A 地点から C 地点までの距離は 6 km

ということですね。

本文へ戻る