正負の数

2015 年 7 月 1 日

目次

このテキストの使いかた

日頃の学習では・・・

- テキストをていねいに読んでいきましょう。

  このテキストは、きちんと言葉を使っててていねいな説明が書かれています。記号や数式が並んでいるだけの、意味不明のものではありません。ひとことひとこと言葉を大切にして、解き方ではなく考え方を学び取るようにしてください。そして、書いてあることに対して、「あーそういうことか」とか「えーよくわからない」とか「これ、ちがうんじゃないの？」といった反応をしてください。数学は自分の頭を使って考えていく科目ですから立ち止まって考えることがとても大切なのです。

- テスト直前に勉強を始めるのではなく、テストで力を発揮できるように前もって準備をしておきましょう。

  数学のように、自分の頭を使って「あーでもない、こーでもない」と考えながら学んでいく科目では、学習を始めてからしばらくの間はなかなか成果が出ない事があります。しかし少し我慢をして学習を続けていくうちに、あるとき、驚くような力が付いていることに気づくことがあります。 つまり、実力は初めのうちはゆっくり伸びていき、あとからぐんと伸びることが多いのです。

- 例題を学ぶときには、解答を読む前に、できればまず自分の力で解くことができるかどうか試してみましょう。

  数学の学習では、誰かから教わっただけのことよりも自分で悩んで考えたことの

ほうがよく身につきます。紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。

- 例題の学習ができたら、この問題がテストに出ても自分の力だけで解けるかどうか想像してみましょう。そして心配なものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- 問はもちろん、まず自分の力で解くことができるかどうか試してみてください。

  紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。そうすれば理解が深まるでしょう。

- 問を解き終わって答え合わせをしたら、間違ったものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- ひとつのひとつの節を読み終わったら、どんなことをその節で学んだのか思い出して「あらすじ」を言えるようにしておきましょう。紙と筆記用具を用意して、誰かにあらすじを伝えるにはどんなふうに説明すればよいか考え、文章を書いてみるととても効果があります。

  中学生に「今日は学校の数学の授業でどんなことを勉強したの？」と聞いてみると、「えーと、何だっけ、そうだ、傾きとか習った。」と断片的なことを言えたりすることはあるのですが、改めて、「へぇ、ところで傾きってなんなの？」と聞いてみると「えー、何だっけ、そうだ、なんか計算したり直線を描いてた。」ぐらいの答えしか返ってこないことが多いのです。専門用語を正しく言えるようになることも必要なことかもしれませんが、そんなことより大切なのは「どんなお話を学んだのか」ということです。数学は意味の無い記号操作を学ぶ科目ではなく、ちゃんとしたストーリーがあるものを学んでいるのです。ですから「お話のあらすじ」を理

解しておくことが大切なのです。

定期テスト対策では・・・

「日頃の学習」のところにも書いてありますが、数学のような科目は力がつくまでに時間のかかる科目です。テストに備えて十分な日数を確保しておきましょう。そして、「日頃の学習」で心配な例題や間違った問にちゃんと印を付けているとテスト対策が楽になります。

- テキストから試験範囲の例題や問を探して、印のついていないものがちゃんと解けるかどうか試してみましょう。
- 印を付けた例題や問を繰り返し復習して、テストに出ても大丈夫な問題を少しでも増やしておきましょう。

第1章

正負の数

1.1　数の世界

はるか遠い昔の原始時代のことを想像してみることにしましょう。人々はほら穴に住んでいました。そして動物、鳥、魚を捕まえたり、木の実を取って生活していました。

ところで、あなたは、どんな数を知っていますか？もし、あなたが小学校で算数を勉強したのなら、1、2、3、4、5、6 、$\cdots$ のような数だけではなく、0.3、5.3、18.34 のような小数、さらには $\frac{1}{4}$、$\frac{3}{5}$、$\frac{17}{2}$、$\frac{23}{14}$ のような分数も知っているでしょう。それでは、原始時代の人々は、このような数を知っていたのでしょうか。どう思いますか？原始時代には「学校」などというものはありません。あなたとは違って、算数を学校で習うことはできないのです。そこで、原始時代の人々の生活を思い出してみましょう。彼らは、食べ物を得るために狩や漁をしたり、森へ行き木の実をとったりするのですね。人類が誕生してすぐの頃のことはなかなか簡単にはわかりませんが、そのうち、とってきた獲物や木の実を「数えた」人が現れたはずです。とってきた獲物を 1 匹、2 匹、3 匹 $\cdots$ と数えたのです。「数える」ということをしたときに、人類は「数」と初めて出会ったのです。ですから、人類が初めて使った数は 1、2、3、4、$\cdots$ のような数です。物を数えるという行為を通して、最も自然に、1、2、3、4、$\cdots$ のような数と出会ったのです。ですから 1、2、3、4、5、6、7、8、$\cdots$ のような数は**自然数**と呼ばれています。

ところであなたは、「0」という数も知っていますよね。例えば、「りんごが 0 個ある」と

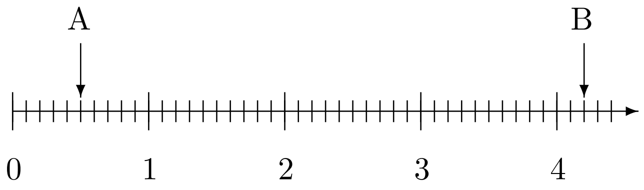
言ったら、りんごが全くないということですね。でも、原始時代の人々は「0」という数を知っていたのでしょうか。さっきまでの話を思い出してみると、人類は「物を数える」ということをした時、初めて「数」と出会ったのですね。獲物を 1 匹、2 匹、3 匹 $\cdots$ と数えるとき、1、2、3、$\cdots$ のような数を使ったのです。ではもし獲物が 1 匹もなかったらどうでしょう。何もないんだから数えたりしまませんよね。数えないんだから、数なんか使いませんよね。ですから原始時代の人々は、「0」のような「気のきいた数」は知らなかったはずです。実は、かなり後の時代になってから、インドの人たちが「0」という数を使い始めたといわれています。物が 1 個もないとき、「物が 0 個ある」と言うようになったのです。何もないのに、数を使って「0 個」なんて数えるのです。すごい事を考え出したものです。

さらに時代が進むにつれ、人類はもっといろいろな数を見つけるようになりました。物を数えているだけだったら、0.3、11.25、3.912 のような小数や、$\dfrac{2}{5}$、$\dfrac{7}{18}$、$\dfrac{26}{7}$ のような分数を知ることはなかったでしょう。(だれですか？「知らないままのほうがよかったのに」なんて言っているのは。）例えば分数は「物を等しく分ける」ということを考えるときに出会う数ですね。1 枚のピザを兄弟 3 人で等しく分けようとするとき、「1 人分は $\dfrac{1}{3}$ 枚」と言ったりするわけです。

このようにして人類は、日々の生活で行われているいろいろな行動を通して、数の世界を広げてきたのです。そしてあなたは小学校を卒業するまでに、1、2、3、4、5、64、$\cdots$ のような自然数だけではなく、0、さらには 5.21、4.3、106.219 のような小数や $\dfrac{8}{5}$、$\dfrac{50}{19}$、$2\dfrac{1}{7}$ のような分数を知ることになったのです。でも、数の世界はこれで全部なのでしょうか？

1.2　正の数、負の数の世界へようこそ

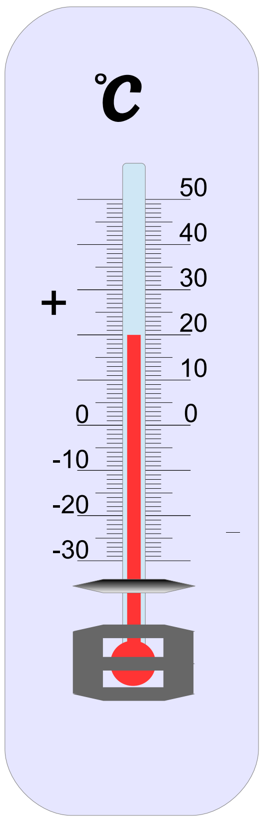
まず「小学校で習った数直線」についておさらいします。



右に描かれているのは「小学校で習った数直線」です。この数直線には 0、1、2、3、4 という数字だけが書かれていますが、もちろんこのほかにもたくさんの数がこの数直線の上に乗っています。例えば A のところには 0.5 が乗っていて、B のところには $\dfrac{21}{5}$（小数で表すと 4.2）が乗っています。わかりますか？全部の数を書くのは大変、というより無理なので 0、1、2、3、4 しか書かなかったのです。この数直線の上には、数たちがすき間なくびっしりと並んでいるのです。

この数直線は 4 よりちょっと先までしか描いててありませんが、もちろんさらに右へ限りなく伸びています。やはり全部書くのは無理なので 4 よりちょっと先までしか描いていないのです。

ところで、0 より左側はどうなっているのでしょうか。この数直線は 0 より左には何もありません。でも、もしかすると、まだ、私たちの知らない「数の世界」があるのでしょうか？



このことを考えるために、身の回りに何か良いものはないか探してみることにします。えーと、なにかいいものはないですかねぇ。あー、そうそう、良いものを思いつきました。それは「温度計」です。「温度計」といっても、デジタル式で数字しか出ないものはだめです。昔ながらの、アナログ表示の温度計でないといけません。

右の絵を見てください。これが、昔ながらのアナログ表示の温度計です。真ん中のところにはガラスでできた細い管があり、この管の中には赤い色の液体が入っています。赤い色の液体は、気温が高いと上のほうへ伸びていき、気温が低いと下のほうへ縮んでいきます。赤い色の液体の一番上の所の目盛りの数値を読むと、そのときの気温がわかる仕組みになっています。

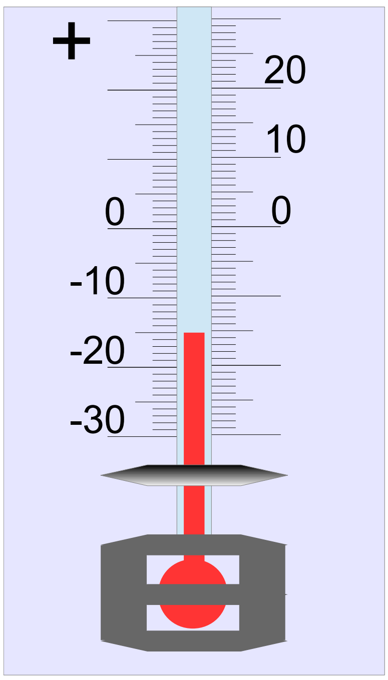
ところでこの目盛りですが、数直線にそっくりですよね。さっき、数直線は横向きに書いてありましたが、この温度計の目盛りは縦に数が並んでいます。だから、温度計の目盛りは、数直線を縦に描いたものと思えばよいですね。この温度計の数直線は上に行くほど大きい数が並んでいます。では、下に行くとどうなるのでしょうか。もちろん、どんどん小さい数が出てくるのですが、アレッ、0 より下にも数が書いてあるではありませんか。でも、0 より下に書いてある数は、小学校で習った数とは違うみたいです。数の前に「マイナス」のマークがついています。-10、-20、-30 といった「数」が書いてありますね。でも、これってどういうことなのか、たぶんあなたは知っていますよね。「気温が -10 °C である」と言ったら、「0 °C より 10 °C 低い気温」という意味ですよね。冬の寒い日や、北方の寒い地域では、気温がよく、「マイナス」になるのをあなたは知っていますよね 。気温のことを考えてみると温度計には 0 より下の世界が あるのですから、数直線でも 0 より左側に数の世界があるということになりますね。

例題 1　以下の問題に答えなさい。

(1)　右の絵の温度計を良く見てください。
これは、ある日の気温を温度計で計ってみたものです。この日の気温は何 °C ですか。

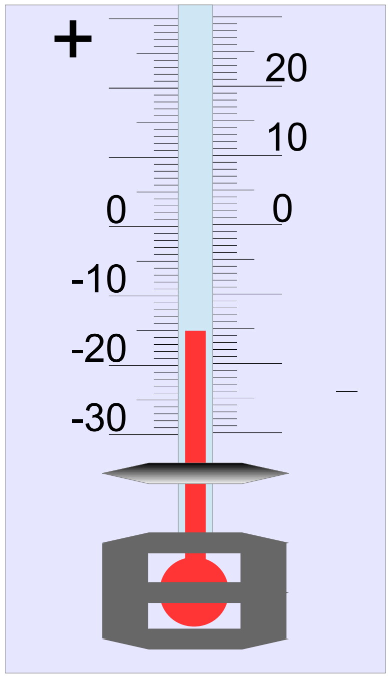
(2)　0 °C より 4 °C 低い気温は何 °C ですか。

(3)　0 °C より 6.2 °C 低い気温は何 °C ですか。



解答

(1) 右の絵をよく見てください。あなたのためにもう一度温度計の絵を描いておきました。色のついた液体の一番上の所の目盛りを読んでみましょう。-10 から下へ 5 目盛り下がった所ですから -15 °C (マイナス 15 度と読みます) の所ですね。ですから、この日の気温は -15 °C です。つまり、この日の気温は 0 °C より 15 °C 低い気温ですね。

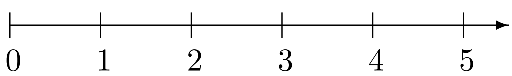


(2) 0 °C より 4 °C 低い気温は -4 °C (マイナス 4 度と読みます）ですよね。

(3) 0 °C より -6.2 °C 低い気温は -6.2 °C (マイナス 6.2 度と読みます）ですよね。

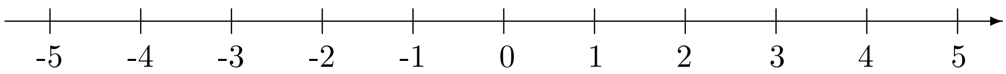
それでは、数直線の話に戻りましょう。温度計の目盛りは縦についていました。上へ行くほど大きい数が並んでいて、下へ行くほど小さい数が並んでいます。そして 0 より下側にも数が並んでいました。ところで数直線ですが、数学では多くの場合、横向きに数直線を描きます。そして、普通は、右へ行くほど大きな数が並んでいて、左へ行くほど小さな数が並んでいるのです。温度計で 0 より下側の世界があるのですから、数直線では 0 より左側に 0 より小さい数の世界があるということになりますね。

右の数直線は「小学校で習った数直線」です。この数直線には 0 より左側の世界はありません。



次の数直線は「マイナスの世界がある数直線」です。この数直線には 0 より左側の世界

があり、そこにマイナスの数たちが並んでいます。

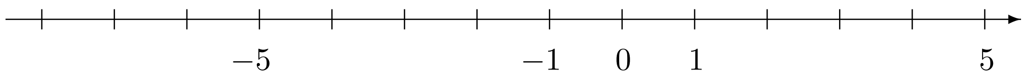


数直線では、左へ行けばいくほど小さい数が現れます。例えば 0 より 1 目盛り左へいくと -1 という数が現れ、0 より 2 だけ左へいくと -2 という数が現れ、0 より 3 だけ左へいくと -3 という数が現れ $\cdots$ といった具合です。

例題 2　0 より 7 だけ小さい数のことを考えることにします。

(1)　0 より 7 だけ小さい数は何ですか？

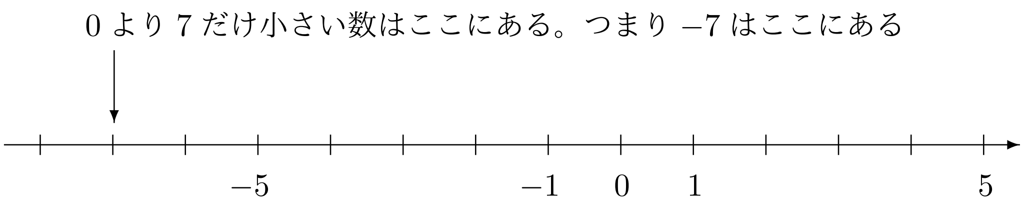
(2)　0 より 7 だけ小さい数の場所を探して次の数直線に書きなさい。



解答

(1) 0 より 7 だけ小さい数は -7 ですよね。

(2) 0 より 7 だけ小さい数は 0 から左へ 7 目盛り進んだところにあるはずです。ですから次の図で示されている場所にあることになります。



問 1.　以下の問に答えなさい。

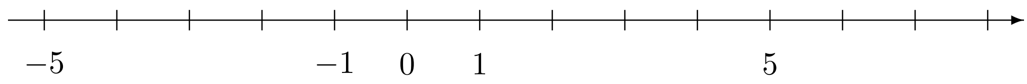
(1) 0 より 13 小さい数をいいなさい。

(2) 0 より 2.8 小さい数をいいなさい。

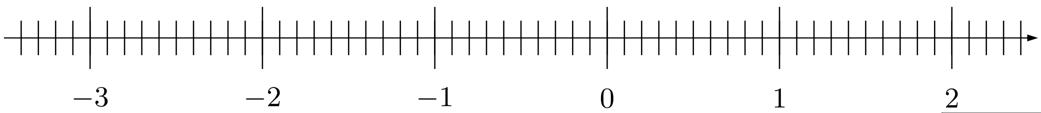
答えを見る

問 2.　以下の問に答えなさい。

(1) 0 より 3 小さい数をいいなさい。また、その数が数直線のどこにあるのか考えて、次の数直線の正しい場所に書きなさい。

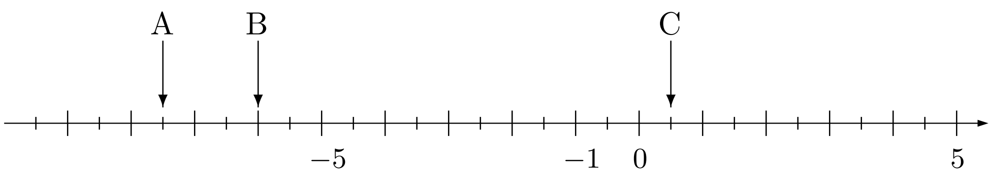


(2) 0 より 2.7 小さい数をいいなさい。また、その数が数直線のどこにあるのか考えて、次の数直線の正しい場所に書きなさい。



答えを見る

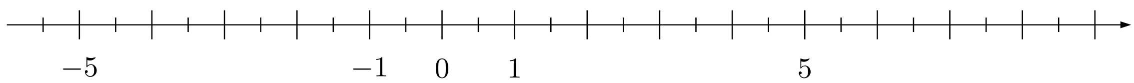
問 3.　次の数直線の A、B、C のところにある数はそれぞれ何ですか。



答えを見る

問 4.　次の数を次の数直線の上に書きなさい。

(1) -3.5　　(2) -2　　(3) $-\dfrac{3}{2}$　　(4) -0.5



答えを見る

ここまで学んできたことを整理しておきましょう。

「小学校で学んだ数直線」には 0 より左側の世界はありませんでした。しかし、温度計や気温のことを思い出してみると 0 より小さい数があるということがわかりました。0 よ

り 5 小さい数である -5 とか、0 より 7.6 小さい数である -7.6 といった数があるわけです。このような数は数直線では 0 より左側に出てくるのでしたね。

ここであなたに、数学で使う専門用語を 2 つ覚えてもらうことにしましょう。数学では 0 より小さい数のことを**負の数**と呼んでいます。これに対して、0 より大きい数は**正の数**と呼ばれています。数直線では右へ行けばいくほど大きい数になるのですから、負の数は 0 より左側に現れ、正の数は 0 より右側に現れるのです。

例題 3　次の問に答えなさい。

(1) -3.2 という数について考えることにします。この数の正体を言いなさい。また、この数は正の数なのか負の数なのか言いなさい。

(2) 5.3 という数について考えることにします。この数の正体を言いなさい。また、この数は正の数なのか負の数なのか言いなさい。

解答

(1) 「正体を言え」なんていわれて困っていたりしませんか？次のように言えばよいのですよ。

「-3.2 という数の正体は 0 より 3.2 小さい数です。」

どうですか？これで正体をちゃんと言ったことになるでしょ。

-3.2 という数の正体がわかれば、-3.2 は正の数なのか負の数なのかはわかりますよね。だって、0 より大きい数は正の数って呼ばれているし、0 より小さい数は負の数って呼ばれているんでしたよね。-3.2 って 0 より3.2 小さい数なのだから負の数ですよね。

(2) もう、さっきみたいにくどい説明はしません。

5.3 という数の正体は 0 より 5.3 大きい数です。0 より大きいのですからこの数は正の数です。

問 5. 次の問に答えなさい。

(1) $-\dfrac{5}{6}$ という数の正体を言いなさい。また、この数は正の数なのか負の数なの言いなさい。

(2) 12 という数の正体を言いなさい。また、この数は正の数なのか負の数なの言いなさい。

答えを見る

注意しよう：0 は正の数でも負の数でもありません

ここで念のためもう一度、「正の数」、負の数」という言葉の意味をおさらいしておきます。

正の数とは 0 より大きい数のことでした。

負の数とは 0 より小さい数のことでした。

アレッ、では 0 という数は正の数なのでしょうか？それとも負の数なのでしょうか？

0 って 0 より大きいわけではありませんよね。そして同じように、0 って 0 より小さいわけでもないですよね。（大丈夫ですか？「～ より大きい」とか「～ より小さい」ってどういうことかわかってますか？）ですから、0 は正の数でも負の数でもありませんね。

「正の数なんだぞっ!!」って強調したいときの話

負の数にはみんなマイナスのマークがついていましたね。例えば、-6 とか $-\dfrac{7}{2}$ のように先頭に「−」のマークが付くわけです。

一方、2 とか 5 とか 11.74 とか $\dfrac{13}{5}$ は 0 より大きいのでどれも正の数ですが、このような数には何もマークが付いていません。しかし、これの数が正の数だということを強調したいときは、あえて、先頭にプラスのマークを付けることがあります。ですから、プラスの数であることを強調したいときは、2 とか 5 とか 11.74 とか $\dfrac{13}{5}$ のように書くかわりに、$+2$ とか $+5$ とか $+11.74$ とか $+\dfrac{13}{5}$ のように書けばよいのです。「+」のマークは正

の符号と呼ばれ、「−」のマークは**負の符号**と呼ばれています。

問 6. 次の数を + のマークまたは − のマークをきちんとつけて書きなさい。つまり、正の符号、負の符号をきちんとつけて書きなさい。

(1) 0 より 7 大きい数　　(2) 0 より 9 小さい数

(3) 0 より 2.3 大きい数　　(4) 0 より $\dfrac{7}{6}$ 小さい数

答えを見る

1.3　正の数や負の数を使えばこんなことができる

おはなし　その 1　反対の性質を持つ量は、正の数や負の数を使って表すことができるという話

さて、「反対の性質を持つ量」なんていう、ちょっと難しそうな言い回しがでてきました。どういうことなのか、例を使って説明することにします。

例 1　収入と支出

収入とか支出という言葉をあなたは知っていますか？念のためおさらいすることにしましょう。

あなたはアルバイトをしたとします。アルバイトをして働いたのですからあなたは給料をもらうことができますね。そうすると、あなたのところにお金が入ってくるわけです。あなたのところに入ってきたお金のことを、あなたの収入というのです。

今度は支出という言葉を説明しましょう。あなたは、今日スーパーマーケットへ行って、何か買い物をしたとします。買い物をしたのですからあなたはお金を払ったはずです。そうすると、あなたのところからお金が出て行ったことになります。あなたのところから出て行ったお金のことを、あなたの支出というのです。

以上で、収入と支出という言葉のおさらいができました。では本題に入ることにしましょう。

「お金が入ってくる」という出来事と「お金が出て行く」という出来事は反対の出来事

といえますね。つまり、「収入」と「支出」は反対の出来事ですね。こんなとき、正や負の数を使って収入や支出を次のようにあらわすことができるのです。

例えば、あなたがアルバイトをして、給料として 8000 円があなたのところに入ってきたとします。つまり、8000 円の収入があったとします。こんなとき「8000 円の収入」という代わりに、正の数を使って「+8000 円」と言ったりするのです。

また例えば、あなたがスーパーマーケットで買い物をして、2500 円のお金があなたのところから出て行ったとします。つまり、「2500 円の支出」があったとします。こんなとき「2500 円の支出」という代わりに、負の数を使って「−2500 円」と言ったりするのです。

問 7. 次の出来事を正の数や負の数を使って言うとしたら、何と言えばよいですか。

(1) あなたが映画を見て 1800 円使ったとき。（ヒント：あなたからお金が出て行っていますよね。）

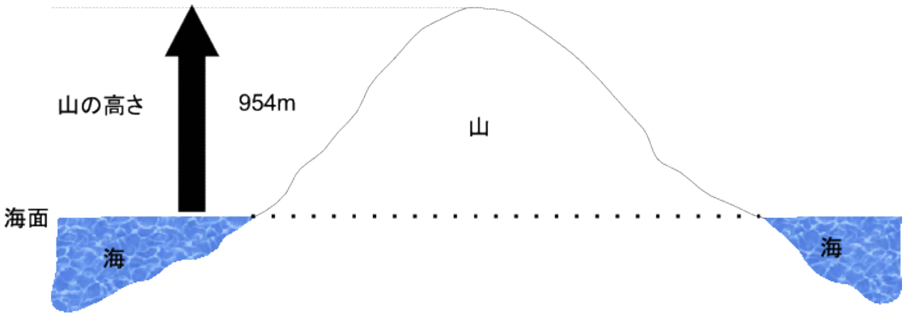
(2) おこづかいとして 1500 円もらったとき。（ヒント：あなたにはお金が入ってきていますよね。）

答えを見る

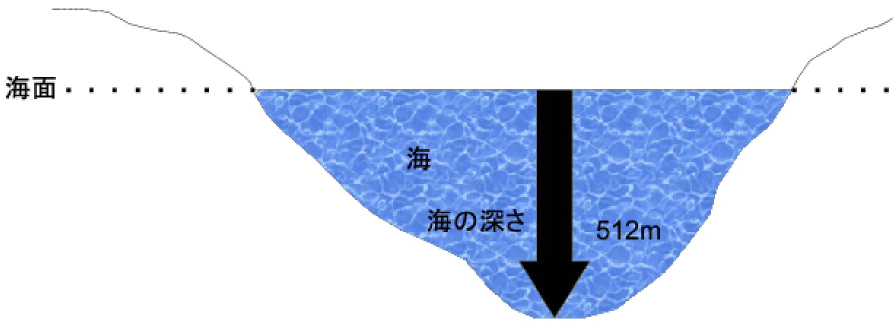
問 8. A さんは昨日競馬場へ行ったそうです。A さんに「昨日の成果は？」と聞いてみたところ、A さんは「−13000 円」と答えました。A さんは昨日、お金がもうかったのでしょうか。それとも損をしたのでしょうか。金額もつけてきちんと文で答えなさい。（つまり、「〜円もうかった」とか「〜円損をした」というように答えなさい。） 答えを見る

例 2 山の高さと海の深さ

あなたは山の高さってどこから測るのか知っていますか？普通は、海面を基準に測ります。次の図を見てください。この図は、ある山の高さが 954 m であることを示しています。



また、海の深さってどこから測るのか知ってますか？海の深さも海面を基準に測るのです。次の図を見てください。この図は、ある海の高さが 512 m であることを示しています。

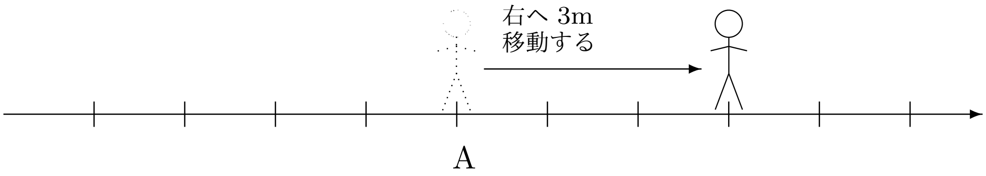


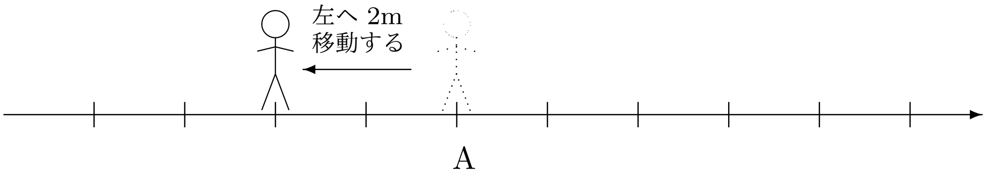
山は、海面より上に出ていて、海の底は海面より下にあります。ですから、反対の性質を持っていると言えます。「反対」になっているということをわかりやすくするために、二つの図でも、山の高さは上向きの矢印 ↑、海の深さは下向きの矢印 ↓ で表してあります。

このように、山の高さと海の深さは「反対」の性質と思うことができるので、正や負の数を使って表すことができます。例えば、「山の高さは 954 メートル」と言う代わりに、正の数を使って「山は +954 メートル」と言ったり、「海の深さは 512 メートル」と言う代わりに、負の数を使って「海は −512 メートル」と言ったりできるのです。

例 3　右への移動と左への移動

次の二つの図を見てください。この 2 つの図では、1 目盛りは 1 メートルであると考えてください。





上の図は、初め A 地点にいた人が右へ 3 メートル移動することを表しています。

下の図は、初め A 地点にいた人が左へ 2 メートル移動することを表しています。

「右へ移動する」という事と、「左へ移動する」という事は反対の事と思うことができますね。ですから、こんなとき、正の数や負の数を使って移動の仕方をあらわすことができます。

もし、あなたが、右へ移動するときには正の数を使うと決めた場合、「右へ 3 メートル移動する」と言う代わりに「+3 メートル移動する」と言えばよいわけです。また、「左へ 2 メートル移動する」というかわりに、「−2 メートル移動する」と言えばよいわけです。つまり、プラスやマイナスのマークをつければ、右とか左などと言わなくてもよいのです。

しかし、あなたが、左へ移動するときには正の数を使うと決めた場合、さっきとは話が変わります。今度は「左へ 2 メートル移動する」というかわりに、「+2 メートル移動する」と言えばよいわけです。また「右へ 3 メートル移動する」と言う代わりに「−3 メートル移動する」と言えばよいわけです。でも、このときもやはり、プラスやマイナスのマークを付ければ、左とか右などと言わなくても良いのです。

この話からわかるように、右と左のうちどちらをプラスにするのかということは、あなたが決めてよいのです。（でもなぜか、世間では右をプラスにすることが多いようです。）

問 9. 山の高さと湖の深さについて考えることにします。この問題では、海面や湖面を基準として考えることにします。また、海面や湖面より上に出ているものの高さを正の数

で表すことに決めます。次の文に出てくる高さをプラスやマイナスの符号をつけて表し、次の文を言い直しなさい。

(1) 富士山の山頂は標高 3776 メートルである。

(2) 琵琶湖の湖底は海面下 104 メートルである。 答えを見る

問 10. A 地点から東または西のどちらかへ移動することにします。この問題では、東へ移動するときに正の数を使うことに決めておきます。次の移動を正の数や負の数を使って言い直しなさい。

(1) A 地点から、西へ 7 メートル移動する。

(2) A 地点から、東へ 10.5 メートル移動する。 答えを見る

問 11. A 地点から北または南のどちらかへ移動することにします。この問題では、北へ移動するときに正の数を使うことに決めておきます。ある日 P さんは、A 地点から -6.5 メートル移動しました。P さんは、どっちへ何メートル移動したのでしょうか。 答えを見る

おはなし　その 2　基準とのちがいを、正の数や負の数を使って表すことができるという話

いくつかの例を使って説明することにします。

例 4　昨日の最高気温と今日の最高気温とのちがい

ある場所の、昨日の最高気温は 14 °C でした。今日は昨日より少し寒くて、最高気温は 12 °C でした。昨日と比べると今日は 2 °C 低かったわけですね。もっと詳しく正確に言うと、昨日の最高気温を基準にして考えると今日は 2 °C 低かったわけです。こんなとき、「昨日の最高気温を基準にして考えると、今日は -2 °C だ。」と言ったりするのです。

問 12. ある場所では昨日の最高気温は 17 °C でした。次の問いに答えなさい。

(1) 昨日の最高気温を基準にすると、今日は $+3$ °C でした。今日の最高気温は、はっきり言って何度ですか。

(2) 昨日の最高気温を基準にすると、今日は -6 °C でした。今日の最高気温は、はっきり言って何度ですか。 答えを見る

例 5　ある人の年齢を基準にしていろいろな人の年齢をあらわす話

A さん、B さん、C さんの三人がいます。A さんは 24 歳、B さんは 18 歳、C さんは 49 歳です。

この先、A さんの年齢を基準にして話を進めます。そうすると、A さんより年上の人の年齢を正の数を使ってあらわし、A さんより年下の人の年齢を正の数を使って表すことができるようになるのです。

まず、A さんは 24 歳であることを思い出しておきましょう。

B さんは 18 歳ですから、A さんより年下です。何歳年下なのかと言うと、引き算をすれば $24 - 18 = 6$ 歳年下であるとわかります。こんなとき、「B さんは A さんより 6 歳年下である。」と言う代わりに、「A さんの年齢を基準にすると、B さんは -6 歳である。」と言ったりするのです。

C さんは 49 歳ですから、A さんより年上です。何歳年上なのかと言うと、引き算をすれば $49 - 24 = 25$ 歳年上であるとわかります。こんなとき、「C さんは A さんより 25 歳年上である。」と言う代わりに、「A さんの年齢を基準にすると、C さんは $+25$ 歳である。」と言ったりするのです。

問 13. A さん、B さん、C さんの三人がいます。B さんの年齢は 21 歳です。以下の問に答えなさい。

(1) B さんの年齢を基準にすると A さんは $+7$ 歳です。A さんは B さんより年上ですか年下ですか。また、はっきりいって、A さんは何歳ですか。

(2) B さんの年齢を基準にすると C さんは -11 歳です。C さんは B さんより年上ですか年下ですか。また、はっきりいって、C さんは何歳ですか。 答えを見る

問 14. 日本には、赤城山、谷川岳、八海山という名前の山があります。、この三つの山の高さについて考えることにします。赤城山の高さは 1828 メートル、谷川岳の高さは 1978 メートル、八海山の高さは 1778 メートルです。赤城山の高さを基準にしたとき、次の山

の高さを、正や負の数を使って表しなさい。

(1) 谷川岳　　(2) 八海山

答えを見る

例 6　昨年の人数を基準にして今年の人数を表す話

	昨年	今年
女子（人）	102	111
男子（人）	99	94

右の表は、ある中学校の、昨年と今年の一年生の人数をまとめたものです。

例えば、昨年の女子の人数は 102 人で、今年の女子の人数は 111 人ですから、今年は昨年と比べると 9 人増えたことになります。このようなとき、「今年の女子は昨年に比べて 9 人増えた」と言う代わりに、正の数を使って「昨年の女子の人数を基準にすると、今年の女子は +9 人である」と言うことができます。

また例えば、昨年の男子の人数は 99 人で、今年の男子の人数は 94 人ですから、今年は昨年と比べると 5 人減ったことになります。このようなとき、「今年の男子は昨年に比べて 5 人減った」と言う代わりに、負の数を使って「昨年の男子の人数を基準にすると、今年の男子は −5 人である。」と言うことができます。

問 15. ある工場では、製品を 1 日 1000 個作ることを目標としています。ある週の月曜日から金曜日までの生産個数は次の表のようになりました。目標とのちがいを、目標としている 1000 個を基準にしてあらわすことにして次の表の空欄を埋めなさい、ただし、目標より多かったときは正の符号をつけ、目標より少なかったときは負の符号をつけてあらわすこと。

曜日	月	火	水	木	金
生産個数	950	1022	1059	984	1000
目標（1000 個）とのちがい					

答えを見る

おはなし　その 3　負の数を使うと言葉が統一できるという話

反対の性質を持つ量は、正の数や負の数を使ってあらわすことができるということを学習しましてきました。

例えば「8000 円の収入」があったとき、正の数を使って「+8000 円」とあらわしたり、「2500 円の支出」があれば、負の数を使って「−2500 円」とあらわしたりできるのでしたね。

そこで、あなたに提案したいことがあります。普通、お金が入ってきたら「収入」と言う言葉を使い、お金が出て行ったら「支出」という言葉を使うのですよね。でも、負の数を使えば、お金が出て行ったときでも「収入」と言う言葉を使えるのではないでしょうか。

例えば、2500 円使ってしまったとき、「2500 円の支出」と言う代わりに、「−2500 円の収入」と言っても良いのではないでしょうか。「収入」と言う言葉を使っていても「マイナスにせんごひゃくえんの収入」なので「あー、お金が 2500 円でていったんだな」とわかりますよね。このように、負の数を使えば、「収入」と言う言葉だけ使えばよいことになります。

このような例をこれからいくつか考えてみることにしましょう。

例 7　負の数を使って言葉を統一するには

(1) 今日に会議に出席した人の数は昨日より「4 人減った」という代わりに、「−4 人増えた」ということができます。 そうすると、「減った」という言葉を使う必要はなくなります。このように、負の数を使うと、「増えた」という言葉だけ使えばよいことになります。

(2) 　買い物に行ったが「お金が 650 円足りなかった」という代わりに、「お金が −650 円余った」と言うことができます。そうすると、「足りなかった」という言葉を使う必要はなくります。このように、負の数を使うと、「余った」という言葉だけ使えばよいことになります。

(3) 一年前と比べて「体重が 3 キログラム減った」と代わりに、「体重が −3 キログラム増えた」ということができます。 そうすると、「減った」という言葉を使う必要はなくなります。このように、負の数を使うと、「増えた」という言葉だけ使えば

よいことになります。

問 16. 以下の問に答えなさい。

(1) 私の持っているりんごの数は、あなたの持っているりんごの数より「3 個少ない」ということを負の数を使って言うとしたら何と言えばよいですか。

(2) 私の持っているひもの長さは、あなたの持っているひもの長さより「6.5 センチメートル短い」ということを負の数を使って言うとしたら何と言えばよいですか。

答えを見る

今度は逆の練習をしてみることにしましょう。

例 8　負の数を使って言い表されていることを、普通の言い方に直す話

(1) 今日とれた魚の数は、「昨日とれた魚の数より -5 匹多い」とある人が言いました。5 匹ではなくてマイナス 5 匹と言うことなので、普通の言い方に直すと「昨日より 5 匹少ない」ということですよね。

(2) 貯金の額が「昨年に比べると -5000 円増えた」とある人が言いました。マイナス 5000 円なので、普通の言い方に直すと「昨年に比べると 5000 円減った」ということですね。

問 17. 次のことを負の数を使わないで普通に言うとしたら何と言えばよいですか。

(1) -7.2 キログラム増える

(2) -5 センチメートル短い

(3) -100 円余る

(4) -5 大きい

(5) -3 増える

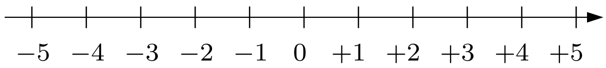
(6) 今日から -2 日後

答えを見る

1.4　絶対値っていったいなんだろう

まず、数直線についておさらいします。

あなたのために、右に数直線を描いておきました。あなたはもう負の数を知っているので、この数直線にはもちろん 0 より左側の世界が書いてあります。念のため、数直線についていくつか大切なことを思い出しておきましょう。



- 目盛りは等しい間隔でつけられています。
- 0 より右側には正の数たちが並んでいて、0 より左側には負の数たちが並んでいます。
- 目盛りが付いていないところにもちゃんと数があります。

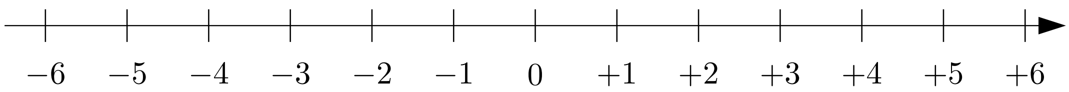
  例えば、+1 と +2 のちょうど真ん中のところには +1.5 という数が並んでいるのですが、この数直線には書きませんでした。

  また、例えば、−2 と −1 のちょうど真ん中のところには −1.5 という数が並んでいるのですが、この数直線には書きませんでした。

  このほかにもたくさんの数が数直線の上に並んでいます。数直線の上には、ありとあらゆる数が、すき間なく、びっしりと並んでいるのです。

問 18. 次の数は数直線上のどこにあるかを考えて、次の数直線に記入しなさい。

(1) $+4$　　(2) -3　　(3) $+3.5$　　(4) $-\dfrac{5}{2}$



答えを見る

それでは本題に入ることにしましょう。

ここから当分のあいだ、いつも数直線のことを気にしながら、いろいろなことを考えることにします。ですから、あなたもいつも、頭の中に数直線を思い浮かべながら、この先

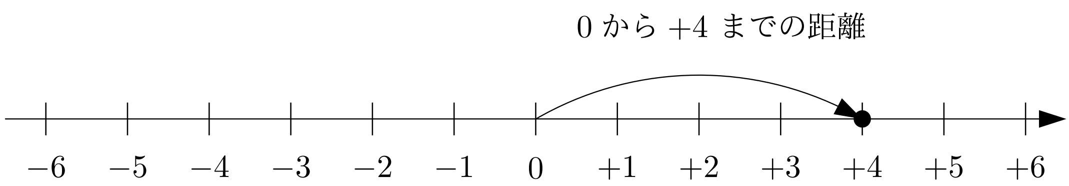
を読んでください。

まず、何でも良いから数をひとつ思い浮かべることにします。正の数でも負の数でもかまいません。

例えば、+4 という数を思い浮かべたとしましょう。ここであなたに質問です。数直線を自分で書いたり、頭の中に思い浮かべてから答えてください。

質問　今、たしか、+4 という数を思い浮かべていたのでしたね。ところで、数直線上では、0 から +4 までの距離はどれだけですか？

この質問の答え、わかりましたか？次の図を見てください。あなたのために、数直線を描いておきました。そして、「0 から +4 までの距離」ってどこのことなのかわかるようにしておきました。

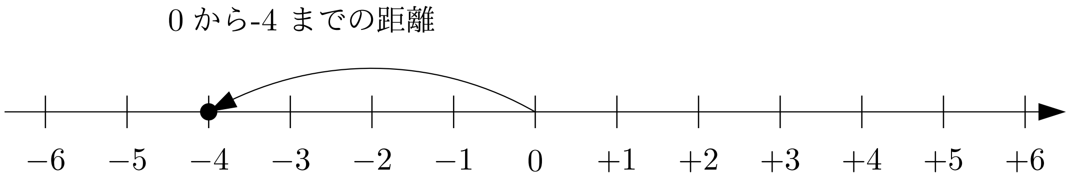


この図を見れば、「0 から +4 までの距離」って「4 だ」ってわかりますよね。こんなとき、数学では「+4 という数の絶対値は 4 である」と言ったりします。つまり「+4 という数の絶対値は 4 である」と言ったら、「数直線上では、0 から +4 までの距離は 4 である」という意味なのです。

今度は −4 という数を思い浮かべることにしましょう。そしてまたあなたに質問です。

質問　質問：今、たしか、−4 という数を思い浮かべていたのでしたね。ところで、数直線上では、0 から −4 までの距離はどれだけですか？

答え、わかりますよね。次の図を見てください。念のためにあなたのために、数直線を描いておきました。そして、「0 から −4 までの距離」ってどこのことなのかわかるようにしておきました。



この図を見れば、「0 から -4 までの距離」って「4 だ」ってわかりますよね。（いいですか、距離は「-4」じゃあないんですよ。「4」なんですよ。だって、「距離」にはマイナスってないんですよ。0 から右に進もうが、0 から左に進もうが、距離を測ったら 0 より大きい数になるんですよ。）こんなときも、数学では「-4 という数の絶対値は 4 である」と言ったりします。つまり「-4 という数の絶対値は 4 である」と言ったら、「数直線上では、0 から -4 までの距離は 4 である」という意味なのです。

ここまでの話をまとめておきましょう。

> 正しく意味を覚えよう：絶対値とは
>
> ある数をひとつ思い浮かべたとします。次に、数直線上で、0 から、その数（つまり思い浮かべた数）までの距離がどれだけになるのか考えます。この距離のことをその数（つまり思い浮かべた数）の**絶対値**と呼んでいます。つまり、「ある数の絶対値」とは、「数直線上で、0 からその数までの距離」のことなのです。

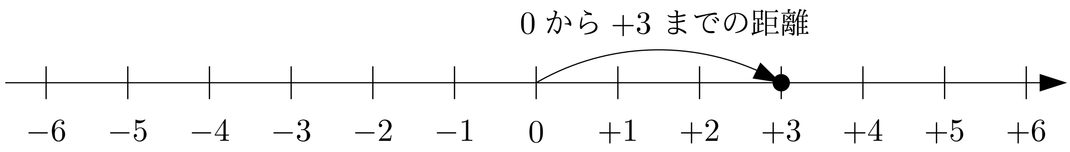
例題 4　次の数の絶対値はいくつですか。

(1)　$+3$　　(2)　-5　　(3)　$+2.5$　　(4)　$-\dfrac{7}{2}$

解答

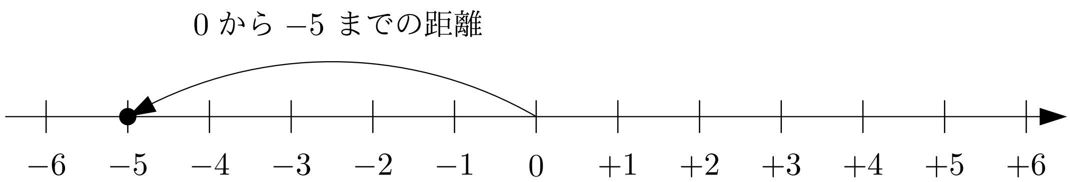
この例題のすぐ前にあった「正しく意味を覚えよう：絶対値とは」に書いてあったとおりに考えればよいですね。つまり、数直線を書いてその数がどこにあるか確認して、0 からその数までの距離を考えればよいのです。

(1) 「+3 という数の絶対値はいくつなのでしょう。」という問題でしたね。次の図を見てください。



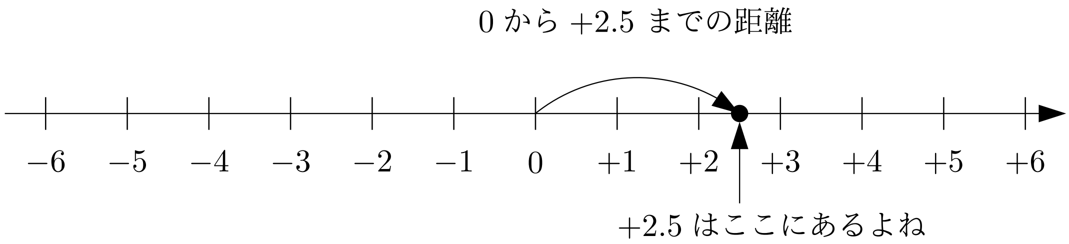
「+3 という数の絶対値」とは「数直線上で 0 から +3 までの距離」のことでしたよね。この図を見ると、+3 という数は 0 から右へ 3 進んだところにありますね。ということは、「数直線上で 0 から +3 までの距離」は 3 であることがわかります。ですから、+3 という数の絶対値は 3 ということになりますね。

(2) 「−5 という数の絶対値はいくつなのでしょう。」という問題でしたね。次の図を見てください。



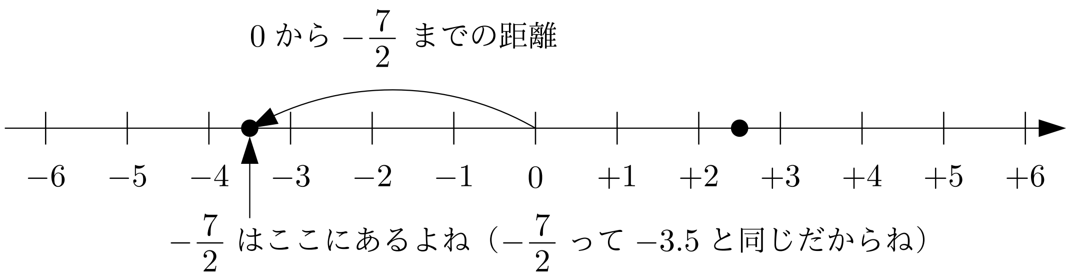
「−5 という数の絶対値」とは「数直線上で 0 から −5 までの距離」のことでしたよね。この図を見ると、−5 という数は 0 から左へ 3 進んだところにありますね。ということは、「数直線上で 0 から −5 までの距離」は 5 であることがわかります。ですから、−5 という数の絶対値は 5 ということになりますね。

(3) 「+2.5 という数の絶対値はいくつなのでしょう。」という問題でしたね。次の図を見てください。



「$+2.5$ という数の絶対値」とは「数直線上で 0 から $+2.5$ までの距離」のことでしたよね。この図を見ると、$+2.5$ という数は 0 から右へ 2.5 進んだところにありますね。ということは、「数直線上で 0 から $+2.5$ までの距離」は 2.5 であることがわかります。ですから、$+2.5$ という数の絶対値は 2.5 ということになりますね。

(4)「$-\dfrac{7}{2}$ という数の絶対値はいくつなのでしょう。」という問題でしたね。次の図を見てください。



「$-\dfrac{7}{2}$ という数の絶対値」とは「数直線上で 0 から $-\dfrac{7}{2}$ までの距離」のことでしたよね。この図を見ると $-\dfrac{7}{2}$ という数は 0 から左へ $\dfrac{7}{2}$ 進んだところにあります。ということは、「数直線上で 0 から $-\dfrac{7}{2}$ までの距離」は $\dfrac{7}{2}$ であることがわかります。ですから、$-\dfrac{7}{2}$ という数の絶対値は $\dfrac{7}{2}$ ということになりますね。

問 19. 次の文の空欄に正しい数を書きなさい。

「-8 という数」の絶対値とは「数直線上で 0 から $\boxed{}$ までの距離」のことです。「数直線上で 0 から -8 までの距離」は $\boxed{}$ ですから、「-8 という数」の絶対値」は $\boxed{}$ ということになります。

答えを見る

問 20. 次の数の絶対値を答えなさい。

(1) -7　　(2) $+11$　　(3) -6.5　　(4) $+\dfrac{5}{4}$

答えを見る

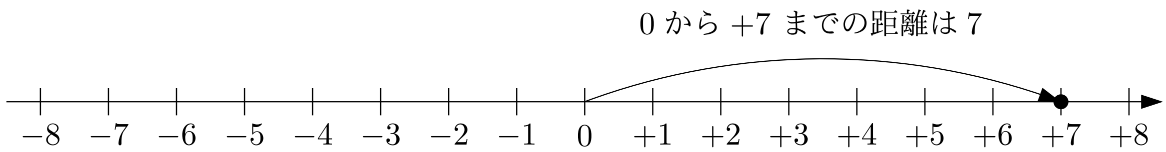
例題 5　まず、「+7 という数の絶対値」について考えてみることにします。「+7 という数の絶対値」とは、「数直線上で 0 から +7 までの距離」のことでしたね。そしてもちろん、「0 から +7 までの距離」は 7 ですね。ですから、「+7 という数の絶対値」は 7 ということになります。それでは、+7 という数の他にも、「絶対値」が 7 になる数はあるのでしょうか。あるとしたら、その数ははっきり言って何でしょうか。

解答

問題の意味はわかりましたか？「んー、難しくて良くわからないー」なんて思った人もいるかもしれません。そこで、問題の説明も含めて、これからこの問題をゆっくり考えていくことにします。

まず問題の説明から始めましょう。

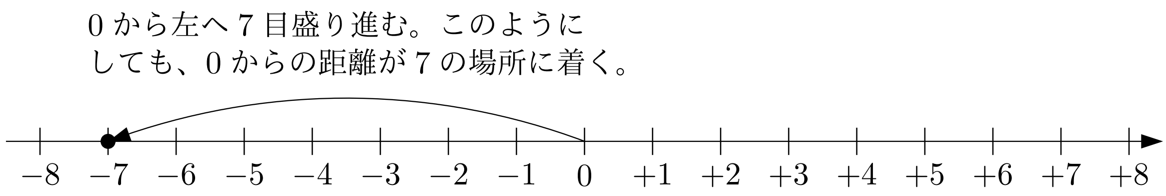
次の数直線を見てください。+7 という数はどこにあるのかわかりますよね。



+7 という数は 0 から右へ 7 目盛り進んだところにありますね。ですから、「0 から +7 までの距離」は 7 ですよね。というわけで、「+7 という数の絶対値」は 7 ということになるわけですよね。そしてさらに、この問題では、「絶対値が 7 になる数は +7 の他にもあるのかな？」とあなたに質問しているのです。つまり、「+7 という数の他にも、絶対値が 7 になる数があるかもしれないから探してくれ」ということですね。

では、ちょっと考えてみることにしましょう。絶対値が 7 になる数というのは、「0 からの距離が 7 になる場所にいる」ってことですよね。もちろん +7 という数は 0 からの距離が 7 になる場所にいるのですが、この数は 0 から右へ 7 進んだところにいましたね。と

ころで、左へ進んでみたらどうでしょう。距離を測るとき、左へ進んでも良いですよね。そこで、0 から左へ 7 目盛り進んで、「0 からの距離が 7 になっている場所」を探してみることにします。すると、ありました、ありました。次の数直線を見てください。



この図を見ればわかるように、0 から左へ 7 目盛り進むと −7 という数に着きます。（+7 に着くのではありません。大丈夫ですよね。）つまり、「0 から −7 までの距離」も、「0 から +7 までの距離」も 7 なのです。

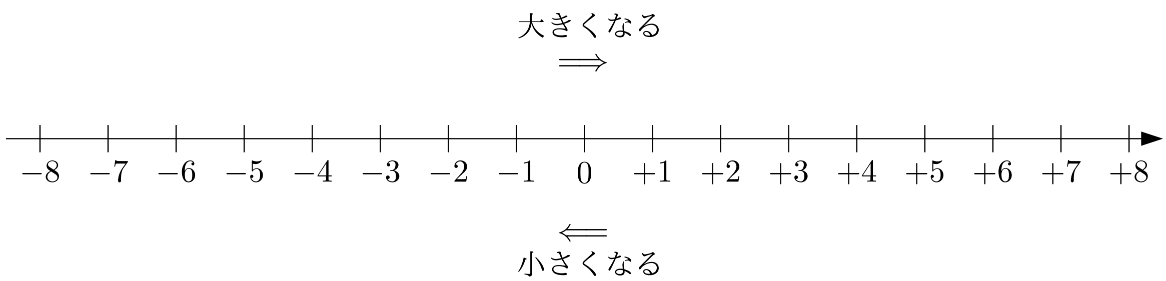
これで +7 の他にも絶対値が 7 である数が見つかりましたね。+7 のほかに、−7 という数があったのです。

問 21. 絶対値が 5 である数を全て書きなさい。　答えを見る

1.5　数直線を使って、数の大小を比べてみよう

念のため、数直線についてここで必要になることを、まずおさらいしておきます。

次の数直線を見てください。



数直線では、数たちは大きさの順にすきまなくびっしりと並んでいます。右へ行くほど大きな数が現れ、左へ行くほど小さな数が現れるのでしたね。

例題 6　数直線を使って次の問に答えなさい。

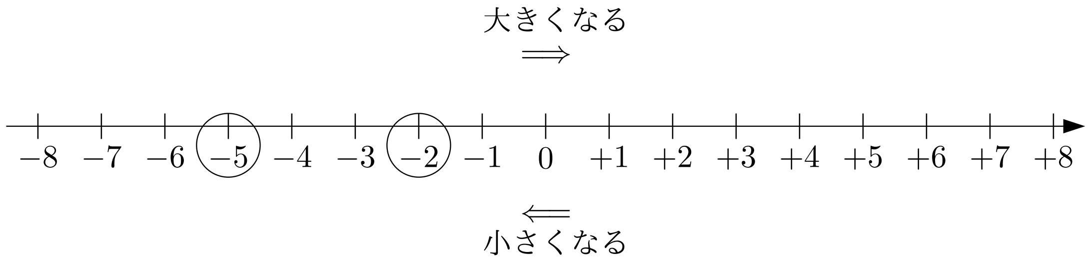
(1)　-2 と -5 ではどちらが大きいですか。

(2)　-4 と $+3$ ではどちらが大きいですか。

解答

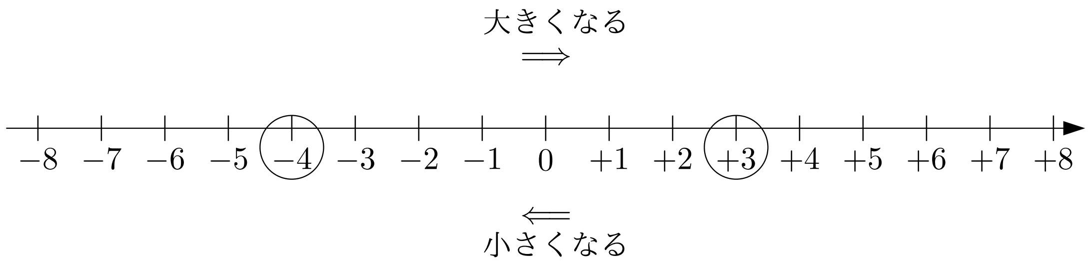
必ず、数直線を描いてから考えてくださいね。そして、数直線では右に出てくる数のほうが大きいということに注目してください。

(1) 次の数直線を見てください。



あなたのために、-2 と -5 がどこにあるのかわかるように、丸で囲みました。-2 は -5 より右にありますよね。ですから、-2 は -5 より大きいということです。

(2) 次の数直線を見てください。



あなたのために、-4 と $+3$ がどこにあるのかわかるように、丸で囲みました。$+3$ は -4 より右にありますよね。ですから、$+3$ は -4 より大きいということです。

問 22. 次の二つの数では、大きいのはどちらですか。必ず、数直線を描いてから考えてください。

(1) $+5$ と -7　　(2) -8 と -6　　(3) $+4$ と $+1$

答えを見る

1.6　不等号を使って、どっちの数が大きいか、数学っぽく表してみよう

数学では記号を良く使います。例えば、あなたはきっと「=」という記号を知っていますよね（この記号は「イコール」とか「等しい」と読むのでしたね。）これからさらに数学を勉強していくと、もっといろいろな記号が出てきます。どうして記号を使うのかというと、それは、「言葉だけしか使わないと、書くのが大変だから」なのです。本当は、記号なんかなくても何とかなるのです。でも書くのが大変なんです。実は、こういうことって、身の回りにもありますよね。例えば、交通標識です。制限速度を表している標識ってあるでしょ。標識に、「ここでは、時速 50 キロメートルより速いスピードで運転してはいけません。」って言葉で書いてあったら読むほうも大変です。ですから、右のような標識を立ててあるわけです。運転免許を取るときに、みんなこの標識の意味を勉強するのですから、免許を持っている人は、みんなこの標識の意味を知っているのです。そして、意味を知っている人はこの標識の意味を言葉でもいえるはずです。

制限速度は時速 50 km

それでは本題に入りましょう。

今日、これから、あなたに覚えてもらいたい二つの記号があります。それは、「<」という記号と「>」という記号です。（見たことがある人もいるかもしれませんね。）

まず「<」という記号の説明をしましょう。

この記号を数学で使うときには、必ず、「<」の左側と右側に数や式が書いてあります。例えば

$$4 < 9$$

のように書いてあったりします（「<」の左側に 4 という数が書かれていて、右側に 9 という数が書かれていますね。）これはどういう意味かというと、言葉を使って言えば、「4 という数は 9 という数より小さいんだよ。」ということなのです。つまり、$4 < 9$ と書いてあったら、4 は 9 より小さい」と読めばよいのです。また、この $4 < 9$ ですが、「9 は 4 より大きい」と読むこともできます。そのように読んでも、意味は同じですよね。

次に、「>」という記号の説明をしましょう。

この記号を数学で使うときにも、必ず、「>」の左側と右側に数や式が書いてあります。例えば

$$12 > 7$$

のように書いてあったりします。（「>」の左側に 12 という数が書かれていて、右側に 7 という数が書かれていますね。）これはどういう意味かというと、言葉を使って言えば、「12 という数は 7 という数より大きいんだよ。」ということなのです。つまり、$12 > 7$ と書いてあったら、12 は 7 より大きい」と読めばよいのです。また、この $12 > 7$ ですが、「7 は 12 より小さい」と読むこともできます。そのように読んでも、意味は同じですよね。

ここまでの話を整理しておきましょう。

数学では、「言葉だけで書いていると大変だなぁ」と思うときに記号を使います。例えば、「4 は 9 より小さい」と言葉で言う代わりに、記号 $<$ を使って

$$4 < 9$$

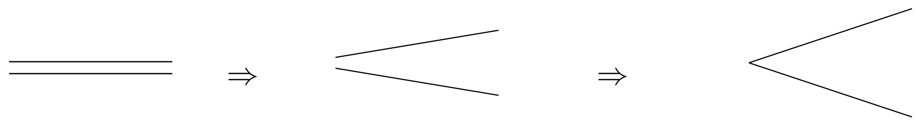
と書くのです。（もちろん $9 > 4$ と書いても良いのです。おわかりですか？）

また例えば、12 は 7 より大きい」と言葉で言う代わりに、記号 $<$ を使って

$$12 > 7$$

と書くのです。（もちろん $7 < 12$ と書いても良いのです。おわかりですか？）

「$<$」や「$>$」という記号についてもう少し説明をしておきましょう。
「$<$」という記号は、次の図のように、二本の棒が平行になっていてる「$=$」という記号（つまり等しいという意味の記号）が、だんだん二本の棒の右側だけを開いていってできた記号と思うことができます。



そして、「$<$」という記号では、開いている側に大きい数を書き、閉じている側には小さい数を書くことに決めてあるのです。

「$>$」という記号にも、開いている側と、閉じている側があります。この記号でも、開いている側に大きい数を書き、閉じている側には小さい数を書くことに決めてあるのです。

問 23.　次のように言葉を使って書かれていることを、「$<$」や「$>$」という記号を使って数学っぽく表しなさい。

(1) -3 は 5 より小さい　　(2) -8 は 2 より小さい
(3) -7 は -11 より大きい　　(4) 12 は 5 より大きい

答えを見る

問 24.　次のように「$<$」や「$>$」という記号を使って数学っぽく表されていることを、言葉だけを使って書き直しなさい。

(1) $-6 < 1$　　(2) $-5 > -8$
(3) $3 < 11$　　(4) $2 > -5$

答えを見る

問 25.　次の二つの数ではどちらが大きいのか判定して、数学っぽく「$<$」や「$>$」という記号を使って表しなさい。

(1) 3 と 5　　(2) -5 と -9
(3) -2.7 と -0.7　　(4) $-\dfrac{3}{8}$ と $-\dfrac{5}{8}$

答えを見る

補足

　ここでは「$<$」や「$>$」という不等号の意味と使い方を学びましたが、この他に「$\leqq$」や「$\geqq$」という不等号があります。これらの不等号は「$<$」や「$>$」という不等号とは意味が少し違います。「$\leqq$」や「$\geqq$」という不等号の意味や使い方についてはまた別の機会に詳しく学ぶことにします。

第2章

正の数、負の数の計算

これまで、小学校で学んだ 3、142、$\dfrac{4}{5}$、7.23 のような数のほかに、-3、-142、$-\dfrac{4}{5}$、-7.23 のような数について学んできました。つまり、「マイナスなんとか」っていう数もあるのですよということを学んできたのです。あなたは、小学校の時には知らなかった新しい数に出会ったのです。その結果、あなたの知っている数の世界は広がりました。

ところで、小学校で学んだ数（つまり、プラスの数や 0）では、二つ数があると、たしたり、ひいたり、かけたり、わったりできましたね。例えば、プラスの数どうしの計算では、例えばたし算で

$$5 + 3 = 8$$

とか、例えばひき算で

$$10 - 7 = 3$$

とか、例えばかけ算で

$$5 \times 9 = 45$$

とか、例えばわり算で

$$12 \div 3 = 4$$

のように計算できましたね。

ところで、あなたはプラスの数や 0 のほかに、「マイナスなんとか」という数にも出会っ

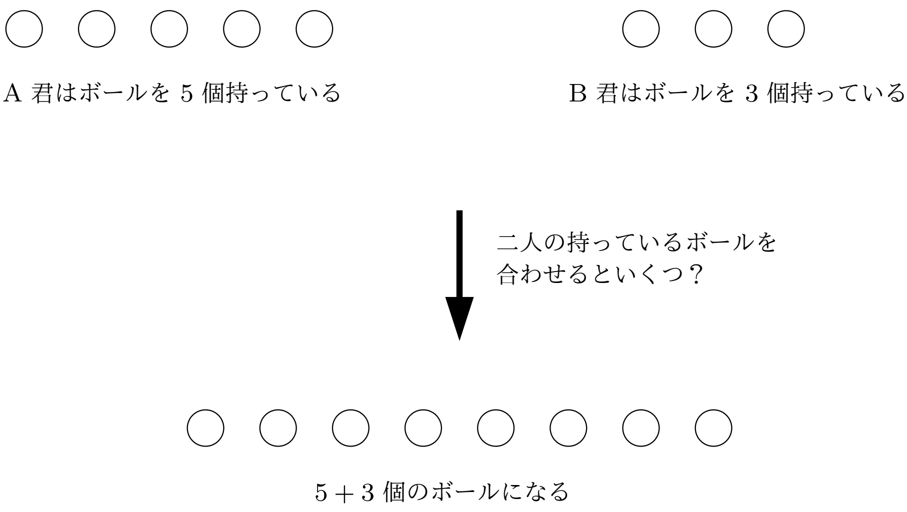
ているのでしたね。このような数の計算っていったいどうするのでしょうか。例えば、5 と -7 を「たす」といくつになるのでしょうか。また、5 から -7 を「ひく」とどうなるのでしょうか。さらに、5 と -7 を「かける」といくつになるのでしょうか。またさらに、5 を -7 で「わる」といくつになるのでしょうか。このようなことについて、これから順番に考えていくことにしましょう。

2.1　正負の数のたし算っていったいどうする？

そもそも「たし算」って何なのでしょうか。小学校ではどんなふうに習いましたか？そしてあなたは、どんなふう思っていますか？ここで「たし算」の意味を少し思い出して考えてみることにしましょう。そうすると、例えば、次のような意味が考えられませんか？

たし算の意味その 1・・・たし算とは「合計する計算」である

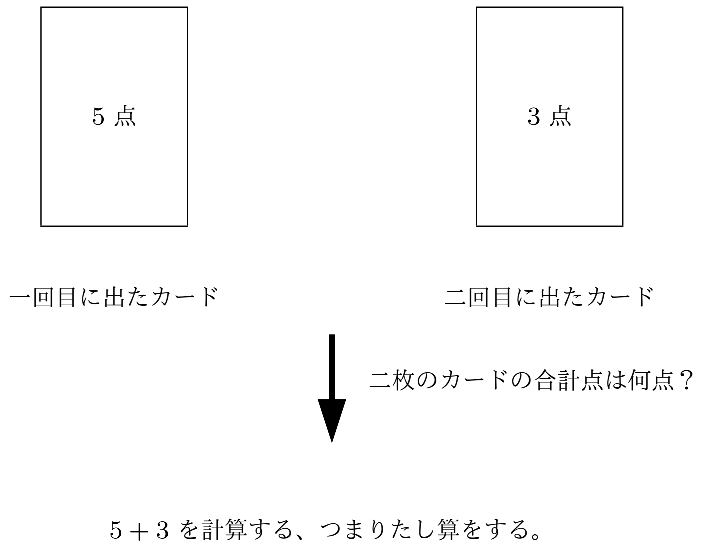
(1) どんなときに $5+3$ というたし算をするのか考えてみましょう。次の図を見てください。



例えば、この図のように、「A 君はボールを 5 個持っていて、B 君はボールを 3 個もっています。二人の持っているボールを合わせると何個になりますか。」と聞かれたら、「たし算」を使って $5+3$ をするわけですよね。

(2) 5＋3 というたし算について、さっきとは少し違う例を考えてみることにします。でも、この話も「合計する計算」の話です。よく注意して読んでください。

「一回ボタンを押すごとに、カードが一枚出てくる機械があるとします。また、出てくるカードには点数が書いてあるとします。この機械のボタンを二回押してみたところ、次の図のように、一回目には 5 点のカード、二回目には 3 点のカードが出てきました。二枚のカードの合計点は何点ですか？」と聞かれたらあなたは何算をしますか？きっとあなたは「たし算」を使って 5＋3 をしますよね。

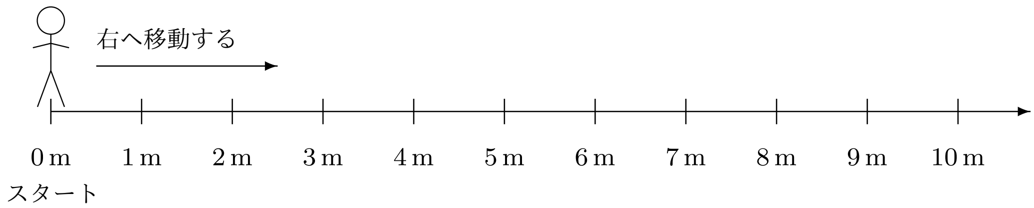


ここまでの 2 つの話でわかるように、たし算には「合計する計算」という意味がありますね。

では、もうひとつの「たし算」の意味を紹介しましょう。

たし算の意味その 2・・・たし算とは「まっすぐ 2 回移動するとき、最後に結局どれだけ移動したのかを求める計算」である

次の図を見てください。



この図は、ある人が、ゼロメートルと書いてあるスタート地点から出発し、右へまっすぐ進もうとしているところを表しています。

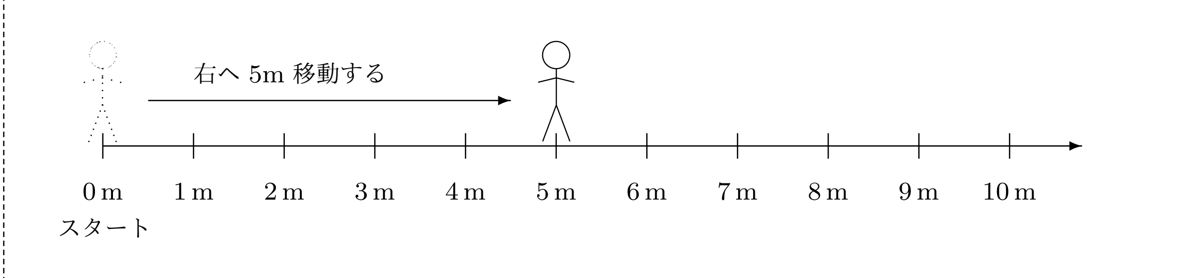
これから、この人は、2 回に分けて右へまっすぐ進みます。

例えば、一回目にはスタート地点から右へ5 メートル進み、二回目にはその場所からさらに右へ3 メートル進んだとします。

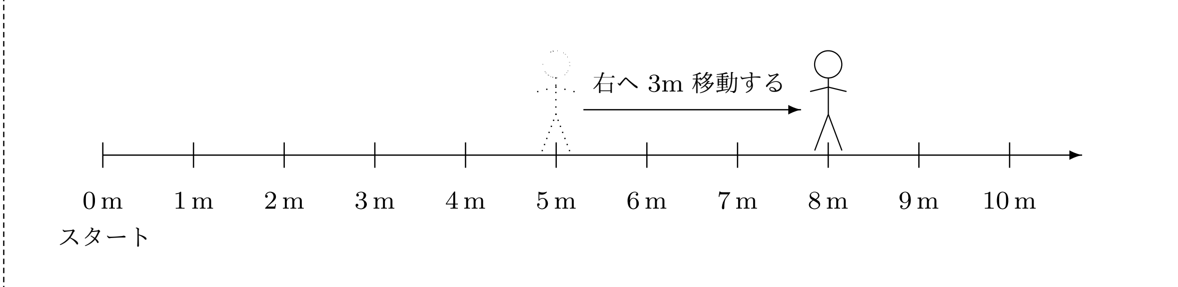
それでは、この人は結局何メートル右へ移動したことになるのでしょうか？もし、このように聞かれたら、あなたはどうしますか？きっと「たし算」を使って、5 + 3 をしますよね。

詳しく考えてみることにしましょう。次の二つの図を見てください。1 回目の移動と 2 回目の移動を図にしてみました。

1 回目の移動



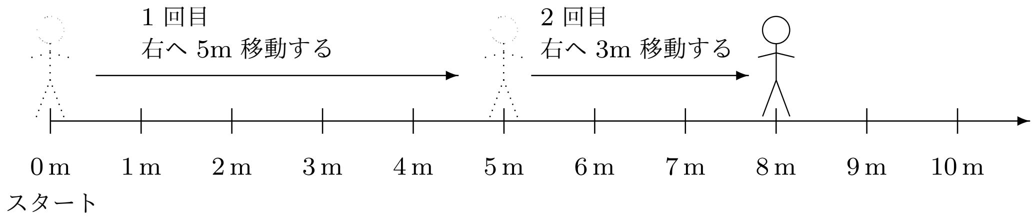
2 回目の移動



では 2 つ移動ををつなげて 1 つの図にして考えてみましょう。すると次のようになりま

すよね。

1 回目の移動と 2 回目の移動をつなげると



この図を見れば、2 回の移動で結局右へ $5+3$ メートル進んでいるってわかりますね。

この話でわかるように、「たし算」とは、「まっすぐ 2 回移動するときに、最後に結局どれだけ移動したのか求める計算」であると言えます。

さて、ここまで、「小学校で習った数（つまり、マイナスの数がない世界の数）のたし算」には二つの意味があるということをおさらいしました。そこで、この「二つの意味」をもとにして今度は、「5 たす -3」のように、「マイナスの数が混ざっているたし算」のことを考えることにしましょう。

マイナスの数も入っているたし算はどのように計算するべきか、「たし算の意味その 1」に出てきたボールの話をもとに考えてみよう

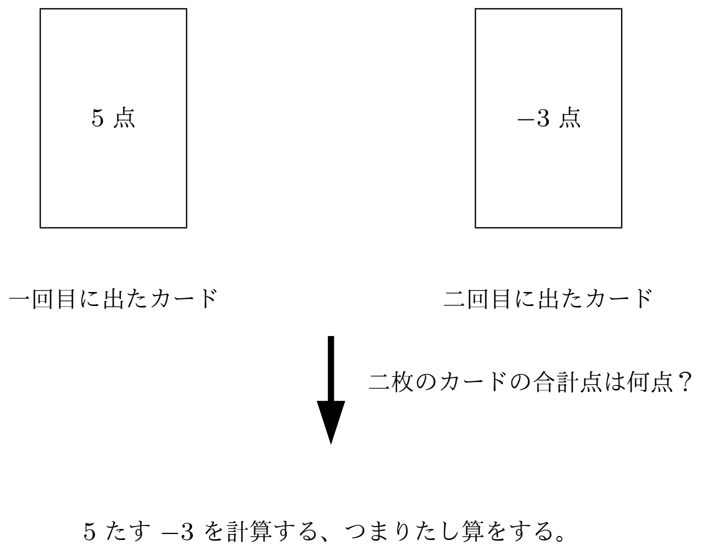
「A 君はボールを 5 個、B 君はボールを -3個持っているとします。二人の持っているボールを合わせると何個ですか？」

これが、ボールの話を使って考えた「5 たす -3」の意味ですよね。でも、困ったことがおきました。「B 君はボールを -3個持っている」なんて言っていますが、いったいどういうことなのでしょう。「マイナス 3 個のボール」って言われても困りますよね。意味不明なので、ボールの話で考えるのはやめにします。

マイナスの数も入っているたし算はどのように計算するべきか、「たし算の意味その 1」に出てきたカードの話をもとに考えてみよう

「機械のボタンを 2 回押したところ、1 回目には 5 点のカード、2 回目には。−3 点のカードが出てきました.。2 枚のカードの点数を合計すると何点になりますか。」

これが、カードの話を使って考えた「5 たす −3」の意味ですよね。



ところで、プラスの数の書いてあるカードをもらうと自分の点数が増えますよね。では、マイナスの数の書いてあるカードをもらうと、いったいどうなるのでしょうか。次のように考えるのが一番自然だと思うのですがどうでしょうか？

−3 点のカードをもらうと、自分の点数は 3 点減る

どうです？この考え、賛成してもらえますか？

このように考えれば、「5 たす −3 の答えは $\boxed{}$ ですね。」（自分で考えて、空欄に正しい数を書いておいてください。）

マイナスの数も入っているたし算はどのように計算するべきか、「たし算の意味その 2」に出てきたまっすぐ 2 回移動する話をもとに考えてみよう

まず、「5 たす 3」の意味をおさらいしておきます。

「スタート地点から 2 回に分けて右へまっすぐ進むのですが、1 回目は 5 メートル、2 回目は 3 メートル進みました。では結局何メートル右へ移動しましたか？」

これが、「5 たす 3」の意味でしたね。

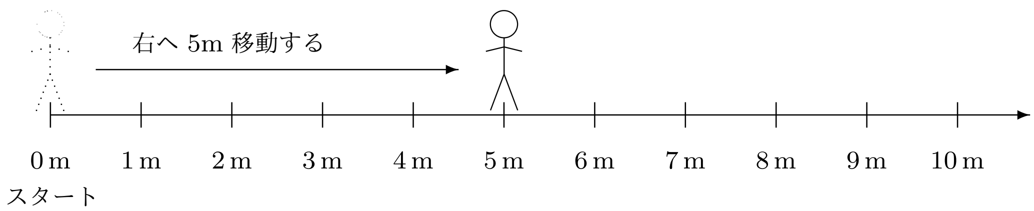
それでは、「5 たす −3」の場合はどんなふうに移動したと考えればよいのでしょう。「5 たす 3」のときと全く同じように考えると、

「スタート地点から 2 回に分けて右へまっすぐ進むのですが、1 回目は 5 メートル、2 回目は −3 メートル進みました。では結局何メートル右へ移動しましたか？

という意味になりますよね。

ですからもちろん、次の図のように、1 回目は右へ 5 メートル進んだと考えてよいですね。

1 回目の移動

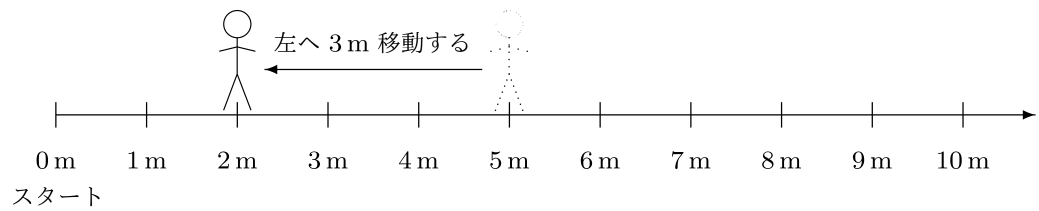


問題は 2 回目の移動です。なにせ「マイナス 3」ですから。「右へ−3 メートル進んだ」ということのようですが、「マイナス 3 メートル進む」って、どういうことなのでしょう。まぁ、プラスの数とマイナスの数は反対の性質を持っているわけですから、きっと次のように考えればよいのではないでしょうか。

「右へ −3 メートル進むとは、 $\boxed{\quad}$ へ 3 メートル進むということである。」（自分で考えて、空欄に正しい言葉を書いておいてください。）

このように考えると、2 回目の移動は次のようになるわけです。

2 回目の移動



どうです？この考え、賛成してもらえますか？

というわけで、5 たす −3 というたし算は「1 回目に右へ 5 m 進み、2 回目に左へ 3 m 進んだとき、最後にどこにいるのかを求める計算」ということになりますね。このように考えれば、「5 たす −3 の答え」は $\boxed{\quad}$ ですよね。（自分で考えて、空欄に正しい数を書いておいてください。）

ここまで考えてきてことをまとめておきましょう。

重要な事実：正負の数のたし算の仕方

プラスの数やマイナスの数が出てくる「たし算」は、点数の書いてあるカードの話や、まっすぐ右へ移動する話を思い浮かべて計算することができます。

(1) たし算を、点数の書いてあるカードの話で考えてみます。たし算は点数を合計する計算ですが、マイナスの点数が書いてあるカードをもらうと合計点は減ります。ですから、マイナスの数を「たす」と、たし算の答えは減ります。

(2) たし算を、まっすぐ右へ移動する話で考えてみます。プラスの数はまっすぐ右へ移動することを意味しますが、マイナスの数はまっすぐ左へ移動することを意味することになります。たし算は、合計する計算ですが、マイナスの

数は左へ移動することを意味しているのですから、マイナスの数だけ移動すると、今いるところから左へ戻ることになります。ですから、マイナスの数を「たす」と、たし算の答えは減ります。

問 26. 点数の書いてあるカードの話や、まっすぐ右へ移動する話を思い浮かべて、次の質問に答えなさい。

(1) 7 たす -3 の答えはいくつですか？

(2) 3 たす -7 の答えはいくつですか？

(3) 7 たす -3 の答えはいくつですか？

(4) 3 たす -7 の答えはいくつですか？

答えを見る

記号の使い方の注意

(1) これから当分のあいだ、プラスの数には「+」のマークを付けることにします。つまり、5 とか 21 とか書くのではなく、あえて $+5$ とか $+21$ と書くことにします。

(2) マイナスの数にはもちろん「−」のマークをつけます。ですから「マイナス 21」という数は「-21」と書かれます。

(3) 　今までこのテキストでは、「5 たす -3」のように二つの数をたすとき、ひらがなで「たす」と書いてきました。これからは、数学っぽく、たし算のマークでもある「+」を使うことにします。では、「5 たす -3」は「+」のマークを使う場合、どんな風に書けばよいのでしょうか？

$$+5 + -3$$

で良いのでしょうか？

これではあまり良くないですよね。だって、+ と − がくっついて並んでいるので、

わけがわからなくなりそうですよね。そこで、こういうときは「かっこ」を使って次のように書くことに決めてあります。

$$(+5)+(-3)$$

と書くのです。

問 27. 次のように、言葉で表されている「たし算」を、数学っぽくたし算のマークである「+」のマークと「かっこ」を使って表しなさい。

(1) プラス 8 たすプラス 5　　(2) プラス 8 たすマイナス 5
(3) マイナス 5 たすプラス 8　　(4) マイナス 5 たすマイナス 8

答えを見る

問 28. 点数の書いてあるカードの話や、まっすぐ右へ移動する話を思い浮かべて、次の計算をしなさい。

(1) $(+4)+(+6)$　　(2) $(+9)+(-4)$
(3) $(-10)+(+4)$　　(4) $(-4)+(-6)$
(5) $(+5)+(-5)$　　(6) $(+4)+(-4)$
(7) $(-3)+0$　　(8) $0+(-5)$

答えを見る

2.2　たし算の持っている重要な性質

おさらい

「5 たす 3」というたし算について少し思い出しておきたいことがあります。「5 たす 3」というのを数学っぽく式で書くと

$$5+3$$

となりますよね。そしてさらに、「プラス 5 たすプラス 3」のようにくどく考えて

$$(+5)+(+3)$$

と書くこともできますね。

ところで、たし算のマーク「+」の前に書いてある数を「たされる数」、たし算のマーク「+」のあとに書いてある数を「たす数」と呼ぶのでしたね。（小学校で習っていると思います。念のため右の図も見てください。）

$$(+5) + (+3)$$

たされる数　　たす数

そこであなたに質問です。

質問

$(+5) + (+3)$ の答えと $(+3) + (+5)$ の答えは同じですか？

この質問、大丈夫ですよねぇ。大丈夫な人は、次の文の空欄に正しい言葉を入れてください。

どうも「たし算では、たされる数とたす数を入れ替えて計算しても、答えは $\boxed{\qquad}$ になる。」

おさらい終わり

さて、さっきのおさらいで、「$(+5) + (+3)$ の答えと $(+3) + (+5)$ の答えは同じになる」ということを思い出してもらいました。でも $+5$ と $+3$ は両方ともプラスの数ですよね。もし、「$+5$ たす -3」のようにどっちかの数がマイナスだったらどうなのでしょうか。さらに、「-5 たす -3」のように両方の数がマイナスだったらどうなのでしょうか。心配なので、次の例題や問で考えてみることにしましょう。

例題 7　点数の書いてあるカードの話や、まっすぐ右へ移動する話を思い浮かべて、次の質問に答えなさい。

(1)　$(+5) + (-3)$ の答えと $(-3) + (+5)$ の答えは同じですか？

(2)　$(-5) + (-3)$ の答えと $(-3) + (-5)$ の答えは同じですか？

解答

(1) $(+5) + (-3)$ の答えと $(-3) + (+5)$ の答えは同じかどうか考えるのですよね。カードの話や、まっすぐ右へ移動する話を使って考えてみましょう。

- 点数のついたカードの話で考えてみます。「プラスの点数のカードが出ると持ち点は増え」、「マイナスの点数のカードが出ると点数は減る」のですよね。

  まず、$(+5)+(-3)$ というたし算の答えを考えてみます。これは「1 回目に +5 点のカードが出て、2 回目に -3 点のカードが出たときの合計点を求める計算」ですね。

  初めの持ち点は 0 点です。第 1 回目に +5 点のカードが出るので持ち点は 0 から 5 増えて 5 点となり、2 回めに -3 点のカードが出るので持ち点が 3 点減り、結局最後に持ち点は 2 点になるわけです。このように考えると、

$$(+5)+(-3)=+2$$

  ということがわかりますね。

  次に $(-3)+(+5)$ というたし算の答えを考えてみます。これは「1 回目に -3 点のカードが出て、2 回目に +5 点のカードが出たときの合計点を求める計算」ですね。

  初めの持ち点は 0 点です。第 1 回目に -3 点のカードが出るので持ち点は 0 から 3 減って持ち点が -3 点となり、2 回目に +5 点のカードが出るので持ち点が 5 点増え、結局最後に持ち点は 2 点になるわけです。このように考えると、

$$(-3)+(+5)=+2$$

  ということがわかりますね。

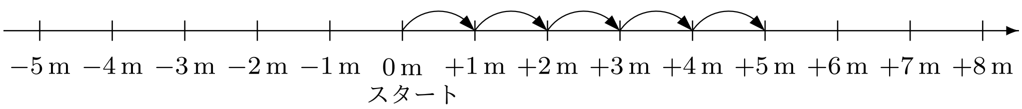
  以上で $(+5)+(-3)$ の答えと $(-3)+(+5)$ の答えは同じであるとわかりました。

- まっすぐ右へ移動する話で考えてみます。

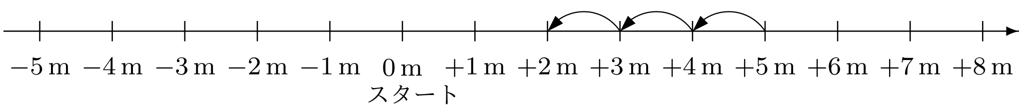
プラスの数は右への移動を表していて、マイナスの数は左への移動を表していると考えれば良いですよね。

まず、$(+5)+(-3)$ というたし算の答えを考えてみます。これは「1 回目に右へ 5 m 移動し、2 回目に左へ 3 m 移動したとき最後にどこにいるのか求める計算」ですね。

次の図を見てください。初めにあなたは 0 m のところにいます。そして、この図のように 1 回目に右へ 5 m 移動するわけです。



今度は次の図を見てください。今あなたは +5 m のところにいます。そして、この図のように 2 回目に左へ 3 m 移動するわけです。



結局最後にあなたは +2 mの場所にいることになりますね。ですから移動の話で考えると、

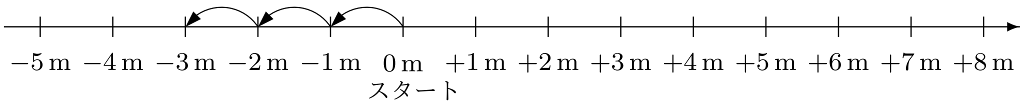
$$(+5)+(-3)=+2$$

ということがわかりますね。

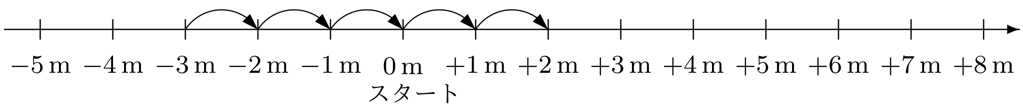
今度は、$(-3)+(+5)$ というたし算の答えを考えてみます。これは「1 回目に左へ 3 m 移動し、2 回目に右へ 5 m 移動したとき最後にどこにいるのか求める計算」ですね。

次の図を見てください。初めにあなたは 0 m のところにいます。そして、この

図のように 1 回目に左は 3 m 移動するわけです。



今度は次の図を見てください。今あなたは −3 m のところにいます。そして、この図のように 2 回目に右へ 5 m 移動するわけです。



結局最後にあなたは +2 mの場所にいることになりますね。ですから移動の話で考えると、

$$(-3)+(+5)=+2$$

ということがわかりますね。

以上で $(+5)+(-3)$ の答えと $(-3)+(+5)$ の答えは同じであるとわかりました。

カードの話で考えても、移動の話で考えても、

$(+5)+(-3)$ というたし算の答えと $(-3)+(+5)$ というたし算の答えは同じ

ということがわかりましたね。

(2) $(-5)+(-3)$ の答えと $(-3)+(-5)$ の答えは同じかどうか考えるのですよね。(1) の解答と同じように考えてみましょう。

- 点数のついたカードの話で考えてみます。「プラスの点数のカードが出ると持ち点は増え」、「マイナスの点数のカードが出ると点数は減る」のですよね。

まず、$(-5)+(-3)$ というたし算の答えを考えてみます。これは「1 回目に -5 点のカードが出て、2 回目に -3 点のカードが出たときの合計点を求める計算」ですね。

初めの持ち点は 0 点です。第 1 回目に -5 点のカードが出るので持ち点は 0 から 5 減って -5 点となり、2 回目にに -3 点のカードが出るのでさらに持ち点が 3 点減り、結局最後に持ち点は -8 点になるわけです。このように考えると、

$$(-5)+(-3)=-8$$

ということがわかりますね。

次に $(-3)+(-5)$ というたし算の答えを考えてみます。これは「1 回目に -3 点のカードが出て、2 回目に -5 点のカードが出たときの合計点を求める計算」ですね。

初めの持ち点は 0 点です。第 1 回目に -3 点のカードが出るので持ち点は 0 から 5 減って -5 点となり、2 回めに -5 点のカードが出るので持ち点がさらに 3 点減り、結局最後に持ち点は -8 点になるわけです。このように考えると、

$$(-3)+(-5)=-8$$

ということがわかりますね。

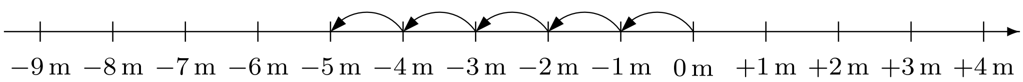
以上で $(-5)+(-3)$ の答えと $(-3)+(-5)$ の答えは同じであるとわかりました。

- まっすぐ右へ移動する話で考えてみます。

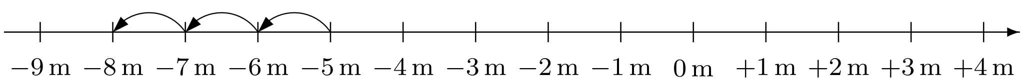
  プラスの数は右への移動を表していて、マイナスの数は左への移動を表していると考えれば良いですよね。

まず、$(-5)+(-3)$ というたし算の答えを考えてみます。これは「1 回目に右へ 5 m 移動し、2 回目に左へ 3 m 移動したとき最後にどこにいるのか求める計算」ですね。

次の図を見てください。初めにあなたは 0 m のところにいます。そして、この図のように 1 回目に左へ 5 m 移動するわけです。



今度は次の図を見てください。今あなたは -5 m のところにいます。そして、この図のように 2 回目に左へ 3 m 移動するわけです。



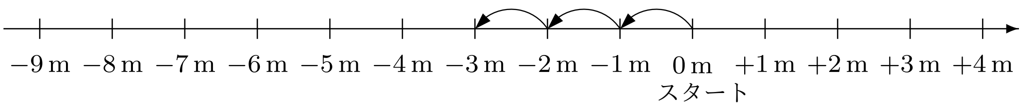
結局最後にあなたは -8 m の場所にいることになりますね。ですから移動の話で考えると、

$$(-5)+(-3)=-8$$

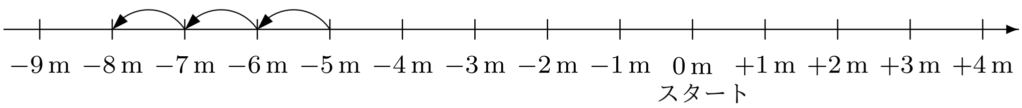
ということがわかりますね。

今度は、$(-3)+(-5)$ というたし算の答えを考えてみます。これは「1 回目に左へ 3 m 移動し、2 回目に左へ 5 m 移動したとき最後にどこにいるのか求める計算」ですね。

次の図を見てください。初めにあなたは 0 m のところにいます。そして、この図のように 1 回目に左 へ 3 m 移動するわけです。



今度は次の図を見てください。今あなたは $-3\,\mathrm{m}$ のところにいます。そして、この図のように 2 回目に右へ 5 m 移動するわけです。



結局最後にあなたは +2 mの場所にいることになりますね。ですから移動の話で考えると、

$$(\,-3) + (-5) = -8$$

ということがわかりますね。

以上で $(-5) + (-3)$ の答えと $(-3) + (-5)$ の答えは同じであるとわかりました。

カードの話で考えても、移動の話で考えても、

$(-5) + (-3)$ というたし算の答えと $(-3) + (-5)$ というたし算の答えは同じ

ということがわかりましたね。

問 29. 点数の書いてあるカードの話や、まっすぐ右へ移動する話を思い浮かべて、次の質問に答えなさい。

(1) $(+7) + (-2)$ の答えと $(-2) + (+7)$ の答えは同じですか？

(2) $(-7) + (-2)$ の答えと $(-2) + (-7)$ の答えは同じですか？

答えを見る

どうでしたか？マイナスの数が混ざっているたし算では、たされる数とたす数を入れ替えるとどうなるのかわかりましたか？点数の書いてあるカードの話や、まっすぐ右へ移動

する話を思い浮かべてもっといろいろな数で試してくださいね。

実は次のようになっているのです。

重要な事実：たし算の交換法則

たし算では、「たされる数」や「たす数」がプラスであろうがマイナスであろうがそんなことには関係なく、「たされる数」と「たす数」を入れ替えて計算しても答えは同じになります。つまり、□ や △ がプラスの数でもマイナスの数でも

$$\square + \triangle = \triangle + \square$$

が成り立っているのです。

問 30. ひき算では、「ひかれる数」と「ひく数」を入れかえて計算すると答えは変わりますか？つまり、$\square - \triangle$ と $\triangle - \square$ の答えは違うのでしょうか？ 答えを見る

おさらい

「三つの数をたすようなたし算」について考えることにしましょう。例えば、

$$(3 + 9) + 7$$

のようなたし算について考えます。この式には (　　) がついていますね。なぜなのかというと、「3 つの数を一度にたすことは、人間にはできない」からです。人間は 3 つの数があるとき、まずどれか 2 つの数をたして答えをだし、次にその答えと残っている数をたすのです。順番に 1 つ 1 つたしていくしかないのです。ですから $(3 + 9) + 7$ という式では、まず「3 たす 9」をしてから、つぎに「その答えと 7 をたす」のです。小学校のときに、「かっこのついているところから先に計算する」ということを学習しましたよね。

では、次の式はどうでしょうか。

$$3 + (9 + 7)$$

自分で考えて、以下の文の空欄に、正しい数を書いてください。

この式は、まず「$\square$ たす $\square$ 」をしてから次に「$\square$ とさっきの答えをたす」という順番で計算します。

さて、ここまで、$(3+9)+7$ というたし算と $3+(9+7)$ というたし算の話をしてきました。どちらの式にも 3、9、7 という数が出てきています。それだけではなく、どちらの式も、左から 3、9、7 の順に並んでいます。しかし、かっこのついているところが違います。ですから、この 2 つの式では計算の仕方は違っているのです。ところで答えも違うのでしょうか？二つの式を計算して、調べることにしましょう。自分で考えて、以下の式の空欄に、正しい数を書いてください。

まず、$(3+9)+7$ というたし算をしてみます。

$$(3+9)+7=\square+7=\square$$

となりますよね。

一方 $3+(9+7)$ のほうですが、

$$3+(9+7)=3+\square=\square$$

となりますね。

どうでしたか？答えは同じになってますよね。

おさらい終わり

というわけで、おさらいをしてみた結果、どうも、□、◯、△ という 3 つの数をたす時、

$$(\square+\bigcirc)+\triangle=\square+(\bigcirc+\triangle)$$

が成り立っているようです。念のため、□、◯、△ の中にマイナスの数がまぎれ込んでい

ても大丈夫なのか試してみましょう。では、次の問を考えてみてください。

問 31. □、◯、△ という 3 つの数をたす時、この 3 つの数の中にマイナスの数が混ざっていても、(□ + ◯) + △ の答えと □ + (◯ + △) の答えは同じになるのかどうか考えてみることにします。次の問に答えなさい。

(1)　$\{(+3)+(-9)\}+(+7)$ と $(+3)+\{(-9)+(+7)\}$ の答えは同じになりますか？

(2)　$\{(-3)+(-9)\}+(+7)$ と $(-3)+\{(-9)+(+7)\}$ の答えは同じになりますか？

(3)　$\{(-3)+(-9)\}+(-7)$ と $(-3)+\{(-9)+(-7)\}$ の答えは同じになりますか？

答えを見る

どうでしたか？少しは安心できましたか？心配な人もそうではない人も、もっと自分でいろいろな数を使って試してみてくださいね。

実は次のようになっているのです。

重要な事実：たし算の結合法則

たし算ばかりの式ではどこから計算しても良いのです。つまり、□、◯、△ という 3 つの数があるとき、□、◯、△ がプラスの数であろうがマイナスの数であろうがそんなことには関係なく、

$$(\square+\bigcirc)+\triangle=\square+(\bigcirc+\triangle)$$

が成り立っているのです。

この「重要な事実」を使うと計算の工夫をすることができます。次の例題で練習してみることにします。

例題 8　次のたし算をしなさい。

(1)　$(+3)+(-8)+(+7)+(-5)$

(2)　$(+6)+(-18)+(-6)$

解答

(1) 式を良く見てください。$+3$、-8、$+7$、-5 という 4 つの数をたすのですね。この 4 つの数の中には、プラスの数もあれば、マイナスの数もあります。54 ページと 56 ページで学習した二つの「重要な事実」によると、「たし算だけの式では、たす順番や、たす数の組み合わせを変えて計算しても大丈夫」ということになりますね。ですから、プラスの数たちばかり集めたり、マイナスの数ばかり集めたりして計算するという工夫をしても良いはずです。つまり、プラスの数である $+3$ と $+7$ を集めてたして、マイナスの数である -8 と -5 を集めてたして、最後にその二つの答えをたすという順番で計算するができるわけです。（そうしないといけないというわけではありませんが、そのほうが、計算間違いは少なくなるかもしれませんね。）というわけで、次のように計算は進みます。

$$(+3)+(-8)+(+7)+(-5)$$

プラスの数は前のほうに、マイナスの数は後ろのほうに集める

$$=(+3)+(+7)+(-8)+(-5)$$

プラスの数どうし、マイナスの数どうしをたすことにして { } で囲む

$$=\{(+3)+(+7)\}+\{(-8)+(-5)\}$$

{ } の中を計算する

$$=(+10)+(-13)$$

$$=-3$$

(2) $(+6)+(-18)+(-6)$ という式でしたね。よく見ると $+6$ と -6 がいます。何かラッキーな感じがしませんか？だって、$+6$ と -6 をたすと、$\boxed{\quad}$ になるではありませんか。（この空欄には、自分で考えて正しい数を書いておいてください。）

さっき勉強した、54 ページで学習した「重要な事実」によると、たし算は順番を入れ替えて計算しても良いのでしたね。そこで次のように計算することができます。

$$
\begin{aligned}
&(+6)+(-18)+(-6) \\
&=(+6)+(-6)+(-18) \\
&=\{(+6)+(-6)\}+(-18) \\
&=0+(-18) \\
&=-18
\end{aligned}
$$

-18 と -6 を入れかえて、前のほうに $+6$ と -6 を集める

$+6$ と -6 を先にたすつもりなので { } で囲む

{ } の中を計算する

問 32.　式を良く見てできるだけ易しいやり方を考えてから計算しなさい。

(1) $(+5)+(-9)+(-7)+(+6)$

(2) $(-8)+(+5)+(-3)+(+8)+(-1)$

答えを見る

2.3　正負の数のひき算っていったいどうする？

これから「ひき算」について学習しようと思います。ですが、その前に、あなたに 3 つクイズを出します。ここまで「たし算」についてきちんと学習してきたあなたなら、きっとすぐに答えがだせるでしょう。

クイズ 1

ある数に +5 をたしたら +8 になりました。ある数はいくつですか？

クイズ 1 の答え

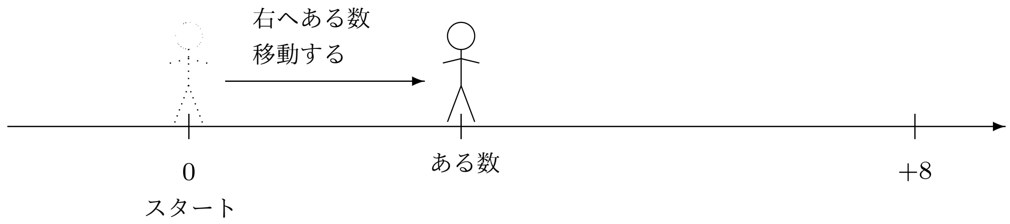
答えは +3 ですね。きっと、「ひき算」を使って「8 ひく 5」を計算して求めた人も多かったことでしょう。この話はこれで終わりにしても良いのですが、この先のことも考え大切な補足をしておきましょう。この、クイズ 1 では

$$(\text{ある数})+(+5)$$

というたし算をしたら +8 になったと言ってましたね。このことを、たし算を学習してきたときに出てきた「右へ移動する話」で考えてみることにします。

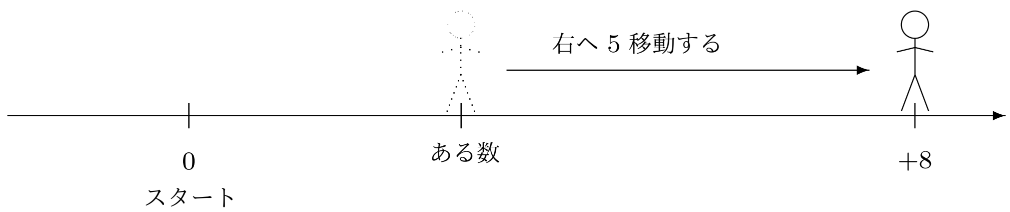
次の図を見てください。(ある数) + (+5) というたし算を「右へ移動する話」で考えると、まず、はじめに 0 から右へ「ある数」だけ進んだということですよね。

1 回目の移動



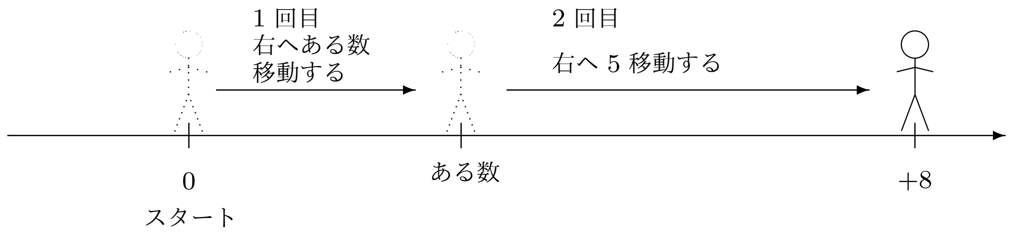
そして 2 回目には「ある数」から右へ +5 進んだのですよね。そうしたら、+8 のところに来たといっています。次の図を見てください。

2 回目の移動



ここで、2 回の移動をひとつの図にまとめてみることにします。次の図を見てください。

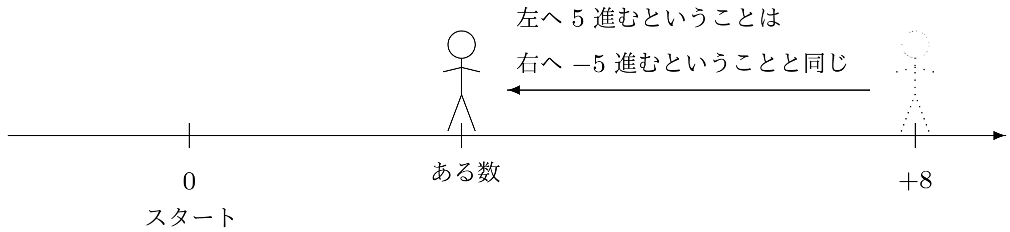
2 回の移動をまとめた図



ある数を発見するにはどうすればよいでしょうか。この図を良く見ると、+8 の所から「左へ」5 進めばある数へ行けることがわかりますね。そして、たし算のところで学習したことを良く思い出してみると、「左へ 5 進む」ということは、「右へ −5 進む」というこ

と同じでしたね。ではここで、次の図を見てください。

ある数へ行くには最後にいたところから左へ 5 進む



このように考えると、クイズ 1 の答えは「ひき算」ではなく「たし算」で求めることができます。「+8 たす −5」を計算すればよいのです。ですから

$$(+8) + (-5) = \boxed{}$$

となりますよね。（自分で考えて空欄に正しい数を書いておいてください。）

これで、「ある数」の正体は +3 であることがわかりました。

この話で、あなたにわかってほしいのは次のことです。

「ある数に +5 をたしたら +8 になりました。ある数はなんでしょう？」と聞かれたら、普通は「ひき算」で「8 ひく 5」を計算します。しかし、「たし算」を使って、「+8 たす −5」を計算しても良いのです。つまり、「マイナスの数」を知っている人は、「ひき算」を「たし算」に直して計算できるのです。

クイズ 2

ある数に +5 をたしたら +2 になりました。ある数はいくつですか？

さあ、一生懸命考えてください。3 分待ちます。自分で考える前に、この先の答えを読んではだめですよ。

……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

はい、3 分たちました。それでは、詳しく説明することにしましょう。

クイズ 2 の答え

「ある数に +5 をたしたら +2 になった」のですから、「ひき算」を使って「2 ひく 5」を計算すればよさそうですね。でも、「そんなこと言われても困るなぁ。2 から 5 なんてひけないよ。だって、5 は 2 より大きいもん。」と思った人もきっといるでしょう。そうですよね。小学校では、「ひく数」がひかれる数より大きかったらひき算はできないって教わっていますよね。つまり、

$2-5$ を計算したい。でも困った。ひく数のほうが大きい。

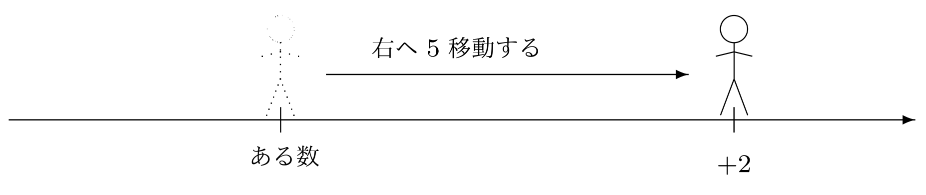
ということですね。

そこで、たし算の学習で出てきた「右へ移動する話」を思い出してみましょう。このクイズ 2 は、

（ある数）たす $(+5)$ の答えが $(+2)$ になった

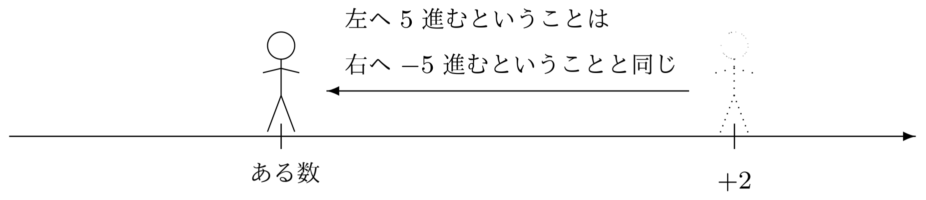
という話でしたね。つまり 1 回目に右へある数だけ進み、2 回目にはそこから右へ 5 進んでみたら、+2 のところに来たのです。次の図を見てください。2 回目の移動を図にしてみました。

2 回目の移動



ある数を発見するにはどうすればよいでしょう。図を良く見ると、+2 のところから「左へ」5 進めば良さそうですね。ここで再び、たし算の所で学習したことを思い出してみましょう。「左へ 5 進む」ということは「右へ -5 進む」ということと同じなのでしたね。次の図を見てください。

ある数へ行くには左へ 5 進む



このように考えると、このクイズ 2 の答えは「たし算」で求めることができますね。そうです、「+2 たす $\boxed{\quad}$ 」を計算すればよいのです。（空欄に正しい数を書いておいてください。）

このたし算を計算してみると

$$(+2) + (\ \boxed{\quad}\ ) = \boxed{\quad}$$

ってなりますね。ですから、「ある数」の正体は −3 ですよね。（空欄に正しい数を書いておいてください。）

ここまでの話をまとめておきましょう。

「ある数に +5 をたしたら +2 になりました。ある数は何でしょう？」と聞かれたので、「ひき算」で「+2 ひく +5」を計算しようと思いました。しかし、この場合も「ひき算」の代わりに「たし算」を使って「+2 たす −5」を計算すればよいことがわかりました。つまり、「マイナスの数」を知っている人は、「ひき算」を「たし算」に直して計算できるのです。

クイズ 3

ある数に −5 をたしたら +2 になりました。ある数はいくつですか？

さあ、今度も一生懸命考えてください。3 分待ちます。自分で考える前に、この先の答えを読んではだめです。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・

はい、3 分たちました。それでは、詳しく説明することにしましょう。

クイズ 3 の答え

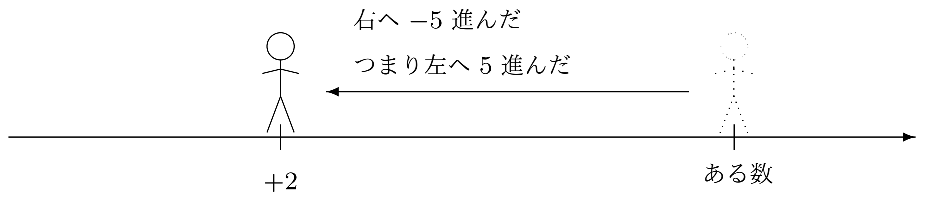
「-5 をたしたら $+2$ になった」のですから、「ひき算」を使って「2 ひく -5」を計算すればよさそうですね。注意してくださいね。「2 ひく 5」ではなくて「2 ひく -5」ですよ。でも「マイナス」の数を「ひく」ってどうするのでしょう？そこで「右への移動の話」を思い出すことにしましょう。頭がこんがらかってきそうなときは、「まっすぐ右へ移動する話」を使って頭の中を整理するのです。

この、クイズ 3 は、

（ある数）たす (-5) の答えが $(+2)$ になった

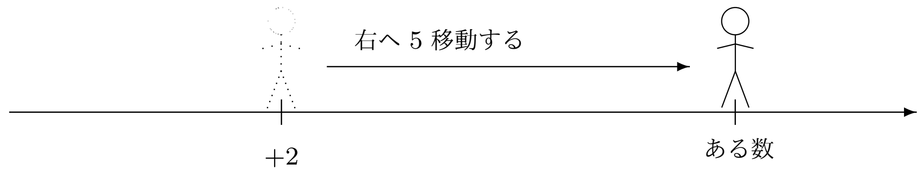
ということですね。つまり、移動の話で考えると、1 回目に右へ「ある数」進み、2 回目に右へ -5 進んだら最後には $+2$ の所に来たということですね。いいですか、2 回目は、「右へ-5 進んだ」のですよ。ということは、2 回目の移動は、実際には「左へ 5 進んだ」ということですね。2 回目の移動を次の図に描いておきました。見てください。

2 回目の移動



では、ある数を発見するにはどうすればよいでしょう。この図を良く見ると、「$+2$」の所から「右へ」5 進めば良さそうですね。ここで、またまた、たし算のところで学んだことを思い出しましょう。次の図を見てください。

ある数へ行くには右へ 5 進む



そうすると、この、クイズ 3 の答えは「たし算」で求めることができますね。そうです、「+2 たす $\boxed{}$ 」を計算すれば良いのです。計算してみると

$$(+2)+(\boxed{})=\boxed{}$$

となります。ですから、ある数の正体は +7 ですよね。（自分で考えて空欄に正しい数を書いておいてください。）

ここまでの話をまとめておきましょう。

「ある数に −5 をたしたら +2 になりました。ある数は何でしょう？」と聞かれたので、「ひき算」で「+2 ひく −5」を計算しようと思いました。しかし、この場合も「ひき算」の代わりに「たし算」を使って「+2 たす +5」を計算すればよいことがわかりました。つまり、「マイナスの数」を知っている人は、「ひき算」を「たし算」に直して計算できるのです。

さて、ここで、クイズ 1、クイズ 2、クイズ 3 を通して見えてきた大切なことをまとめておきましょう。

重要な事実：正負の数のたし算引き算について大切な物の見方を理解しよう

(1) プラスの数とマイナスの数は「反対の性質」を持っています。例えば、数直線を使って考えるときは、プラスの数は「右へ」移動することを意味していて、マイナスの数は「左へ」移動することを意味しています。

(2) たし算とひき算は「反対の計算」です。例えば、数直線を使って考えるときは、たし算は「右へ」移動することを意味していて、ひき算は「左へ」移動

することを意味しています。

(3) ある数に「マイナス」の数を「たす」ことを考えてみましょう。「たし算」をするので右へ移動することになりますが、今は「マイナス」の数を「たす」ので本当は「左へ」移動します。

(4) ある数から「マイナス」の数を「ひく」ことを考えてみましょう。「ひき算」をするので左へ移動することになりますが、今は「マイナス」の数を「ひく」ので本当は「右へ」移動します。

(5) マイナスの数を知っている人は「ひき算」を「たし算」に直して計算できます。例えば、ある数から $+5$ を「ひく」代わりに、ある数に $\boxed{}$ を「たせばよい」のです。また、例えば、ある数から -5 を「ひく」代わりに、ある数に $\boxed{}$ を「たせばよい」のです。（空欄に正しい数を書いておいてください。）つまり**ひく数のプラス、マイナスを取り替えて、「ひき算」を「たし算」に直すことができる**のです。

ここまでの学習で、「ひき算」ってどうすればよいのかわかりましたね。それではこの大切な物の見方を使って、正負の数のひき算を練習しましょう。

例題 9　次の「ひき算」を「たし算」に直して計算しなさい。

(1)　$(+3)-(+7)$　　　　(2)　$(-3)-(-8)$

解答

ひき算をたし算に直す時には、ひく数の符号（プラス、マイナスのことですよ）を取りかえるのでしたね。

(1) あっさり説明します。次の式変形をよくみて、説明をよく読んでください。

$$(+3) - (\boxed{+7})$$
$$= (+3) + (\boxed{-7})$$
$$= -4$$

+7 を「ひく」かわりに
−7 を「たす」ことにする

もう正負の数の「たし算」の
仕方は知っている

(2) あっさり説明します。次の式変形をよくみて、説明をよく読んでください。

$$(-3) - (\boxed{-8})$$
$$= (-3) + (\boxed{+8})$$
$$= +5$$

−8 を「ひく」かわりに
+8 を「たす」ことにする

正負の数の「たし算」の
仕方は知っている

問 33. 次の計算をしなさい。

(1) $(+8) - (+5)$　　(2) $(+6) - (-9)$

(3) $(-2) - (+10)$　　(4) $(+7) - (-3)$

答えを見る

例題 10　数直線を利用して「たし算」と「ひき算」のことを考えることにします。

(1) ある数に +7 を「たす」ことにしました。このたし算を数直線上で考えると、ある数からどっちへどれだけ進むことになりますか？

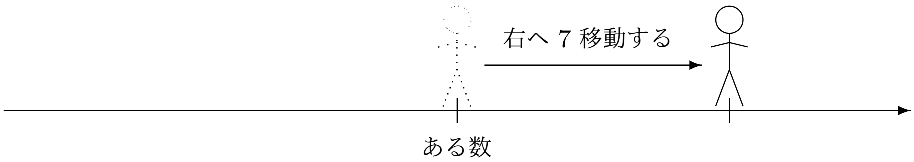
(2) ある数に −7 を「たす」ことにしました。このたし算を数直線上で考えると、ある数からどっちへどれだけ進むことになりますか？

(3) ある数から +7 を「ひく」ことにしました。このひき算を数直線上で考えると、ある数からどっちへどれだけ進むことになりますか？

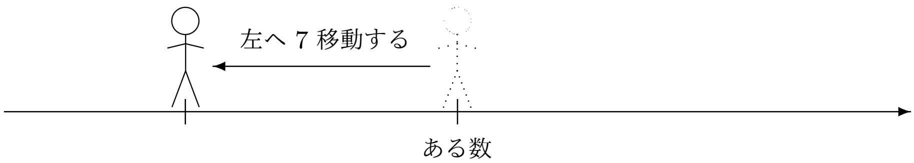
(4) ある数から −7 を「ひく」ことにしました。このひき算を数直線上で考えると、ある数からどっちへどれだけ進むことになりますか？

解答

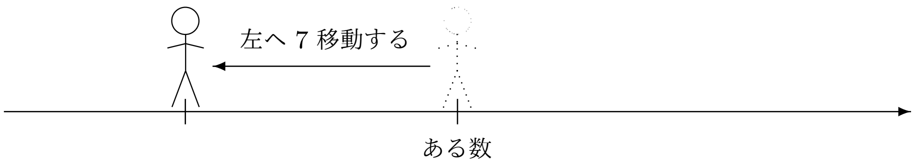
(1) 「プラスの数」を「たす」と右へ進むことになりますね。ですからある数に $+7$ を たすと、次の図のように右へ 7 進みます。



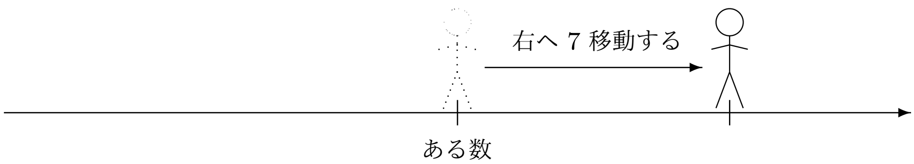
(2) 「マイナスの数」を「たす」と左へ進むことになりますね。ですからある数に -7 をたすと、次の図のように左へ 7 進みます。



(3) 「プラスの数」を「ひく」と左へ進むことになりますね。ですからある数から $+7$ をひくと、次の図のように左へ 7 進みます。



(4) 「マイナスの数」を「ひく」と右へ進むことになりますね。ですからある数から -7 をひくと、次の図のように右へ 7 進みます。



問 34. 数直線で考えなさい。

(1) ある数に $+6$ をたすと、ある数からどちらにどれだけ進みますか？

(2) ある数に -6 をたすと、ある数からどちらにどれだけ進みますか？

(3) ある数から $+6$ をひくと、ある数からどちらにどれだけ進みますか？

(4) ある数から -6 をひくと、ある数からどちらにどれだけ進みますか？

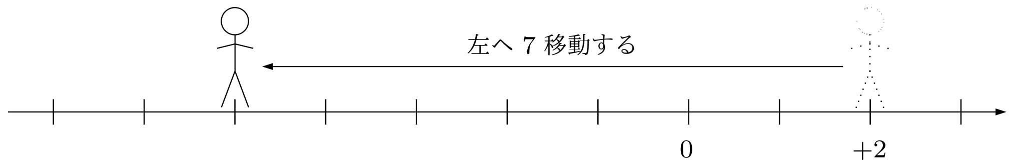
答えを見る

例題 11　まず目盛りが 1 きざみで付いている数直線を描いてください。そして、どちらにどれだけ移動するのか考えて、次の計算をしてください。

(1)　$(+2)+(-7)$　　(2)　$(-7)-(-4)$

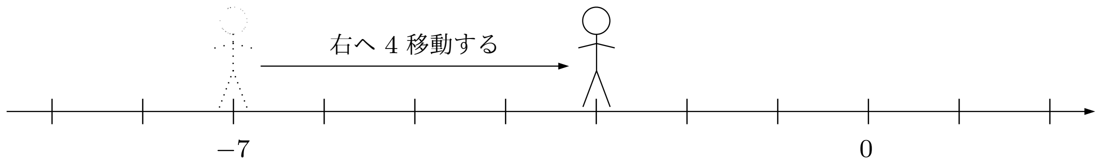
解答

(1) $+2$ に -7 をたすのですね。-7 は「マイナス」の数で、これを「たす」わけですから左へ進みます。つまり $+2$ から左へ 7 進んだ所に答えがあるのです。次の図を見ましょう。



答えは $\boxed{}$ ですね。（空欄に正しい数を書いておいてください。）

(2) -7 から -4 をひくのですね。-4 は「マイナス」の数で、これを「ひく」わけですから右へ進みます。つまり -7 から右へ 4 進んだ所に答えがあるのです。次の図を見ましょう。



答えは $\boxed{}$ ですね。（空欄に正しい数を書いておいてください。）

問 35.　まず目盛りが 1 きざみで付いている数直線を描いてください。そして、どちらにどれだけ移動するのか考えて、次の計算をしてください。

(1) $(-5)+(-9)$　　(2) $(-5)-(-9)$

(3) $(+5)+(+9)$　　(4) $(+5)-(-9)$

(5) $(+5)+(-9)$　　(6) $(-5)+(+9)$

(7) $(+5)-(+9)$　　(8) $(-5)-(+9)$

答えを見る

問 36. 次の「ひき算」を計算してください。「ひき算」を「たし算」に直す方法で計算しても良いですし、数直線を使ってどちらにどれだけ移動するのか考える方法でもかまいません。

(1)	$(-7)-(-1)$	(2)	$(+8)-(-10)$
(3)	$(-3)-(+5)$	(4)	$(+11)-(-2)$
(5)	$(-5)-(-5)$	(6)	$(-7)-(+7)$
(7)	$0-(-3)$	(8)	$(-11)-0$
(9)	$(-0.5)-(+0.3)$	(10)	$\left(-\dfrac{2}{9}\right)-\left(-\dfrac{4}{3}\right)$

答えを見る

2.4　たし算とひき算のまざった計算にチャレンジしよう

これまで、正負の数の「たし算」と「ひき算」ついて、それぞれ詳しく学習してきました。そこで、これから、「たし算」と「ひき算」の混ざった計算を学習します。しかし、その話をする前に、あなたに大切な話をしておかなくてはいけません。

大切な話：数や式の書き方について

これまで、プラスの数には、プラスの数であるということを強調するために、「+」のマークをつけてきました。例えば「5」と書く代わりに「+5」のように書くことにしていました。また計算式でも、「$5+3$」と書く代わりに「$(+5)+(+3)$」のように書きました。でもいつもこんな風にしていると、ちょっとめんどうですね。場合によっては、「$5+3$」とあっさり書きたいときもありますよね。そこで、これから、「あっさり」書いたり、「くどく」書いたりする練習をします。

例題 12　次の式は「くどく」書いてあります。「あっさり」書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1)　$(+6)+(+9)$　　　　(2)　$(+6)-(+3)$

(3)　$(+7)+(+4)$　　　(4)　$(+7)-(+2)$

解答

(1) 「(+6) たす (+9)」という式ですね。「+6」はあっさり「6」と書いてよいですね。「+9」もあっさり「9」と書いてよいですね。そうすれば、「+6」と「+9」についていた「かっこ」も書かなくてすみます。ですから、この問題の式は、

$$6+9$$

のように、あっさり書いてよいのです

(2) 「(+6) ひく (+3)」という式ですね。「+6」はあっさり「6」と書いてよいですね。「+3」もあっさり「3」と書いてよいですね。そうすれば、「+6」と「+3」についていた「かっこ」も書かなくてすみます。ですから、この問題の式は、

$$6-3$$

のように、あっさり書いてよいのです

(3) 「(+7) たす (+4)」という式ですね。もう、十分わかっていると思うので、答えだけ書いておきましょう。答えは

$$7+4$$

です。

(4) 「(+7) ひく (+2)」という式ですね。もう、十分わかっていると思うので、答えだけ書いておきましょう。答えは

$$7-2$$

です。

問 37. 次の式は「くどく」書いてあります。「あっさり」書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1) $(+15)+(+11)$　　(2) $(+15)-(+11)$

(3) $(+3)+(+9)$　　(4) $(+3)-(+9)$

答えを見る

今度は、さっきの逆の練習をします。「あっさり」書いてある式を「くどく」書き直す練習です。

例題 13　次の式は「あっさり」書いてあります。「くどく」書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1)　$6+9$　　(2)　$6-3$

(3)　$7+4$　　(4)　$7-2$

解答

(1) 「6 たす 9」という式ですね。次を見てください。この式をくどくするには「6」を「+6」に変え、「9」を「+9」に変えればよいですね。そうすると、「かっこ」もつける必要がありますね。次を見てください。

$$\begin{array}{ccccl} 6 & + & 9 & & \text{あっさりした式} \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ (+6) & + & (+9) & & \text{くどい式} \end{array}$$

というわけで、答えは

$$(+6)+(+9)$$

となります。

(2) 「6 ひく 3」という式ですね。次を見てください。この式をくどくするには「6」を「+6」に変え、「3」を「+3」に変えればよいですね。そうすると、「かっこ」もつける必要がありますね。次を見てください。

$$\begin{tikzcd} 6 \arrow[d] & - & 3 \arrow[d] & \text{あっさりした式} \\ (+6) & - & (+3) & \text{くどい式} \end{tikzcd}$$

というわけで、答えは

$$(+6) - (+3)$$

となります。

(3) もうおわかりだと思うので、答えだけ書いておきます。$7 + 4$ という式を「くどく」書くと

$$(+7) + (+4)$$

となります。

(4) 答えだけ書いておきます。$7 - 2$ という式を「くどく」書くと答えは

$$(+7) - (+2)$$

となります。

問 38. 次の式は「あっさり」書いてあります。「くどく」書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1) $15 + 11$　　(2) $15 - 11$

(3) $3 + 9$　　(4) $3 - 9$

答えを見る

くどく書き直す練習をもう少し続けましょう。

例題 14　次の式は「あっさり」書いてあります。「くどく」書き直してください。ただし、たし算の式として書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1)　$6 - 3$　　(2)　$7 - 2$

解答

(1) 実は、この問題の式は、前の例題 13 の (2) と同じです。前の例題の答えを見ると

$$\begin{array}{ccccc} 6 & - & 3 & \qquad & \text{あっさりした式} \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ (+6) & - & (+3) & \qquad & \text{くどい式} \end{array}$$

となっていますね。でも、このくどい式は「プラス 6」ひく「プラス 3」なので、ひき算の式ですよね。今、この問題では「たし算の式として書き直してください」と指示がありました。ですから、これが答えではいけません。そこで、前に、ひき算のところで学習したことを思い出してみましょう。たしか、「ひき算」の式は「たし算」の式に直せるのでしたね。「ひく数」の符号を取り替えれば、「ひき算」を「たし算」に直してよかったのでしたね。ですから、さらに次のようにできます。

$$\begin{aligned} &(+6)-(+3) \\ &=(+6)+(-3) \end{aligned}$$

+3 を「ひく」かわりに
−3 を「たす」ことにする

これでたし算の式に直りました。答えは、

$$(+6)+(-3)$$

です。

(2) もうおわかりだと思うので、あっさり説明します。まず

$$\begin{array}{ccccc} 7 & - & 2 & \qquad & \text{あっさりした式} \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ (+7) & - & (+2) & \qquad & \text{くどい式} \end{array}$$

とできますね。でも、このくどい式はひき算の式ですよね。次に、この式を「たし算」の式に直します。次のようにできます。

$$\begin{aligned} &(+7)-(+2) \\ &=(+7)+(-2) \end{aligned}$$

+2 を「ひく」かわりに
−2 を「たす」ことにする

これでたし算の式に直りました。答えは、

$$(+7)+(-2)$$

です。

問 39. 次の式は「あっさり」書いてあります。「くどく」書き直してください。ただし、たし算の式として書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1) $15 - 11$　　　(2) $3 - 9$

答えを見る

例題 15　次の式は「くどく」書いてあります。「あっさりした式に」書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1)　$(-5) + (+9) + (-7)$　　　(2)　$(-6) - (-3) + 4$

解答

ここまで、きちんと丁寧に学習してきたあなたなら大丈夫ですよね。あっさり説明します。「かっこ」と「たし算」のマークを消せばよいですよね。

(1)　「かっこ」と「たし算」のマークを消すのですから次のようになります。

$$\begin{array}{ccccc} (-5) & + & (+9) & + & (-7) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ -5 & & +9 & & -7 \end{array}$$

くどい式

あっさりした式

となりますね。つまり、答えは、

$$-5 + 9 - 7$$

です。

(2) ひき算が入っているので注意が必要ですね。まず、たし算だけの式に直してから考えましょう。そうすると、次のようにできます。

$$\begin{array}{rl} & (-6) - (-3) + 4 \\ = & (-6) + (+3) + 4 \\ & \;\;\downarrow \qquad\quad \downarrow \qquad \downarrow \\ = & \;-6 \qquad\; +3 \quad +4 \end{array}$$

-3 を「ひく」かわりに
$+3$ を「たす」ことにする

くどい式を
あっさりした式に直す

つまり、答えは、

$$-6+3+4$$

です。

問 40. 次の式は「くどく」書いてあります。「あっさりした式」に書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1) $(+4)+(-9)+(-6)$　　(2) $(-2)-(-5)+(-8)$

(3) $(+7)+(-6)+(-2)+(+9)$　　(4) $(-5)+(+3)-(+8)+6$

答えを見る

例題 16　次の式は「あっさり」書いてあります。「くどく」書き直してください。ただし、たし算の式として書き直してください。（計算はしなくてかまいません。）

(1) $-8+3-12$　　(2) $6-10-9$

解答

あっさり説明します。それぞれの数を「かっこ」で囲み、数たちのあいだに「たし算」のマークを書けばよいですね。

(1) 次を見てください。

$$\begin{array}{ccc} -8 & +3 & -12 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \qquad \text{あっさりした式}$$

$$=(-8)+(+3)+(-12) \qquad \text{くどい式}$$

つまり、答えは、

$$(-8)+(+3)+(-12)$$

です。

(2) 次を見てください。

$$\begin{array}{ccc} 6 & -10 & -9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \qquad \text{あっさりした式}$$

$$=(+6)+(-10)+(-9) \qquad \text{くどい式}$$

つまり、答えは、

$$(+6)+(-10)+(-9)$$

です。

問 41. 次の式は「あっさり」書いてあります。「くどく」書き直してください。ただし、たし算の式として書き直してください。(計算はしなくてかまいません。)

(1) $6-9+3$　　(2) $-12+5+4$

(3) $8-12-3+4$　　(4) $-7-11+9-2$

答えを見る

「あっさり」書いたり、「くどく」書いたりする練習はここまでにします。

大切な話終わり

それでは、本題に入ることにしましょう。たし算とひき算の混ざった計算を学習するのでしたね。

例題 17　次の計算をしなさい。

(1)　$(+5)-(-2)+(+8)$

(2)　$(-8)-(-3)+(-5)-(-11)$

解答

どちらの問題も、「たし算」と「ひき算」が混ざっていますね。しかし、前に、「ひき算」は「たし算」に直せるということを学びました。そこで、この問題でも、「たし算」だけの式に直してから計算することにしましょう。

(1) あっさり説明します。次の式変形をよくみて、右側の説明をよく読んでください。

$$(+5)-(-2)+(+8)$$

-2 を「ひく」かわりに
$+2$ を「たす」ことにする

$$=(+5)+(+2)+(+8)$$

プラスの数はプラスの数で集め
マイナスの数はマイナスの数で集める

$$=\{(+5)+(-2)\}+(+8)$$

$$=(+7)+(-8)$$

$$=-1$$

(2) あっさり説明します。次の式変形をよくみて、右側の説明をよく読んでください。

$$(-8)-(-3)+(-5)-(-11)$$

-3 や -11 を「ひく」かわりに
$+3$ や $+11$ を「たす」ことにする

$$=(-8)+(+3)+(-5)+(+11)$$

プラスの数はプラスの数で集め
マイナスの数はマイナスの数で集める

$$=\{(+3)+(+11)\}+\{(-8)+(-5)\}$$

$$=(+14)+(-13)$$

$$=1$$

問 42. 次の計算をしなさい。

(1) $(+6)-(-10)+(-15)$　　(2) $(-12)+(+8)-(-14)$

(3) $(+9)+(+12)-(-7)+(-13)$　　(4) $(-8)-(+4)+(-1)-(-7)$

答えを見る

さっきの例題 17 とこの問 42 は、「たし算とひき算の混ざった計算」の練習でしたが、どの数にも「かっこ」がついていましたね。つまり、「くどく」書かれた式の計算でした。そこで、今度は、「あっさり」書かれている式で「たし算とひき算の混ざった計算」を練

習することにします。

例題 18　次の計算をしなさい。

(1)　$9 - 12 + 7 - 13$　　　　(2)　$-14 + 29 - 35 + 11$

解答

まず、「あっさり」書かれている式を「くどく」書かれた式に書きなおします。「かっこ」を使って、たし算だけの式にするのです。そうすれば、さっきの例題 17 のように計算をしていくことができますね。

(1) あなたのために、少し詳しくていねいに説明することにします。次を見てください。まず、$+9$、-12、$+7$、-13 に「かっこ」をつけ、かっこのつけられた数の間には $+$ のマークをつけます。そうすると、「たし算だけのくどい式」になります。（前に学習しましたよね。）

$$\begin{array}{ccccl} 9 & -12 & +7 & -13 & \quad\text{あっさりした式} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ =(+9)\,+ & (-12)\,+ & (+7)\,+ & (-13) & \quad\text{くどい式} \end{array}$$

どうですか？あなたもちゃんとできましたか？「わからなーい」なんていっている人は先に進んではいけません。例題 13、例題 14、例題 16 を全部復習してくださいね。それでは、ここまでちゃんと理解できている人は先に進むことにしましょう。

今、$9-12+7-13$ という式を「たし算だけのくどい式 $(+9)+(-12)+(+7)+(-13)$」に直しました。この先の計算は、もう、あなた一人でもできるはずです。次のようになりますよね。

$$
\begin{aligned}
&(+9)+(-12)+(+7)+(-13) \\
&=(+9)+(+7)+(-12)+(-13) \\
&=\{(+9)+(+7)\}+\{(-12)+(-13)\} \\
&=(+16)+(-25) \\
&=-9
\end{aligned}
$$

プラスの数は前のほうに集め
マイナスの数は後ろのほうに集める

プラスの数どうし「たし」、マイナスの
数どうし「たす」ため { } をつけた

(2) もうくどい説明はしません。次のように計算を進めることができます。

$$
\begin{aligned}
&-14+29-35+11 \\
&=(-14)+(+29)+(-35)+(+11) \\
&=(+29)+(+11)+(-14)+(-35) \\
&=\{(+29)+(+11)\}+\{(-14)+(-35)\} \\
&=(+40)+(-49) \\
&=-9
\end{aligned}
$$

プラスの数は前のほうに集め
マイナスの数は後ろのほうに集める

プラスの数どうし「たし」、マイナスの
数どうし「たす」ため { } をつける

問 43. 次の計算をしなさい。

(1) $3+6-15$　　(2) $-9+4-7$

(3) $7-9+12-14$　　(4) $-8-14+6+5$

答えを見る

今度は、それぞれの数にかっこが付いていたり、付いていなかったりする場合や、たし算だけでなくひき算が混ざっている場合の練習をします。

例題 19　次の計算をしなさい。

(1) $-4-(-5)+3+(-6)$　　(2) $-6+(+5)-(+9)-(-2)$

解答

これまでと同じように考えることが大切です。まず、「かっこ」のついていない数には正しく「かっこ」をつけます。また、ひき算はたし算に直してたし算だけの式にします。

(1) 次のように計算は進みます。

$$-4-(-5)+3+(-6)$$

-4 と $+3$ には「かっこ」がついていないので正しく「かっこ」をつける

$$=(-4)-(-5)+(+3)+(-6)$$

ひき算のところをたし算に直す
つまり -5 を「ひく」かわりに $+5$ を「たす」

$$=(-4)+(+5)+(+3)+(-6)$$

プラスの数は前のほうに集め
マイナスの数は後ろのほうに集める

$$=(+5)+(+3)+(-4)+(-6)$$

プラスの数どうし「たし」、マイナスの数どうし「たす」ため { } をつける

$$=\{(+5)+(+3)\}+\{(-4)+(-6)\}$$

$$=(+8)+(-10)$$

$$=-2$$

(2) 次のように計算は進みます。

$$-6+(+5)-(+9)-(-2)$$

-6 には「かっこ」がついていないので正しく「かっこ」をつける

$$=(-6)+(+5)-(+9)-(-2)$$

ひき算のところをたし算に直す；つまり $+9$ や -2 を「ひく」かわりに -9 や $+2$ を「たす」

$$=(-6)+(+5)+(-9)+(+2)$$

プラスの数は前のほうに集め
マイナスの数は後ろのほうに集める

$$=(+5)+(+2)+(-6)+(-9)$$

プラスの数どうし「たし」、マイナスの数どうし「たす」ため { } をつける

$$=\{(+5)+(+2)\}+\{(-6)+(-9)\}$$

$$=(+7)+(-15)$$

$$=-8$$

問 44. 次の計算をしなさい。

(1) $3-(-5)+(-9)$　　(2) $-25-13-(-42)$

(3) $6+(-8)-(-4)+3-(+9)$　　(4) $15-(-6)-18-(-42)$

(5) $2+(-5)-6-(-3)$　　(6) $-6+(+5)-(+9)-(-2)$

答えを見る

2.5　正負の数のかけ算っていったいどうする？

そもそも「かけ算」って何なのでしょうか？きっと、あなたは、5×3 を計算すると 15 になることを知っていますよね。でも、どうして 15 になるのでしょうか。小学校ではどのように教わりましたか？ここで小学校のおさらいを全部するわけにはいきませんが、「かけ算」っていったい何なのか少し思い出してみることにしましょう。たぶんあなたは、これから説明する、次のような二つの意味を習ったはずです。

小学校で習ったかけ算の意味その 1・・・「かけ算とは、同じ数を何個かいっぺんにたす計算のことである」

どういうことかわかりますか？例を挙げてみることにします。

例えば、5 という数を 3 個たすことにしましょう。つまり

$$5+5+5$$

というたし算をするわけですね。でも、この計算の答えを出すために、

$$5\times 3$$

というかけ算をしても良いということを、あなたはきっと知っていますね。つまり、そもそも、

「5×3 と書いてあったら、5 という数を 3 個たす計算のこと」

なのでしたね。ですから、$5\times 3=5+5+5=15$ となるわけです。（もしかすると、「5×3

を計算するとき、私はいちいちたし算に直したりしないもん。すぐにかけ算で答えが出せるもん。」なんて言っている人もいるかもしれませんね。そういう人はきっと「九九」を暗記していて、「ごさんじゅうご」ってすぐ答えが言えるのだと思います。でもそれは、$5+5+5$ という「たし算」の答えは 15 だということを暗記したということですね。）

小学校で習ったかけ算の意味その 2・・・「かけ算とは、1 あたりの量といくつ分から全部の量を求める計算である」

さて、「1 あたりの量」とか、「いくつ分」とか、「全部の量」という言葉が出てきました。あなたは、このような言葉を覚えていますか？忘れてしまった人のために少し説明しましょう。そのためこれから 2 つの問題を考えることにします。

問題 1 : 3 枚のお皿があり、それぞれのお皿にはクッキーが 5 枚ずつ乗っています。クッキーは全部で何枚あるのでしょうか？

この問題では、「5」という数が「1 あたりの量」です。「お皿 1 枚あたりに乗っているクッキーは 5 枚」ということです。また、「3」という数が「いくつ分」を表す数です。「おさら 3 枚分」ということです。ですから、この問題を少しくどく言い直すと「お皿 1 枚あたりにクッキーが 5 枚乗っています。お皿 3 枚分だと、クッキーは全部で何枚になりますか？」ということですね。ところで、この問題はどうやって解くのかというと、かけ算を使って、

$$
\begin{array}{ccccc}
5 & \times & 3 & = & 15 \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
\text{1 あたりの量} & \times & \text{いくつ分} & = & \text{全部の量}
\end{array}
$$

とすればよいですね。

問題 2 : 毎秒 5 メートルの速さで走る自転車があります。3 秒あれば、この自転車は何

メートル進みますか？

この問題では、「5」という数が「1 あたりの量」です。自転車の速さは毎秒 5 メートルということですから、「1 秒あたり5 メートル進む」ということですね。そして、「3」という数が「いくつ分」を表す数です。「時間が 3 秒分」ということです。ですから、この問題を少しくどく言い直すと「1 秒あたりに 5 メートル進む自転車があります。3 秒分だと、この自転車は全部で何メートル進みますか？」ということですね。そしてこの問題はどうやって解くのかというと、かけ算を使って、

5	×	3	=	15
↑		↑		↑
1 あたりの量	×	いくつ分	=	全部の量
1 秒あたり 5m 進む		3 秒分		全部で 15m 進む

とすればよいですね。

ここまで、2 つの問題を使って、「1 あたりの量」、「いくつ分」、「全部の量」という言葉を思い出してもらいました。そして、

$$1\text{ あたりの量 } \times \text{いくつ分} = \text{ 全部の量}$$

となっていることも思い出してもらいました。このように、かけ算は、「1 あたりの量」と「いくつ分」から「全部の量」を求めるときに使うのです。

これで、「小学校で習ったかけ算の 2 つの意味」のおさらいを終わりにします。

本題に入ることにしましょう。

あなたは、正の数だけではなく、もうすでに、負の数を知っていますね。正の数って小学校で習った数と同じなのですから、正の数どうしのかけ算だったら、小学校で習ったかけ算と同じように計算すればよいですよね。では、かけ算に負の数が混ざっているとき

は、どうやって計算するのでしょうか？

負の数がかけ算に混ざっているといっても、次のように 3 つのパターンがあります。

- 負の数に正の数をかける場合
- 正の数に負の数をかける場合
- 負の数に負の数をかける場合

この 3 つのパターンについて、これから順にゆっくり考えてみることにしましょう。

負の数に正の数をかけるとどうなるの？

例えば、「-5」という負の数に「$+3$」という正の数をかけたらどうなるのか考えることにします。そこで、さっき学んだ「小学校で習ったかけ算の意味その 1」を思い出してみましょう。たしか、「かけ算とは、同じ数を何個かいっぺんにたす計算のことである」ということでしたね。ですから、正の数どうしのかけ算の 5×3 だったら、「5 という数を 3 個たす」という意味になるので、

$$5 \times 3 = \overbrace{5 + 5 + 5}^{5\text{ を }3\text{ 個たす}} = 15$$

と計算できるのでしたね。この考え方をまねすると、負の数 -5 と正の数 $+3$ のかけ算は、「-5 という数を 3 個たす」という意味になるのではないでしょうか。そうすると、

$$(-5) \times (+3) = \overbrace{(-5) + (-5) + (-5)}^{-5\text{ を }3\text{ 個たす}} = -15$$

となりますね。だから、$(-5) \times (+3)$ の答えはきっと -15 です。

問 45. 次の文の空欄に正しい数を書きなさい。

$(-7) \times (+4)$ というかけ算は $\boxed{}$ という数を $\boxed{}$ 個たす計算と考えられます。ですから、

$$(-7) \times (+4) = (\boxed{}) + (\boxed{}) + (\boxed{}) + (\boxed{}) = \boxed{}$$

と計算することができます。

だから、 $(-7) \times (+4)$ の答えはきっと $\boxed{\quad}$ です。 答えを見る

問 46. 次の計算をしなさい。

(1) $(-4) \times (+8)$　(2) $(-7) \times (+3)$

(3) $(-9) \times 4$　(4) $(-6) \times 8$

答えを見る

それではここで、これまでの説明をちゃんと読んでさらに問もちゃんと解いて、納得できた人だけに質問をします。

質問　負の数に正の数をかける計算のことをこれまで考えてきました。答えは正の数になりましたか？それとも負の数になりましたか？

答えはもちろん「負の数」ですね。では、ここまで考えたことのまとめをしておきましょう。

負の数に正の数をかけるかけ算の仕方

$(-8) \times (+5)$ のように、負の数に正の数をかける計算では、まず「$-$」や「$+$」のマークを無視して普通にかけ算をします。（だから、今の場合は、まず $8 \times 5 = 40$ となります。）普通のかけ算が終わったら答えには「$-$」のマークをつけます。（だから、今の場合は、答えは -40 となります。）

正の数に負の数をかけるとどうなるの？

例えば、「$+5$」という正の数に「-3」という負の数をかけたらどうなるのか考えることにします。（さっきは、負の数に正の数をかける話でした。今とは違いますね。）

あなたはきっと、小学校で「かけ算は順番を入れかえても答えは同じになる」ということを学んでいると思います。つまり、2 つの数 $\square$ と $\triangle$ があるとき、$\square \times \triangle$ を計算して

も △ × □ を計算しても答えは同じになるのでしたね。でも、小学校では、□ と △ が負の数になることはありませんでした。でも、もし、仮に、□ や △ が負の数でも、□ × △ と △ × □ の答えは同じだとしたらどうでしょう。この前に学習した、「負の数に正の数をかけるとどうなるの？」の所では「負の数に正の数をかけると、答えは負の数になるべきだ」って結論でしたね。だから、$(-3) \times (+5)$ だったら答えは -15 なのですね。いま知りたいのは、$(+5) \times (-3)$ の答えなのですが、さっき言ったようにもし、仮に、負の数が混ざっているときでも、□ × △ と △ × □ の答えは同じになるということを認めることにすると、$(+5) \times (-3)$ の答えと $(-3) \times (+5)$ の答えは同じということになるので、

$$(+5) \times (-3) = (-3) \times (+5) = -15$$

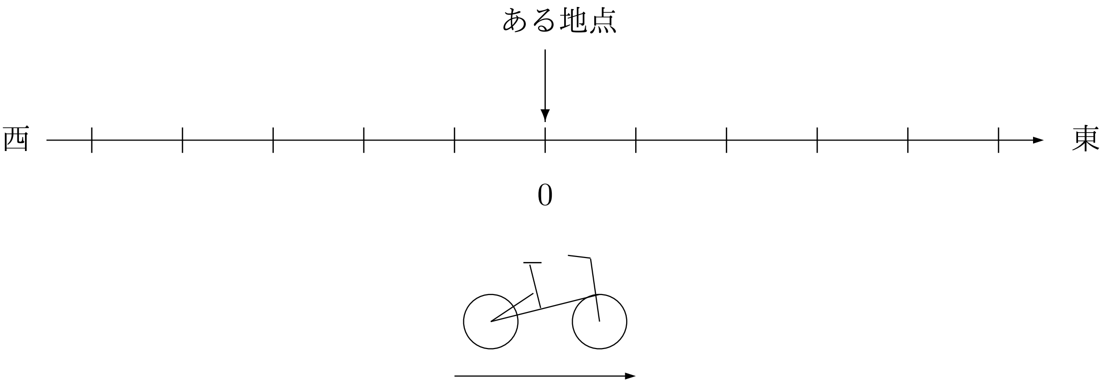
正の数 × 負の数 ＝ 負の数 × 正の数

と計算できることになります。

でも、さっきの　　をつけた所ですが、「私はそんなこと、気楽に認めるわけにはいきません。」という人もいるかもしれませんね。そんな人は、数学の学習にとても向いています。その気持ちを忘れずに自分の頭を使って考え続けていくうちに、あなたの数学の力は相当なものになるはずです。

そこで、　　をつけた所を気楽に認められない素晴らしい人のために、「正の数 $+5$ に負の数 -3 をかけるとどうなるのか」ということについて、さっきとは別の説明をすることにします。そこで、あなたに思い出してもらいたいのは、「小学校で習ったかけ算の意味その 2」で学習した「問題 2」です。どんな問題だったかというと、「毎秒 5 メートルの速さで走る自転車があります。3 秒走ると、この自転車は何メートル進みますか？」というものでした。この問題の問題文を少し言い換えることにします。すると、次のようになります。

「毎秒 5 メートルの速さで走る自転車があります。この自転車に乗って、ある地点から東へ進むことにします。この自転車に乗った人は、3 秒後に、ある地点から何メートルの場所にいますか？」



ある地点から自転車は毎秒 5m の速さで東へ進む

このように問題文を言い換え、自転車は東へ進むことにしておきました。「毎秒 5 メートル」の速さで進み、「3 秒後にどこまで進む？」と聞かれているので、かけ算を使って、

$$5 \times 3 = 15$$

と計算して、「3 秒後にはある地点から東へ 15 メートルの場所にいる。」と答えればよいですね。それではここで、あなたに新しい問題を出します。負の数を知っているあなたへの問題です。

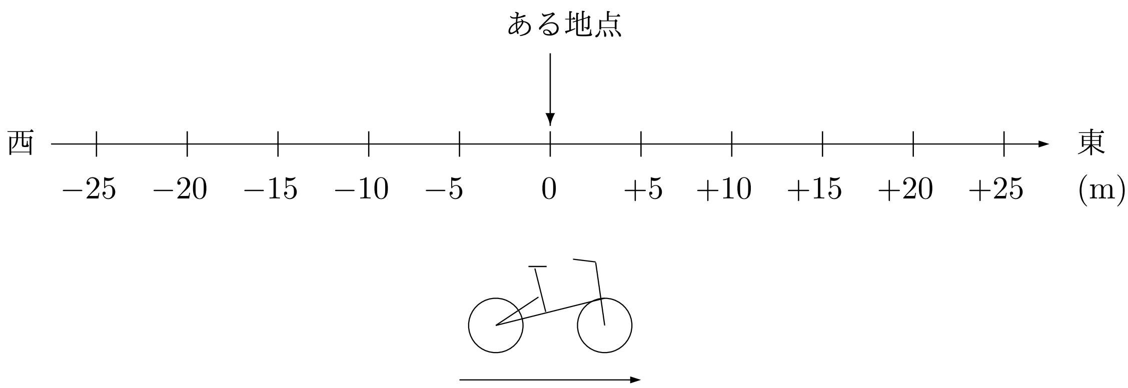
問題 3 :「毎秒 5 メートルの速さで走る自転車があります。この自転車は、かなり前から西からやってきて、東へ進んでいます。そしてちょうど今、ある地点を通過しました。この自転車は、今から 3 秒前にはどこにいましたか？」

負の数を知らない小学生だったら、きっと次のようにこの問題を解くことでしょう。ま

ず、普通にかけ算を使って、

$$5 \times 3 = 15 \text{ メートル}$$

って計算します。次に「この自転車って、西から東へ進んでるんだよね。3 秒後じゃぁなくて 3 秒前なんだから、ある地点より西の所にいたはずだよなぁ」と考えて「答えは、ある地点から西へ 15 メートルの所です。」と答えることでしょう。もちろんこれで正解です。でも、あなたはすでに、負の数を知っています。負の数を知っている人は、次のように考えても良いのではないでしょうか。次の図をよく見て、次の文の空欄に正しい数や言葉を記入してください。



かなり前から自転車は毎秒 5m の速さで東へ進んできた

「3 秒前」ということを、負の数を使ってあらわすと「 $\boxed{\quad}$ 秒後」と言い換えられます。というわけで、「毎秒 5 メートルの速さで東へ進むとき、今から 3 秒前にどこにいた？」と聞かれたら、負の数を使って

$$5 \times (\boxed{\quad})$$

というかけ算の式をたてても良さそうです。ですから、「正の数」かける「負の数」というかけ算をすることになりました。でも、この答えって、どうなるべきなのでしょう。たしか、小学生流の考えでは、答えは「西へ 15 メートルのところにいた。」でしたよね。今、東へ進むときに正の数を使っているのですから、「西へ 15 メートルの場所」っていうのは「東へ $\boxed{\quad}$ メートルの場所」って言い換えることができますね。このように考えて、小学生の考えと比べると、$(+5) \times (-3)$ の答えがどうなるべきなのか見えてきますね。-15 に

なるべきですね。ですから、正の数に負の数をかけると、負の数になるべきなのです。ここまで考えてわかってきたことをまとめておきましょう。

正の数に負の数をかけるかけ算の仕方

$(+8) \times (-5)$ のように、正の数に負の数をかける計算では、まず「+」や「−」のマークを無視して普通にかけ算をします。（だから、今の場合は、まず $8 \times 5 = 40$ となります。）普通のかけ算が終わったら答えには「−」のマークをつけます。（だから、今の場合は、答えは -40 となります。）

問 47. 次の計算をしなさい。

(1) $(+6) \times (-3)$　　(2) $(+9) \times (-5)$

(3) $7 \times (-8)$　　(4) $12 \times (-4)$

答えを見る

負の数に負の数をかけたらどうなるのかな？

例えば、「-5」という負の数に「-3」という負の数をかけたらどうなるのか考えることにします。（さっきまでとはまたまた違います。さっきまでは、負の数に正の数をかけたり、正の数に負の数をかける話でした。今とは違いますね。）

それでは、毎秒 -5 メートルの速さで進む自転車に乗って、-3 秒間走ってみることにしましょう。でも注意してくださいね。「正の数」や「負の数」が使われているときは、前もって、「東へ進むときは正の数を使う」とか、「今からナントカ秒後だったら正の数を使うけど、今からナントカ秒前だったら負の数を使う」というように決めてあるのですよ。

そうすると、「毎秒 -5 メートルの速さで進む自転車」というのは、「毎秒 5 メートルの速さで西へ進む自転車」ということになりますね。また「-3 秒」というのは、「今から 3 秒前のことですね。ですから、「毎秒 -5 メートルの速さで進む自転車に乗って、-3 秒間走ってみるとどこにいますか？」という問題は、「毎秒 5 メートルの速さで西に進む自転

車は、今から 3 秒前にはどこにいましたか？」という問題と同じですね。もちろん小学生だったら、まず、かけ算で、

$$5 \times 3 = 15 \text{ メートル}$$

と距離を求めてから、「あー、この自転車は西へ進んでいるんだから、3 秒前には東の方ににいたよね」と考えて、「答えは、ここから東へ 15 メートルのところです。」って答えることでしょう。もちろん正解です。ところで、負の数を知っている人だったら、「毎秒 -5 メートルの速さで -3 秒進むんだよねぇ。どれだけ進んだかを知りたいんだから速さ $\times$ 時間をすればいいじゃん。つまり、

$$(-5) \times (-3)$$

をすればいいじゃん。」ってきっと考えたくなりますね。では、このかけ算の答えはどうなるべきなのでしょうか？そこで、さっきの、小学生の考えと比べてみましょう。たしか「ここから東へ 15 メートルのところ」という答えでしたね。これって、正負の数を知っている人に言わせれば、「東へ進むと正の数になることにしてあるんだから、答えは、$+15$ メートルの所ってことだな。」ということですよね。ですから、$(-5) \times (-3)$ の答えは $+15$ になるべきなのです。これで、負の数と負の数をかけると、正の数になるべきだということがわかりました。ここまで考えてきたことをまとめておきましょう。

負の数に負の数をかけるかけ算の仕方

$(-8) \times (-5)$ のように、負の数に負の数をかける計算では、まず「$-$」のマークを無視して普通にかけ算をします。（だから、今の場合は、まず $8 \times 5 = 40$ となります。）普通のかけ算が終わったら答えには「$+$」のマークをつけます。（だから、今の場合は、答えは $+40$ となります。）

補足：正の数には $+$ のマークをつけてもつけなくても良いので、答えには $+$ のマークが付いていなくても大丈夫です。

問 48. 次の計算をしなさい。

(1) $(-6) \times (-8)$　　(2) $(-9) \times (-4)$

(3) $(-8) \times (-7)$　　(4) $(-13) \times (-7)$

答えを見る

2.6　かけ算が持っている重要な性質について

おさらい

「5 かける 3」というかけ算を例に使って、少し思い出しておきたいことがあります。「5 かける 3」というのは、式では

$$5 \times 3$$

と書きますよね。もちろん、「プラス 5 かけるプラス 3」と考えて、

$$(+5) \times (+3)$$

と書いても良いですね。

ところで、「×」のマークの前にある数を「かけられる数」、「×」のマークの後にある数を「かける数」と呼ぶのでしたね。（小学校で習っていると思いますが、念のため　次の図を見てください。）

$$(+5) \times (+3)$$

かけられる数　かける数

そこであなたに質問です。

質問　$(+5) \times (+3)$ の答えと $(+3) \times (+5)$ の答えは同じですか？

大丈夫ですよねぇ。大丈夫な人は、次の文の空欄に正しい言葉を入れてください。

どうも、かけ算では、かけられる数とかける数を入れ替えて計算しても、答えは $\boxed{}$ である。

おさらい終わり

さて、さっきのおさらいで、「$(+5) \times (+3)$ の答えと $(+3) \times (+5)$ の答えは同じになる」ということを思い出してもらいました。でも $+5$ と $+3$ は両方ともプラスの数ですよね。もし、「$+5$ かける -3」のようにどっちかの数がマイナスだったらどうなのでしょうか。さらに、「-5 かける -3」のように両方の数がマイナスだったらどうなのでしょうか。心配なので、次の問で考えることにしましょう。

問 49. もう、あなたは負の数が混ざっている場合のかけ算の仕方を知っていますね。次の質問に答えなさい。

(1) $(+5) \times (-3)$ の答えと $(-3) \times (+5)$ の答えは同じですか？

(2) $(-5) \times (-3)$ の答えと $(-3) \times (-5)$ の答えは同じですか？

答えを見る

どうでしたか？少しは安心できましたか？心配な人も、そうでない人ももっといろいろな数で試してくださいね。

実は次のようになっているのです。

重要な事実：かけ算の交換法則

かけ算では、「かけられる数」や「かける数」がプラスであろうがマイナスであろうがそんなことには関係なく、「かけられる数」と「かける数」を入れ替えて計算しても答えは同じになります。つまり、□ や △ がプラスの数でもマイナスの数でも

$$\square \times \triangle = \triangle \times \square$$

が成り立っているのです。

問 50. わり算では、「わられる数」と「わる数」を入れかえて計算すると答えは変わりますか？つまり、□ ÷ △ と △ ÷ □ の答えは違うのでしょうか？たとえば、$12 \div 3$ というわり算と $3 \div 12$ というわり算を計算して、答えを比べてみてください。 答えを見る

おさらい

「3 つの数をかけるかけ算」について考えることにします。例えば、

$$(2 \times 5) \times 3$$

のようなかけ算について考えます。この式は、2、5、3 という 3 つの数をかけるのですが、この式には「かっこ」が付いています。それはなぜかというと、「3 つの数をいっぺんにかけること」は人間にはできないからです。3 つの数があるときは、まず、どれか 2 つの数をかけて答えを出し、次に、その答えと残っている数をかけます。順番に 1 つ 1 つかけていくしかないのです。さっきの、$(2 \times 5) \times 3$ というかけ算では、まず「2×5」を計算し、次に「その答えと 3 をかける」のです。

では、

$$2 \times (5 \times 3)$$

というかけ算は、どういう順番で計算するのでしょうか。（自分でよく考えて、以下の文の空欄にに正しい数を書いておいてください。）

$2 \times (5 \times 3)$ というかけ算では、まず「 $\square$ × $\square$ 」を計算します。次に「 $\square$ とさっきの答えをかける」のです。

さて、今、$(2 \times 5) \times 3$ というかけ算と $2 \times (5 \times 3)$ というかけ算の話をしているのですが、どちらの式にも 2、5、3 という数が出てきます。どちらの式でも、左から 2、5、3 という順番で並んでいます。でも、かっこのついている場所が違っています。ですから、計算の仕方は違うのです。ところで、答えは違うのでしょうか。計算して調べることにしましょう。

まず、$(2 \times 5) \times 3$ のほうですが、

$$(2 \times 5) \times 3 = \boxed{} \times 3 = \boxed{}$$

と計算できますね。

一方、$2 \times (5 \times 3)$ のほうですが、

$$2 \times (5 \times 3) = 2 \times \boxed{} = \boxed{}$$

と計算できますね。

どうでしたか？答えは同じになりますね。

おさらい終わり

今おさらいしたことから想像できるように、どうも、□、◯、△ という 3 つの数をかけるとき、(□ × ◯) × △ というかけ算の答えと □ × (◯ × △) というかけ算の答えは同じになるようです。念のため、□、◯、△ の中にマイナスの数が混ざっていても大丈夫なのか、次の問で試してみることにしましょう。

問 51. もう、あなたは負の数が混ざっている場合のかけ算の仕方を知っていますね。3 つの数をかける計算について考えることにします。ただし、3 つの数の中にはマイナスの数が混ざってる場合を考えます。(もう、あなたは負の数が混ざっている場合のかけ算の仕方を知っていますね。) 次の文の空欄を埋めてください。また質問にも答えてください。

(1) $\{(+2) \times (-5)\} \times (+3)$ という計算と $(+2) \times \{(-5) \times (+3)\}$ という計算を比べることにします。

$\{(+2) \times (-5)\} \times (+3)$ という計算は、まず $\boxed{} \times \boxed{}$ を計算し、次に、その答えと $\boxed{}$ をかけます。

一方 $(+2) \times \{(-5) \times (+3)\}$ という計算は、まず $\boxed{} \times \boxed{}$ を計算し、次に、$\boxed{}$ とその答えとをかけます。

質問：$\{(+2) \times (-5)\} \times (+3)$ という計算と $(+2) \times \{(-5) \times (+3)\}$ という計算の答えは同じになるのでしょうか？

(2) $\{(-2)\times(-5)\}\times(-7)$ という計算と $(-2)\times\{(-5)\times(-7)\}$ という計算を比べることにします。

$\{(-2)\times(-5)\}\times(-7)$ という計算は、まず $\boxed{}\times\boxed{}$ を計算し、次に、その答えと $\boxed{}$ をかけます。

一方 $(-2)\times\{(-5)\times(-7)\}$ という計算は、まず $\boxed{}\times\boxed{}$ を計算し、次に、$\boxed{}$ とその答えとをかけます。

質問：$\{(-2)\times(-5)\}\times(-7)$ という計算と $(-2)\times\{(-5)\times(-7)\}$ という計算の答えは同じになるのでしょうか？

答えを見る

どうでしたか？少しは安心できましたか？心配な人も、そうでない人ももっといろいろな数で試してくださいね。

実は次のようになっているのです。

重要な事実：かけ算の結合法則

かけ算ばかりの式ではどこから計算しても良いのです。つまり、□、◯、△ という 3 つの数があるとき、□、◯、△ がプラスの数であろうがマイナスの数であろうがそんなことには関係なく、

$$(\square\times\bigcirc)\times\triangle=\square\times(\bigcirc\times\triangle)$$

が成り立っているのです。

この節の 92 ページで学習した「重要な事実」といま学習したばかりの「重要な事実」を使うと計算が楽になることがあります。次の例題を見てください。

例題 20　次のかけ算をしなさい。

$$(-4)\times 9\times(-25)$$

解答

-4、9、-25 という 3 つの数をかけるのですね。この 3 つの数の中には、プラスの数もあれば、マイナスの数もあります。さっき学んだ 2 つの「重要な事実」によれば、かける順番や、かける数の組み合わせを変えて計算しても大丈夫ということでしたよね。そこで、もう 1 度じっくり 3 つの数を見てみましょう。「うーん、-4 と 9 と -25 かぁ。あっ、-4 と -25 って相性がいいじゃん。だって、4×25 って 100 になるもん。ラッキー。」とアイデアが浮かびました。どういうことかわかりますか？次の計算をたどってみてください。

$$(-4) \times 9 \times (-25)$$

交換法則を使って -4 と 9 の順番を入れかえる

$$= 9 \times (-4) \times (-25)$$

結合法則を使って -4 と 9 を先にかけることにするので { } で囲む

$$= 9 \times \{(-4) \times (-25)\}$$

-4 と -25 をかけて 100 にする

$$= 9 \times 100$$

100 ができたので最後のかけ算は楽になる

$$= 900$$

問 52. かけ算の交換法則や結合法則をうまく利用して、次の計算を工夫してしなさい。

(1) $25 \times 7 \times (-4)$　　(2) $(-2) \times 12 \times (-15)$

(3) $125 \times (-3) \times (-8)$　　(4) $(-12) \times 45 \times \dfrac{1}{6}$

答えを見る

2.7 いくつも数をかけていくと答えはプラス？それともマイナス？

これまで、$(-5) \times (+3)$ や $(-2) \times (+5) \times (-3)$ のようなかけ算について考えてきました。つまり、2 個の数や 3 個の数をかけるかけ算について学習してきました。これから、4 個の数をかけたり、5 個の数をかけたり、6 個の数をかけたり、7 個の数をかけたり $\cdots$ というかけ算について考えてみることにします。そして、答えは、どんな時にプラスにな

るの？とか、どんな時にマイナスになるの？ということを調べます。そこで、まず 2 つ数をかけるときのかけ算のことをおさらいすることにしましょう。たしか、次のようになっていましたね。

おさらい

2 つ数をかけるときのかけ算では、たしか、次のようになっているのでしたね。

(1) プラスの数とプラスの数をかけると答えはプラスになります。

(2) プラスの数とマイナスの数をかけると答えはマイナスになります。

(3) マイナスの数とプラスの数をかけると答えはマイナスになります。

(4) マイナスの数とマイナスの数をかけると答えはプラスになります。

大丈夫ですよね。ちゃんと覚えていますよね。今おさらいして思い出してもらったことは、次のようにまとめることもできますね。

2 つの数をかけた時、答えはプラス？それともマイナス？

プラス、マイナスの違っている 2 つの数をかけると答えはマイナスになり、プラスマイナスが同じ 2 つの数をかけると答えはプラスになる。

おさらい終わり

では本題に入りましょう。

例題 21　次の式を良く見て、かけ算の答えがプラスになるのかマイナスになるのか当ててください。ただし、計算をしてはいけません。式をじっと見るだけで当ててください。

(1)　$(-2) \times 3 \times (-8)$

(2)　$(-3) \times (+5) \times (+7)$

(3)　$(-6) \times (-5) \times (+4) \times (-8)$

(4)　$(+2192) \times (-195) \times (+512) \times (-1692)$

解答

いくつかの数をかける計算です。ここでは、1 つ 1 つ前から順番にかけていくたびに計算結果がプラスになるのかマイナスになるのか考えて、答えを判定してみます。

(1) $(-2) \times 3 \times (-8)$ というかけ算ですね。

まず (-2) と 3 をかけると、マイナスの数ができます。

次に、今できたマイナスの数と (-8) をかけるので、最終的な答えはプラスです。

(2) $(-3) \times (+5) \times (+7)$ というかけ算ですね。

まず、-3 と $+5$ をかけると、マイナスの数ができます。

次に、今できたマイナスの数と $(+7)$ をかけるので、最終的な答えはマイナスです。

(3) $(-6) \times (-5) \times (+4) \times (-8)$ というかけ算ですね。

まず、-6 と -5 をかけると、プラスの数ができます。

次に、今できたプラスの数と $(+4)$ をかけるので、プラスの数ができます。

最後に、このプラスの数と -8 をかけるので、最終的な答えはマイナスです。

(4) $(+2192) \times (-195) \times (+512) \times (-1692)$ というかけ算ですね。

まず、$+2192$ と -195 をかけると、マイナスの数ができます。

次に、今できたマイナスの数と $(+512)$ をかけるので、マイナスの数ができます。

最後に、このマイナスの数と -1692 をかけるので、最終的な答えはプラスです。

問 53. 次の文の空欄に「プラス」または「マイナス」という言葉のうち適切な方を書きなさい。

$$(+1026) \times (-2111) \times (-5162) \times (+962) \times (+67) \times (-816)$$

というかけ算の答えがプラスになるのかマイナスになるのか次のように考えていきました。

まず、$+1026$ と -2111 をかけるので、ここで $\boxed{}$ の数ができます。

次に、この $\boxed{}$ の数と -5162 をかけるので、ここで $\boxed{}$ の数ができます。

次に、この $\boxed{}$ の数と $+962$ をかけるので、ここで $\boxed{}$ の数ができます。

次に、この $\boxed{}$ の数と $+67$ をかけるので、ここで $\boxed{}$ の数ができます。

最後に、この $\boxed{}$ の数と -816 をかけるので、最終的な答えは $\boxed{}$ の数です。

答えを見る

問 54. 次のかけ算の答えはプラスになりますか？それともマイナスになりますか？

(1) $(+7) \times (-5) \times (-6)$

(2) $(-8) \times (-9) \times (-7) \times (-5)$

(3) $(+8) \times (-9) \times (-5) \times (-12)$

(4) $(-15521) \times (-218) \times (+663) \times (-58) \times (+6211) \times (-712)$

答えを見る

ここまで、自分の頭で考えてきた人は、次の問もすぐに解けることでしょう。

問 55. 次の文の空欄に「偶数」、「奇数」、「変わる」という言葉から正しい言葉を選んで記入しなさい。

$$(+1026) \times (-2111) \times (-5162) \times (+962) \times (+67) \times (-816)$$

のような、かけ算ばかりの計算について考えることにします。たくさんの数をかけるわけですが、前から順番にかけていくことにします。そうすると、マイナスの数をかけるたびに計算結果のプラスマイナスが $\boxed{}$ ことになります。ということは、このようなかけ算では、マイナスの数が $\boxed{}$ 個あると最終的な答えはプラスになり、マイナスの数が $\boxed{}$ 個あると最終的な答えはマイナスになります。

答えを見る

ここまでの話をまとめておきます。自分の頭を使って考えてきた人は次のことがわかったと思います。

重要な事実：いくつも数をかけていくと答えはプラス？マイナス？

かけ算だけの式の計算では、

(1) マイナスの数が偶数個あると答えはプラスになります。

(2) マイナスの数が奇数個あると答えはマイナスになります。

この重要な事実を知っていると、「かけ算だけの式の計算では、とりあえずプラスマイナスのことは気にしないでかけ算を行い、かけ算の中にいくつマイナスの数が混ざっていたか後で考えて最終的な答えを出す。」という考えで計算することもできます。次の例題で練習することにします。

例題 22　次の計算をしなさい。

(1)　$(-2)\times(-8)\times2\times(-4)\times(-5)$　　(2)　$(-\frac{1}{2})\times(-8)\times(-\frac{7}{4})$

解答

(1) $(-2)\times(-8)\times2\times(-4)\times(-5)$ ですね。

この式には、マイナスの数が 4 こ入っています。（-2、-8、-4、-5 のことですよ。）マイナスの数が偶数個なので、このかけ算の答えはプラスのはずです。

そこで、-2、-8、-4、-5 の前についている「マイナスのマーク」のことは一度忘れることにして、

$$(-2)\times(-8)\times2\times(-4)\times(-5)$$

を計算する代わりに、まず、

$$2\times8\times2\times4\times5$$

を計算することにしましょう。そうすると、

$$2\times8\times2\times4\times5=640$$

ってなりますよね。（自分でちゃんと計算するんですよ。）

でも、この問題では、本当は $(-2)\times(-8)\times2\times(-4)\times(-5)$ を計算したいのですよね。でも大丈夫です。だって、このかけ算の答えがプラスになるのはもう知っています。ですからこの問題の本当の答えは、640 の前にプラスのマークをつけて、

$$+640$$

ということになるわけです。

(2) $\left(-\dfrac{1}{2}\right) \times (-8) \times \left(-\dfrac{7}{4}\right)$ でしたね。もうくどい説明はやめておきます。

マイナスの数を 3 個かけるのですから、このかけ算の答えはマイナスになります。

そこで、とりあえず「マイナスのマーク」を無視して計算すると、

$$\frac{1}{2} \times 8 \times \frac{7}{4} = \frac{1}{\cancel{2}^{1}} \times \frac{\cancel{8}^{\cancel{4}^{1}}}{1} \times \frac{7}{\cancel{4}^{1}} = 7$$

となりますね。（これは小学校で学んだ分数のかけ算ですが、約分の仕方は大丈夫ですよね。）

でも本当の答えはマイナスなのですから、

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \times (-8) \times \left(-\frac{7}{4}\right) = -7$$

ということになります。

問 56. 答えがプラスになるのかマイナスになるのか考えてから、次のかけ算をしなさい。

(1) $4 \times (-2) \times 9$

(2) $(-8) \times (-4) \times 7$

(3) $(-2) \times (-5) \times 4 \times (-6)$

(4) $(-2) \times 2.5 \times (-1.4)$

(5) $\left(-\dfrac{5}{3}\right) \times (-6) \times \left(-\dfrac{2}{5}\right)$

答えを見る

2.8　1 や −1 をある数にかけるとどうなるのかな？

まず、1 をある数にかけるとどうなるのか考えてみましょう。

例題 23　次の計算をしなさい。

(1)　$1 \times (+2559)$

(2)　$1 \times (-2559)$

解答

(1) 1 を +2559 にかけるのですね。もちろん答えは +2559 ですね。

(2) 1 を −2559 にかけるのですね。もちろん答えは −2559 ですね。

問 57. 次の文の空欄に正しい言葉を書きなさい。

(1) 1 をどんな数にかけても、答えは $\boxed{}$ の数になる。

(2) どんな数に 1 をかけても、答えは $\boxed{}$ の数になる。

答えを見る

では、次に、−1 をある数にかけるとどうなるのか考えてみましょう。

例題 24　次の計算をしなさい。

(1)　$(-1) \times (+2559)$　　(2)　$(-1) \times (-2559)$

解答

(1) $(-1) \times (+2559)$ の計算ですね。マイナスの数とプラスの数をかけるので答えはマイナスのはずですね。ですから答えは −2559 です。つまり、−1 を +2559 にかけると、+2559 についていた「+」のマークが「−」のマークに変わるのです。

(2) $(-1) \times (-2559)$ の計算ですね。マイナスの数とマイナスの数をかけるので答えはプラスのはずですね。ですから答えは +2559 です。つまり、−1 を −2559 にかけると、−2559 についていた「−」のマークが「+」のマークに変わるのです。

問 58. 次の文の空欄に正しい言葉を書きなさい。

−1 をある数にかけると、その数の $\boxed{}$ が変わる。

答えを見る

問 59. 次の文の空欄に正しい数を書きなさい。

-18 は ($\boxed{}$) $\times 18$ と同じ数である。　答えを見る

2.9　同じ数をいくつかかけるときに使う書き表し方

「3」という数を 7 個かけ算しようかなぁと思ったとします。どんな式を書けばよいのかというと、「3」を 7 個かけるのですから、

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

と書けばよいですね。でも、こんなに横に長く書くのはめんどうですよね。そこで昔の人は考えました。

「$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ って書く代わりに、これからは、

$$3^7$$

って書くことにしましょう！このほうが楽でしょ。3 という数の右肩にちっちゃく 7 ってつけたら、3 を 7 個かけるって意味にするのさ。みんな、この書き方おぼえてね。」

指数：同じ数をいくつかかける時はどんな風に書けばよいのかな？

たとえば、5 を 9 個かけるとき、普通にかけ算のマークだけを使うと、

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

のように横長の式になってしまいます。これでは大変なので、これからは

$$5^9$$

のように書くことにします。ところで、5^9 はなんて読めばよいのかというと「5 の 9 乗（ごのきゅうじょう）」と読みます。また、5 の右肩についている 9 のような数字は**指数**（しすう）と呼ばれています。

例題 25　次のかけ算の式を指数を使って短く書き直しなさい。

(1)　$2 \times 2 \times 2 \times 2$

(2)　$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

(3)　$0.5 \times 0.5 \times 0.5$

(4)　$\dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5}$

解答

(1) $2 \times 2 \times 2 \times 2$ でしたね。2 を 4 個かけているので 2^4 と書き直すことができますね。

(2) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ でしたね。-2 を 4 個かけているので $(-2)^4$ と書き直すことができますね。

ところで、ここで、あなたに大切な注意があります。よく「-2 を 4 個かけているので -2^4 って書けばいいじゃん」って思っている人がいますが、これは間違いです。-2^4 って書いてしまうと、4 乗されているのはマイナス 2 ではなく普通の 2 なのです。ですから、-2^4 というのは「2 を 4 個かけた数をさらにマイナス 1 倍したもの」という意味になってしまうのです。注意してください。「かっこ」があるのと無いのでは全然違う意味になるのです。

(3) $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ でしたね。0.5 を 3 個かけているので 0.5^3 と書き直すことができますね。

(4) $\dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5}$ でしたね。$\dfrac{2}{5}$ を 8 個かけているので $\left(\dfrac{2}{5}\right)^8$ と書き直すことができますね。

ところで、ここで、あなたに大切な注意があります。よく「$\dfrac{2}{5}$ を 8 個かけているので $\dfrac{2^8}{5}$ って書けばいいじゃん」って思っている人がいますが、これは間違いです。$\dfrac{2^8}{5}$ って書いてしまうと、$\dfrac{2}{5}$ という分数の分子である 2 だけが 8 乗され、分母である 5 はそのままになってしまうのです。つまり、$\dfrac{2^8}{5}$ とは、$\dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{5}$ のことなのです。注意してください。「かっこ」が

あるのと無いのでは全然違う意味になるのです。

問 60. 次の式を指数を使って短く書き直しなさい。

(1) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

(2) $(-4) \times (-4) \times (-4)$

(3) $(-0.1) \times (-0.1) \times (-0.1) \times (-0.1)$

(4) $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3}$

答えを見る

今度は逆の練習をしましょう。

例題 26 次の数は指数を使って短く書かれています。この数を、指数を使わないで、かけ算のマークだけで横長に書き直してください。

(1) 5^7　(2) $(-0.4)^3$

(3) $(-5)^6$　(4) $\left(\dfrac{3}{8}\right)^4$

解答

(1) 5 を 7 個かけているのですね。つまり

$$5^7 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

ですよね。

(2) -0.4 を 3 個かけているのですね。つまり

$$(-0.4)^3 = (-0.4) \times (-0.4) \times (-0.4)$$

ですよね。

(3) -0.4 を 3 個かけているのですね。つまり

$$(-5)^6 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$$

ですよね。

(4) $\dfrac{3}{8}$ を 4 個かけているのですね。つまり

$$\left(\frac{3}{8}\right)^4 = \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8}$$

ですよね。

問 61. 次の数は指数を使って短く書かれています。この数を、指数を使わないで、かけ算のマークだけで横長に書き直してください。

(1) 12^3　　(2) $(-8)^5$

(3) 7.2^3　　(4) $\left(-\dfrac{4}{5}\right)^6$

答えを見る

例題 25 の解答の中で、「大切な注意」つまり間違いやすい話を二つ説明しました。次の例題でも「間違いやすい話」を学習するのでよく注意してください。

例題 27　次の数ははっきり言っていくつですか？

(1) $(-3)^4$　　(2) -3^4

(3) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^2$　　(4) $\dfrac{3^2}{5}$

解答

(1) $(-3)^4$ とは、-3 という数を 4 個かけたものですね。この数って、はっきり言っていくつなの？と聞かれているのですから、計算してしまいましょう。

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$$

ですよね。

(2) -3^4 とは、「マイナス 1」と「3 を 4 乗した数」をかけた数ですね。つまり、「マイナス 1」と「3 を 4 個かけてできる数」をかけた数です。大丈夫ですか？ちっちゃい 4 は 3 だけにくっついているんですよ。-3 についているのではありません。気

をつけてくださいね。では、いくつになるのか計算することにしましょう。

$$\begin{aligned}-3^4 &= (-1)\times 3^4\\ &= (-1)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\\ &= (-1)\times 81\\ &= -81\end{aligned}$$

ですよね。

(3) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^2$ とは、$\dfrac{3}{5}$ を 2 個かけた数ですね。では、いくつになるのか計算することにしましょう。

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5}\times\frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

ですね。

(4) $\dfrac{3^2}{5}$ でしたね。ちっちゃい 2 は 3 だけにくっついているんですよ。注意してくださいね。ですから、分子である 3 だけが 2 個かけられるのです。よって、

$$\frac{3^2}{5} = \frac{3\times 3}{5} = \frac{9}{5}$$

ですよね。

問 62. 次の数ははっきり言っていくつですか？

(1) $(-2)^5$　(2) -2^5

(3) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3$　(4) $\dfrac{2^3}{3}$

答えを見る

例題 28　次の数ははっきり言っていくつですか？

(1)　2×3^2　(2)　$(2\times 3)^2$

解答

これまで、いろいろな計算練習をしてきたあなただったらもうわかっていると思いますが、「かっこ」って大切ですよね。「かっこ」があるのか無いのかということも重要です

し、「かっこ」がどこについているのかということも重要ですね。だって、式の意味が全然違ってしまうのですから。「かっこ」で囲まれているところは「ひとかたまり」と考えることが大切です。「かっこ」で囲まれた所はかたまりなので、先に計算するのですよね。

(1) 2 という数と 3^2 という数をかける計算ですね。3^2 って、はっきり言って 9 ですよね。ですから次のように計算できます。

$$2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$$

(2) 「かっこ」で囲まれている所はかたまりなのでしたね。ですから、2×3 を先に計算します。次のように計算できます。

$$(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

問 63. 次の数ははっきり言っていくつですか？

(1) $(-3) \times 2^2$

(2) $(2 \times 4)^3$

(3) $3 \times (-4^2)$

(4) $(-6) \times (-1)^3$

(5) $(-4)^2 \times (-7)$

(6) $(-2^4) \times 5^3$

答えを見る

2.10　正負の数のわり算っていったいどうする？

これまで、正負の数の「たし算」、「ひき算」、「かけ算」について詳しく学習してきました。あなたは、小学校でも、「たし算」、「ひき算」、「かけ算」について学習しているはずです。それにもかかわらず、これまで、このテキストで、あらためて、「たし算」、「ひき算」、「かけ算」について学習しました。それはなぜかというと、あなたは、「負の数」というものを知ってしまったからです。これまで知らなかった数に出会ったとき、人間は、「新しく出会った数たちの計算ってどうするのかなぁ？」ということが知りたくなるのです。そんなときに手がかりになるのは、これまでよく知っている数たちのことです。ですから、そもそも「たし算って何だっけ？どんな意味があるんだっけ？」とか、「ひき算っ

てそもそも何？」、「かけ算ってそもそもどんな意味の計算だっけ？」ということを思い出してから学習したのです。これから正負の数の混ざったわり算のことを学ぶわけですが、新しく知った数の「わり算」のことを考えるときも、「これまで知っていた数のわり算とそっくりに考えても大丈夫なのかなぁ？」ということを気にする必要があるのです。

そこで、まず、小学校で学んだ「わり算」の意味をいくつか思い出すことにしましょう。

小学校で学んだわり算の意味その１・・・「わり算とは、等しく分ける計算のことである」

どういうことなのか、少し説明しましょう。次の問題を見てください。

問題 :「みかんが 18 個あるとします。このみかんを 6 人で等しく分けることにします。一人分のみかんの個数はいくつですか？」

もし、このように聞かれたら、きっと、あなたは、わり算を使って、

$$18 \div 6 = 3$$

と計算して「一人分は 3 個です。」と答えることでしょう。

ところで、負の数が混ざっていても、この考えをそっくりまねして、わり算のことを考えられるのでしょうか？できるかどうかチャレンジしてみます。さっきの $18 \div 6$ というわり算の話では、18 はみかん全部の数で 6 は人数でした。そして、みかんを等しく分けると一人分は？ということでしたね。では、$-18 \div 6$ というわり算をこの話をまねして考えるとどうなるでしょう？次のようになりそうですね.。

「-18 個のみかんがあります。このみかんを 6 人で等しく分けることにします。一人分のみかんの個数はいくつですか？」

こういう話になってしまいますが、この話、困りますよね。「-18 個のみかん」って言われても、「どういうこと？」って思いますよね。意味不明ですし、これ以上深く考えて

もあまり良いことは無いようなので、この話はここでやめます。

小学校で学んだわり算の意味その 2・・・「わり算とは、かけ算の逆の計算である」

どういうことなのか説明しましょう。次の問題を見てください。

問題 :「ある数に 12 をかけたら 276 になりました。ある数はいくつですか？」

もし、このように聞かれたら、きっと、あなたは、わり算を使って、

$$276 \div 12 = 23$$

と計算して「ある数は 23 です」と答えることでしょう。

どうですか、「わり算」って「かけ算」の逆でしょ。今考えたことを、少し理屈っぽく言い直すと、

「$276 \div 12$ というわり算の答えとは、$\square \times 12 = 276$ という式の $\square$ に当てはまる数のことである」

ということですね。

では、こういう理屈っぽい言い回しを使う練習をあなたにしてもらうことにします。

問 64. 次の文の続き（「・・・とは」のあと）を正しく作りなさい。（計算するのではありませんよ。）

(1) $18 \div 6$ というわり算の答えとは ____________________________ に当てはまる数のことである。

(2) $195 \div 13$ というわり算の答えとは ____________________________ に当てはまる数のことである。

答えを見る

この言い回しの練習ができた人は、この言い回しを使って、負の数が混ざっているときのわり算のことを考えることにしましょう。

「$18 \div 6$ というわり算の答えとは、$\square \times 6 = 18$ という式の $\square$ に当てはまる数のこと」

なのですから、この言い回しをまねすると、

「$-18 \div 6$ というわり算の答えとは、$\square \times 6 = -18$ という式の $\square$ に当てはまる数のこと」

ということになりますね。それでは、「$\square \times 6 = -18$ という式の $\square$ に当てはまる数」っていったいいくつなのでしょう？わかりますよね。正負の数の「かけ算」についてはたくさん勉強していますよね。$\square$ にあてはまる数ってもちろん -3 ですよ。というわけで、この言い回しを使って考えた人は、

$-18 \div 6$ というわり算の答えは -3

というように考えるはずです。

それでは、あなたにも言い回しの練習をまずしてもらい、そのあと、わり算の答えを探してもらうことにしましょう。

問 65. $24 \div (-6)$ というわり算のことを考えることにします。

(1) 次の文の続きを完成せよ。

$24 \div (-6)$ というわり算の答えとは ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ に当てはまる数のことである。

(2) $24 \div (-6)$ というわり算の答えはいくつですか？　答えを見る

問 66. $(-36) \div (-4)$ というわり算のことを考えることにします。

(1) 次の文の続きを完成せよ。

$(-36) \div (-4)$ というわり算の答えとは ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ に当てはまる数のことである。

(2) $(-36) \div (-4)$ というわり算の答えはいくつですか？　答えを見る

ここまでの説明や、問をちゃんと考えた人は、正負の数のわり算ってどうすればよいのか、とりあえずわかったと思います。

それでは、さらに、正負の数のわり算について詳しく学習することにしましょう。

負の数を正の数でわるとどうなるのかな？

例題 29　$(-12) \div (+4)$ を計算しなさい。

解答

$(-12) \div (+4)$ というわり算の答えとは、

$$\square \times (+4) = -12$$

という式の □ に当てはまる数のことですね。ところで、□ は正の数でなければならないのでしょうか？それとも負の数でなければならないのでしょうか？まず、□ はプラスなのかマイナスなのかということを考えることにしましょう。次を見てください。

$$\underset{\text{なぞの数}}{\square} \quad \times \quad \underset{\text{プラスの数}}{(+4)} \quad = \quad \underset{\text{マイナスの数}}{-12}$$

このように、□ とプラスの数を「かける」とマイナスの数になるわけですね。

では □ はプラスなのかマイナスなのか考えてみてください。正負の数の「かけ算」を一生懸命学習したあなたなら、どんなときにかけ算の答えがマイナスになるのか知っているはずです。そのことを思い出せばおわかりですね。□ はマイナスの数ですよね。

というわけで、$(-12) \div (+4)$ というわり算の答えはマイナスの数であるということがわかりました。そこで、このわり算で、とりあえず符号（プラスとかマイナスのことですよ）のことを忘れて、$12 \div 4$ というわり算をしてみることにします。もちろん小学校で学んだように、

$$12 \div 4 \text{ の答えは } 3$$

ですね。

でも本当は、$(-12) \div (+4)$ というわり算をしたかったのですよね。あなたはもう、このわり算の答えはマイナスの数になることを知っています。そうすると

$$12 \div 4 \text{ の答えは } 3$$

だったのですから、

$$(-12) \div (+4) \text{ の答えは } -3 \text{ のはずだ}$$

ということになりますね。これで答えが出ました。

$$(-12) \div (+4) = -3$$

ということですね。

問 67. $(-36) \div (+4)$ というわり算について考えることにします。

(1) $(-36) \div (+4)$ というわり算の答えとは、$\square \times (+4) = -36$ というかけ算の式の $\square$ に当てはまる数ですね。それでは正負の数の「かけ算」で学んだことを思い出して考えてください。
$\square$ はプラスの数のはずですか、それともマイナスの数のはずですか？

(2) $36 \div 4$ の答えはいくつですか。

(3) だったら、 $(-36) \div (+4)$ の答えはいくつのはずですか。 答えを見る

正の数を負の数でわるとどうなるのかな？

例題 30　$(+12) \div (-4)$ というわり算について考えることにします。

(1) 正負の数の「かけ算」で学んだことを思い出して考えてください。
このわり算の答えはプラスの数のはずですか、それともマイナスの数のはずですか？理由をつけて答えてください。

(2) $12 \div 4$ の答えはいくつですか。

(3) だったら、 $(+12) \div (-4)$ の答えはいくつのはずですか。

解答

(1) $(+12) \div (-4)$ というわり算の答えとは、$\square \times (-4) = +12$ というかけ算の式の $\square$ に当てはまる数ですね。$\square$ とマイナスの数をかけてプラスの数ができるわけですが、かけ算のところで学習したように、こんなことが起こるのは $\square$ がマイナスの数の時だけですね。つまり、$(+12) \div (-4)$ というわり算の答えはマイナスです。

(2) 小学校で学んだように、$12 \div 4$ の答えはもちろん 3 です。

(3) もう、$(+12) \div (-4)$ というわり算の答えはマイナスということを知っています。また、$12 \div 4$ の答えは 3 でした。ということは、$(+12) \div (-4)$ というわり算の答えは -3 ですね。

問 68. $(+36) \div (-4)$ というわり算について考えることにします。

(1) $(+36) \div (-4)$ というわり算の答えとは、$\square \times (-4) = +36$ というかけ算の式の $\square$ に当てはまる数ですね。それでは正負の数の「かけ算」で学んだことを思い出して考えてください。
$\square$ はプラスの数のはずですか、それともマイナスの数のはずですか？理由をつけて答えてください。

(2) $36 \div 4$ の答えはいくつですか。

(3) だったら、 $(+36) \div (-4)$ の答えはいくつのはずですか。

答えを見る

負の数を負の数でわるとどうなるのかな？

例題 31　$(-12) \div (-4)$ というわり算について考えることにします。

(1) 正負の数の「かけ算」で学んだことを思い出して考えてください。このわり算の答えはプラスの数のはずですか、それともマイナスの数のはずですか？理由をつけて答えてください。

(2) $12 \div 4$ の答えはいくつですか。

(3) だったら、 $(-12) \div (-4)$ の答えはいくつのはずですか。

解答

(1) $(-12) \div (-4)$ というわり算の答えとは、$\square \times (-4) = -12$ というかけ算の式の □ に当てはまる数ですね。□ とマイナスの数をかけてのマイナスの数ができるわけですが、かけ算のところで学習したように、こんなことが起こるのは □ がプラスの数の時だけですね。つまり、$(-12) \div (-4)$ というわり算の答えはプラスです。

(2) 小学校で学んだように、$12 \div 4$ の答えはもちろん 3 です。

(3) もう、$(-12) \div (-4)$ というわり算の答えはプラスということを知っています。また、$12 \div 4$ の答えは 3 でした。ということは、$(-12) \div (-4)$ というわり算の答えは $+3$ ですね。

問 69. $(-36) \div (-4)$ というわり算について考えることにします。

(1) $(-36) \div (-4)$ というわり算の答えとは、$\square \times (-4) = -36$ というかけ算の式の □ に当てはまる数ですね。それでは正負の数の「かけ算」で学んだことを思い出して考えてください。

□ はプラスの数のはずですか、それともマイナスの数のはずですか？理由をつけて答えてください。

(2) $36 \div 4$ の答えはいくつですか。

(3) だったら、$(-36) \div (-4)$ の答えはいくつのはずですか。 答えを見る

ここまで、例題 29、30、31 と問 67、68、69 を自分の頭を使って考えた人は、次のことがわかったと思います。

重要な事実：わり算の答えはプラス？マイナス？

(1) 正の数を正の数でわると、答えは正の数である。

(2) 負の数を正の数でわると、答えは負の数である。

(3) 正の数を負の数でわると、答えは負の数である。

(4) 負の数を負の数でわると、答えは正の数である。

問 70. 次の計算をしなさい。

(1) $(-18) \div 9$

(2) $21 \div (-3)$

(3) $(-20) \div (-5)$

(4) $(-56) \div (-7)$

(5) $15 \div (-3)$

(6) $(-45) \div (-3)$

(7) $8 \div (-8)$

(8) $2.4 \div (-0.6)$

答えを見る

2.11　$0 \div 3$ の答えは何？　$3 \div 0$ の答えは何？

わり算で「ゼロ」という数が出てくると、困ってしまう人がよくいます。そんな人のために、ここで「ゼロ」の出てくるわり算についておさらいすることにしましょう。（本当は、小学校で習っているはずですが、大事なことですから詳しくおさらいします。）

- まず、$0 \div 3$ というわり算ですが、答えは 0 です。どうしてなのか詳しく説明しましょう。このわり算って、次のような意味をつけられますよね。

  「0 個のものを 3 人で等しく分けると一人分は何個ですか？」

  そりゃあ、一人分は 0 個ですよね。もともと 1 個もないのですから 3 人とも 1 つももらえません。言いかえると、3 人とも 0 個もらえますよね。ですから、$0 \div 3$ の答えは 0 なのです。

  念のため、別の説明もしましょう。たしか、わり算って、かけ算の逆の計算でした

ね。そう考えると、「$0 \div 3$ というわり算の答えとは、$\square \times 3 = 0$ というかけ算の式の $\square$ に当てはまる数」ですね。では、$\square$ はいくつなのでしょう。一生懸命いろいろ試して、$\square$ を見つけてくださいね。いくら探しても、3 をかけると 0 になってしまう数は 0 しかありませんよね。ですから $0 \div 3$ というわり算の答えは 0 なのです。

- 今度は、$3 \div 0$ というわり算の答えについて考えます。

このわり算って、次のような意味をつけられますよね。

「3 個のものを 0 人で等しく分けると一人分は何個ですか？」

ところで「0 人で分ける」っていったいどうするのでしょう。人が一人もいないのに、「分ける」なんてできるのでしょうか？無理ですよね。分けるも何もあったものではないですね。人が一人でもいれば、分けることはできます。（一人で分けるっていうのは、一人占めするということですから。）しかし、今は一人もいないのですから分けられないのです。わり算って等しく「分ける」時の計算なのですから、分けられないんだったら計算することも無理なのです。つまり、$3 \div 0$ というわり算は、不可能なわり算なのです。やろうとしても無理なのです。無意味なのです。

念のため、別の説明もしましょう。たしか、わり算って、かけ算の逆の計算でしたね。そう考えると、「$3 \div 0$ というわり算の答えとは、$\square \times 0 = 3$ というかけ算の式の $\square$ に当てはまる数」ですね。では、$\square$ はいくつなのでしょう。一生懸命いろいろ試して、$\square$ を見つけてくださいね。どうですか？見つかりそうですか？一生懸命考えた人は、きっと、「0 をかけると 3 になる数なんて無いんじゃないの？」って思ったことでしょう。だって、どんな数も 0 をかけると 0 になっちゃいますよね。そうです、0 をかけると 3 になる数なんて無いのです。このように考えても、$3 \div 0$ というわり算は、不可能なわり算であることがわかります。このわり算には答えは無いのです。

ここまで考えてきたことは、0 を負の数でわるときや、負の数を 0 でわるときにも通用します。例えば、$0 \div (-5)$ の答えは 0 ですし、$(-5) \div 0$ は計算しようとしても無理なわり算なので答えはないのです。

2.12　わり算は分数と深い関係があるという話

おさらい

あなたは、小学校で必ず次のようなことを学んでいるはずです。

「分数を知っている人は、$2 \div 5$ というわり算の答えを $\dfrac{2}{5}$ と書くことがある。」

どうですか？覚えていますか？つまり、$\dfrac{2}{5}$ っていう分数は、$2 \div 5$ というわり算の答えなんですよ。

重要な事実：わり算と分数の深い関係

$\dfrac{\square}{\triangle}$ という分数は、$\square \div \triangle$ というわり算の答えのことです。つまり、

$$\square \div \triangle = \frac{\square}{\triangle}$$

なのです。

例えば、$3 \div 8 = \dfrac{3}{8}$ とか、$12 \div 5 = \dfrac{12}{5}$ となるわけです。

おさらい終わり

では、本題に入りましょう。

さっきおさらいしたことは、正の数だけではなく、負の数が混ざっているときでも通用します。ですから、例えば、$(-2) \div 5$ というわり算の答えは $\dfrac{-2}{5}$ と書くことができます。また、例えば、$2 \div (-5)$ というわり算の答えは $\dfrac{2}{-5}$ と書くことができます。ところでここで、あなたに考えてもらいたいことがあります。$(-2) \div 5$ というわり算の答えと、

$2 \div (-5)$ というわり算の答えは、もしかすると、同じなのではないでしょうか。

例題 32　$(-2) \div 5$ というわり算の答えと、$2 \div (-5)$ というわり算の答えは同じなのかどうか考えてくださささい。理由もつけて答えてください。

解答

まず、正負の数のわり算ってどうするのだったのか思い出してみることにします。

例えば、$(-12) \div 4$ というわり算で考えることにします。

マイナスの数をプラスの数でわるので、答えはマイナスの数ですね。このことがわかったら、たしか、とりあえず、「+」や「−」のマークのことを忘れて、$12 \div 4$ というわり算をするのでしたね。もちろん、答えは 3 ですね。でも、本当の答え、つまり $(-12) \div 4$ というわり算の答えはマイナスのはずなので、本当の答えは -3 ということになるのでしたね。大丈夫ですか？考え方、ちゃんと覚えていましたか？

ちゃんと覚えていた人は、この考え方を使って、$(-2) \div 5$ というわり算や $2 \div (-5)$ というわり算のことを考えることにしましょう。

- まず、$(-2) \div 5$ というわり算のことを考えることにします。

  マイナスの数をプラスの数でわるので、答えはマイナスのはずです。このことがわかったら、とりあえず、「+」や「−」のマークのことを忘れて、$2 \div 5$ というわり算をするのでしたね。いまの場合は、分数を使って、$2 \div 5 = \dfrac{2}{5}$ となりますね。でも、本当の答え、つまり $(-2) \div 5$ というわり算の答えはマイナスのはずなので、本当の答えは $-\dfrac{2}{5}$ ですね。これで、$(-2) \div 5$ の答えは $-\dfrac{2}{5}$ であることがわかりました。

- 次に、$2 \div (-5)$ というわり算のことを考えることにします。

  プラスの数をマイナスの数でわるので、答えはマイナスのはずです。このことがわかったら、とりあえず、「+」や「−」のマークのことを忘れて、$2 \div 5$ というわり算をするのでしたね。いまの場合は、分数を使って、$2 \div 5 = \dfrac{2}{5}$ となりますね。でも、本当の答え、つまり $2 \div (-5)$ というわり算の答えはマイナスのはずなので、本当の答えは $-\dfrac{2}{5}$ ですね。これで、$2 \div (-5)$ の答えは $-\dfrac{2}{5}$ であることがわかりま

した。

そうすると、あれっ、$(-2) \div 5$ の答えも $2 \div (-5)$ の答えも $-\dfrac{2}{5}$ ではありませんか。つまり、$(-2) \div 5$ というわり算の答えと、$2 \div (-5)$ というわり算の答えは同じなのです。

問 71. $3 \div (-7)$ というわり算の答えとして正しいものを、次の中から全て選びなさい。

(1) $\dfrac{7}{3}$　(2) $\dfrac{7}{-3}$　(3) $\dfrac{-7}{3}$　(4) $\dfrac{-7}{-3}$

(5) $\dfrac{3}{7}$　(6) $\dfrac{3}{-7}$　(7) $\dfrac{-3}{7}$　(8) $-\dfrac{3}{7}$

答えを見る

問 72. $(-5) \div (-9)$ というわり算の答えとして正しいものを、次の中から全て選びなさい。

(1) $\dfrac{9}{5}$　(2) $-\dfrac{9}{5}$　(3) $\dfrac{9}{-5}$　(4) $\dfrac{-9}{-5}$

(5) $\dfrac{5}{9}$　(6) $\dfrac{-5}{-9}$　(7) $-\dfrac{5}{9}$　(8) $\dfrac{-5}{9}$

答えを見る

それでは、ここまで自分の頭を使ってていねいに考えてきた人は、次のまとめを読んでください。

重要な事実：正負の数のわり算と分数の深い関係

(1) 例えば、$\dfrac{2}{-5}$、$\dfrac{-2}{5}$、$-\dfrac{2}{5}$ という三つの分数は、見かけは違いますが全部同じ数です。

(2) 例えば、$2 \div (-5)$ というわり算の答えは、とりあえず $\dfrac{2}{-5}$ となるわけですが、これは $-\dfrac{2}{5}$ と同じです。ですから、

$$2 \div (-5) = -\frac{2}{5}$$

と計算してかまいません。

(3) 例えば、$(-2) \div 5$ というわり算の答えは、とりあえず $\dfrac{-2}{5}$ となるわけです

が、これは $-\dfrac{2}{5}$ と同じです。ですから、

$$(-2) \div 5 = -\frac{2}{5}$$

と計算してかまいません。

補足：$\dfrac{2}{-5}$ とか $\dfrac{-2}{5}$ などと書くより、$-\dfrac{2}{5}$ と書くほうがかっこいいと思っている人が多いようです。確かにそうかもしれませんね。

問 73. 次の計算をしなさい。

(1) $(-2) \div (+7)$　(2) $(+3) \div (-8)$

(3) $(+5) \div (+6)$　(4) $(-8) \div (+5)$

(5) $(-2) \div 9$　(6) $4 \div (-9)$

(7) $(-6) \div 8$　(8) $25 \div (-15)$

答えを見る

2.13　逆数を使うと、わり算なのにかけ算になってしまう話

さて、「逆数」なんて言葉が出てきました。小学校で習いましたよね。でも、忘れてしまった人もいるかもしれません。そんな人のために、少しおさらいします。

おさらい・・・逆数っていったい何？

あなたに質問です。

「$\dfrac{3}{5}$ という数にある数をかけたら 1 になりました。ある数はいくつですか？」

大丈夫ですか？この質問の答えわかりますか？答えはもちろん $\dfrac{5}{3}$ ですよ。$\dfrac{3}{5}$ に $\dfrac{5}{3}$ をかけてみてください。ちゃんと 1 になるでしょ。こんなとき、数学では、「$\dfrac{5}{3}$ は $\dfrac{3}{5}$ の逆数である。」ということがあります。つまり、「□ は △ の逆数である。」と書いてあったら、「△ に □ をかけると 1 になる。」という意味なのです。

意味を正しく覚えよう：逆数とは

二つの数 □ と △ があるとします。□ と △ をかけると 1 になるとき、「△ は □ の逆数である。」といいます。ちょっと考えればわかるとおり、もちろん、「□ は △ の逆数」となっています。

おさらい終わり

小学校では負の数は習っていないので負の数の逆数は出てきませんでしたが、逆数という言葉は、負の数についても、全く同じ意味で使われます。つまり、□ や △ が負の数でも、□ と △ をかけると 1 になるとき、「△ は □ の逆数である」というわけです。そこでこれから、正の数だけではなく、負の数の逆数についても考えてみましょう。

例題 33　次の数の逆数を求めなさい。

(1) $\frac{5}{8}$　(2) 7　(3) $\frac{1}{5}$

(4) $-\frac{5}{8}$　(5) -7　(6) $-\frac{1}{5}$

解答

(1) $\frac{5}{8}$ のように分数の場合には、分母と分子を入れかえれば逆数を作ることができますね。ですから、$\frac{5}{8}$ の逆数は $\frac{8}{5}$ です。本当ですよ。$\frac{5}{8}$ に $\frac{8}{5}$ をかけてみてください。ちゃんと 1 になりますから。

(2) 7 の逆数を求める問題ですね。「7」って分数じゃぁ無いので、「困った」なんて言ってる人もいるかもしれませんね。そういう人は、まず、「7」という数を「$\frac{7}{1}$」という分数に直してから考えてみてはどうでしょうか。（大丈夫ですか？ 7 と $\frac{7}{1}$ って同じ数なんですよ。）

$\frac{7}{1}$ の逆数は $\frac{1}{7}$ ですよね。ですから、7 の逆数は $\frac{1}{7}$ ですね。

(3) 今度は $\frac{1}{5}$ の逆数ですね。分母と分子を入れかえれば逆数が作れますね。逆数を作ってみると、$\frac{5}{1}$ ってなりますね。でも、$\frac{5}{1}$ って 5 と同じですよね。ですから、

$\dfrac{1}{5}$ の逆数は 5 です。

(4) $-\dfrac{5}{8}$ の逆数を求めるのでしたね。これはマイナスの数ですが、分数なので分母と分子を入れかえれば逆数が作れるはずです。すると、$-\dfrac{8}{5}$ となりますね。ですから、$-\dfrac{5}{8}$ の逆数は $-\dfrac{8}{5}$ なのです。本当ですよ。念のため、$-\dfrac{5}{8}$ と $-\dfrac{8}{5}$ をかけてみてくださいね。ちゃんと 1 になるでしょ。

(5) もう、くどい説明はしません。-7 の逆数は $-\dfrac{1}{7}$ です。

(6) $-\dfrac{1}{5}$ の逆数は -5 です。

問 74. 次の数の逆数を求めなさい。

(1) $\dfrac{3}{10}$　(2) $-\dfrac{7}{3}$　(3) 4

(4) -6　(5) $\dfrac{1}{9}$　(6) $-\dfrac{1}{9}$

答えを見る

次にあなたに思い出してほしいのは、「逆数を使うと、わり算をかけ算に直して計算できる」ということです。小学校で習いましたね。例えば $\dfrac{3}{4} \div \dfrac{6}{7}$ というわり算だったら、$\dfrac{6}{7}$ を逆数である $\dfrac{7}{6}$ に変えれば $\dfrac{3}{4} \times \dfrac{7}{6}$ というかけ算に直せるのでしたね。また例えば、$7 \div 3$ というわり算は、3 を逆数である $\dfrac{1}{3}$ に変えれば $7 \times \dfrac{1}{3}$ というかけ算に直せるのでしたね。負の数が出てきてもこのような計算をすることができます。そこで、これからいくつか練習することにしましょう。

例題 34　逆数を使って、次のわり算をかけ算に直してから計算しなさい。

(1) $\dfrac{3}{4} \div \dfrac{3}{8}$　(2) $5 \div 2$

(3) $\dfrac{8}{9} \div \left(-\dfrac{2}{3}\right)$　(4) $7 \div (-2)$

解答

(1) $\dfrac{3}{4} \div \dfrac{3}{8}$ でしたね。まず $\dfrac{3}{8}$ の逆数を作ると $\dfrac{8}{3}$ ができますね。ということは、このわり算は、次のようにかけ算に変えて計算できます。

$$\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{\cancel{3}^{1} \times \cancel{8}^{2}}{\cancel{4}^{1} \times \cancel{3}^{1}} = 2$$

(2) $5 \div 2$ でしたね。2 の逆数は $\dfrac{1}{2}$ ですね。ということは

$$5 \div 2 = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

となりますね。

(3) $\dfrac{8}{9} \div \left(-\dfrac{2}{3}\right)$ でしたね。$-\dfrac{2}{3}$ の逆数は $-\dfrac{3}{2}$ ですね。ということは、

$$\frac{8}{9} \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{9} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{\cancel{8}^{4} \times \cancel{3}^{1}}{\cancel{9}^{3} \times \cancel{2}^{1}} = -\frac{4}{3}$$

と計算できますね。

(4) $7 \div (-2)$ でしたね。-2 の逆数は $-\dfrac{1}{2}$ ですね。ということは、

$$7 \div (-2) = 7 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2}$$

となりますね。

問 75. 逆数を使って、次のわり算をかけ算に直してから計算しなさい。

(1) $\dfrac{5}{4} \div (-15)$

(2) $\left(-\dfrac{2}{7}\right) \div (-4)$

(3) $\left(-\dfrac{2}{3}\right) \div \dfrac{1}{6}$

(4) $\left(-\dfrac{9}{8}\right) \div \left(-\dfrac{3}{4}\right)$

(5) $\left(-\dfrac{3}{8}\right) \div \left(-\dfrac{9}{16}\right)$

(6) $\dfrac{3}{2} \div \left(-\dfrac{5}{7}\right)$

答えを見る

2.14 かけ算とわり算が混ざっている計算にチャレンジしよう

これまで、正負の数のかけ算とわり算について詳しく学んできました。そこで、これから、かけ算とわり算の混ざっている計算を練習します。ところであなたは、さっきまで、逆数の学習をしていましたね。そして、逆数を使えば、わり算はかけ算に直せるというこ

とを学びましたね。ということは、かけ算とわり算の混ざっている式も、逆数を使えば、かけ算だけの式に直せるということになりますね。

例題 35　逆数を使って、かけ算にだけの式に直してから計算しなさい。

(1)　$6 \div \left(-\frac{5}{8}\right) \times \frac{5}{4}$　　　　(2)　$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{6} \div \left(-\frac{4}{5}\right)$

解答

式が少し複雑になってきました。混乱している人もいるかもしれません。落ち着いてくださいね。「÷」のあとに書いてある数を逆数にするのですよ。そうすれば、わり算をかけ算に変えられるのです。

(1) $6 \div \left(-\frac{5}{8}\right) \times \frac{5}{4}$ でしたね。「÷」のあとに書いてある数は $-\frac{5}{8}$ ですね。$-\frac{5}{8}$ の逆数は $-\frac{8}{5}$ ですから、まず、次のようにかけ算だけの式にできます。

$$6 \div \left(-\frac{5}{8}\right) \times \frac{5}{4} = 6 \times \left(-\frac{8}{5}\right) \times \frac{5}{4}$$

三つの数がかけられることになりました。負の数が一個（つまり奇数個）入っていますね。そうすると、このかけ算の答えはマイナスになるわけです。ですから、この先は次のように計算できます。

$$6 \times \left(-\frac{8}{5}\right) \times \frac{5}{4} = -\frac{6 \times \cancel{8}^{2} \times \cancel{5}^{1}}{\cancel{5}^{1} \times \cancel{4}^{1}} = -12$$

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{6} \div \left(-\frac{4}{5}\right)$ でしたね。「÷」のあとに書いてある数は $-\frac{4}{5}$ ですね。$-\frac{4}{5}$ の逆数は $-\frac{5}{4}$ ですから、まず、次のようにかけ算だけの式にできます。

$$\left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{5}{6} \div \left(-\frac{4}{5}\right) = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{5}{4}\right)$$

三つの数がかけられることになりました。負の数が二個（つまり偶数個）入っていますね。そうすると、このかけ算の答えはプラスになるわけです。ですから、この先は次のように計算できます。

$$\left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{\cancel{3}^{1} \times 5 \times 5}{2 \times \cancel{6}^{2} \times 4} = \frac{25}{16}$$

問 76. 逆数を使って、かけ算にだけの式に直してから計算しなさい。

(1) $(-6) \div 4 \times (-14)$

(2) $\dfrac{3}{5} \div \left(-\dfrac{3}{10}\right) \div \left(-\dfrac{2}{3}\right)$

(3) $-27 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) \div (-9)$

(4) $\left(-\dfrac{5}{3}\right) \times \dfrac{7}{15} \div \dfrac{5}{6}$

(5) $\left(-\dfrac{3}{7}\right) \div 2 \div \left(-\dfrac{3}{4}\right)$

(6) $24 \div (-3) \times 4$

答えを見る

この先へ進む前に、あなたに大切なことを思い出してもらうことにします。

大切な話：かけ算とわり算が混ざっている式の計算は、前から順番に計算しないと間違ってしまうのである

こういう話、知ってますよね。でも念のため、詳しくおさらいします。

例えば、$24 \div 3 \times 2$ という計算について考えてみます。この式には、わり算とかけ算が混ざっていますね。こういうときは前から順番に計算しないといけないのです。まず、$24 \div 3$ を計算して、次にその答えに $\times 2$ をするのです。ですから、次のように計算は進みます。

$$24 \div 3 \times 2 = (24 \div 3) \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

つまり、正しい答えは 16 です。

でももし、$24 \div 3 \times 2$ で、3×2 の所から先に計算するとどうなるでしょう。（こうやって計算しちゃう人、多いんですよね。）やってみます。次のように計算が進みますね。

$$24 \div 3 \times 2 = 24 \div (3 \times 2) = 24 \div 6 = 4$$

ほら、さっきと違う答えになっちゃったでしょ。この答え、間違いなんですよ。

ところで、さっきまで、「逆数を使うとわり算をかけ算に直して計算できる」ということを学習していました。この考えをつかって、$24 \div 3 \times 2$ を計算してみることにします。$\div 3$ のところが $\times \dfrac{1}{3}$ に変わるのですよ。つまり、次のように計算は進みます。（ちゃんと、計算、たどってくださいね。）

$$24 \div 3 \times 2 = 24 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{\cancel{24}^{8} \times 1 \times 2}{\cancel{3}^{1}} = 16$$

当たり前といえば当たり前かもしれませんが、ちゃんと正しい答えが出ましたね。どうして正しい答えが出たのかというと、かけ算では結合法則が成り立っているからです。つまり、かけ算だけの式だったら、どこからかけ算しても正しい答えが出るのです。

この話もちゃんとわかった人は、次の節に進むことにしましょう。

2.15　たし算、ひき算、かけ算、わり算が混ざっている計算にチャレンジしよう

まず、小学校で学んだことをおさらいします。

おさらい：計算の順番について

(1) たし算、ひき算、かけ算、わり算などがいろいろ混ざっている式の計算では、かけ算やわり算を先に計算することに決めてあります。
(2) かっこのある式では、かっこの中を先に計算することに決めてあります。

おさらい終わり

どうですか？ちゃんと覚えてましたか？これは、昔の人たちによって決められた約束事です。このように約束しておくと、とても便利なのです。この約束は、計算の中に正の数だけではなく負の数が混ざっているときにも適用されます。

それでは、本題に入りましょう。

例題 36　次の計算をしなさい。

(1)　$12 + (-7) \times 2$　　　(2)　$-16 - 6 \div (-2)$

解答

(1) $12 + (-7) \times 2$ ですね。この式には「たし算」と「かけ算」が混ざっています。か

け算が先でしたね。ですから、$(-7) \times 2$ を先に計算します。次のように計算が進むわけです。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$12 + (-7) \times 2 = 12 + (-14) = -2$$

(2) $-16 - 6 \div (-2)$ ですね。この式には「ひき算」と「わり算」が混ざっています。わり算が先でしたね。ですから、$6 \div (-2)$ を先に計算します。次のように計算が進むわけです。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$-16 - 6 \div (-2) = -16 - (-3) = -13$$

問 77. 次の計算をしなさい。

(1) $3 - (-2) \times 5$　　(2) $3 \times (-7) - 9 \times (-8)$

(3) $-4 - 6 \times (-3)$　　(4) $5 \times (-12) + 14 \div 7$

答えを見る

例題 37　次の計算をしなさい。

(1) $80 \div (-6 + 2)$　　(2) $3 \times \{-4 - (19 - 8)\}$

解答

(1) $80 \div (-6 + 2)$ ですね。「かっこ」があるのでかっこの中を先に計算する約束ですね。次のように計算は進みます。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$80 \div (-6 + 2) = 80 \div (-4) = -20$$

(2) $3 \times \{-4 - (19 - 8)\}$ ですね。「普通のかっこ ( )」と「中かっこ { }」が付いていますね。こういうときは、まず「普通のかっこ」の中を計算してから「中かっこ」の中を計算する約束です。ですから、次のように計算は進みます。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$3 \times \{-4 - (19 - 8)\} = 3 \times \{-4 - 11\} = 3 \times (-15) = -45$$

問 78.　次の計算をしなさい。

(1) $(9-13)\div(-8)$　　(2) $4\times(-1-6)$

(3) $-5+(13-7)\div 3$　　(4) $7-\{-4-(9-14)\}$

答えを見る

例題 38　次の計算をしなさい。

(1)　$18\div(-3)^2+(-4)$　　(2)　$(-6)\times 7+75\div(-5^2)$

解答

(1) $18\div(-3)^2+(-4)$ ですね。この式には $(-3)^2$ という部品が入っています。$(-3)^2$ って $(-3)\times(-3)$ のことですよね。だからはっきり言って、$(-3)^2$ って 9 ですね。ですから、この式を計算する人は、まず、$(-3)^2$ を 9 に直してから計算すればよいのです。次のように計算は進みます。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$18\div(-3)^2+(-4)=18\div 9+(-4)=2+(-4)=-2$$

(2) $(-6)\times 7+75\div(-5^2)$ でしたね。この式には、-5^2 という部品が入っています。（これは $(-5)^2$ とは違うんですよ。ちがい、もう、わかりますよね。）ところで、-5^2 って、「5 を 2 乗したものにさらにマイナスのマークを付けたもの」でしたよね。つまり、はっきり言って、-5^2 とは -25 のことですね。（いいですか。25 じゃぁないんですよ。）ですから、この式を計算する人は、-5^2 を -25 に直してから計算します。次のように計算は進みます。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$(-6)\times 7+75\div(-5^2)=(-6)\times 7+75\div(-25)=-42+(-3)=-45$$

問 79.　次の計算をしなさい。

(1) $(-4)\times(-2)^3+(-6)$　　(2) $8-(-4^2)\times(-2)$

(3) $-2\times(-4+6)^2-(-3)^2$　　(4) $7-\{(-2)^2-(9-14)\}$

答えを見る

2.16　これから非常に重要になる分配法則と呼ばれる計算法

あなたは、分配法則という言葉を聴いたことがありますか？実は小学校でちゃんと習っているはずなのですが、忘れてしまっている人も多いようです。まず、分配法則のおさらいをします。

重要な事実：分配法則その 1

三つの数があるとします。今ここでは、その三つの数を □、△、◯ であらわすことにします。すると、

(1) □、△、◯ がどんな数だとしても、(□+△)×◯ の計算結果と、□×◯+△×◯ の計算結果は必ず同じになります。

(2) □、△、◯ がどんな数だとしても、◯×(□+△) の計算結果と、◯×□+◯×△ の計算結果は必ず同じになります。

何を言っているのかわかりましたか？念のため、少し説明します。(1) について説明しましょう。三つの数として 5、3、7 を使って説明します。(1) で言っていることは、「$(5+3)\times 7$ の計算結果と $5\times 7+3\times 7$ の計算結果は同じになるんだよ」ということです。本当に計算結果が同じになるのか、計算して調べることにします。

まず、$(5+3)\times 7$ の計算ですが、この式には「かっこ」がありますね。ですから「かっこの中を先に」計算します。ですから、

$$(5+3)\times 7 = 8\times 7 = 56$$

となりますね。

一方、$5\times 7+3\times 7$ の計算ですが、この式には「たし算」と「かけ算」が混ざっています。（「かっこ」はありません。）こんなときは、「かけ算」から先に計算するのでしたね。ですから、

$$5\times 7+3\times 7 = 35+21 = 56$$

となりますね。

どうですか？ $(5+3)\times 7$ も $5\times 7+3\times 7$ も計算してみたら 56 になりましたね。これでさっきの、重要な事実 (1) の意味はわかってもらえてでしょうか？もう少し、説明を続けます。

このような分配法則を使うとき、よく や のようなマークを付けることがあります。例えば、さっきの $(5+3)\times 7$ の計算では、まず

$$(5+3)\times 7$$

のように、かっこの後ろにある「7」から、かっこの中にある二つの数「5」と「3」へ向けて というマークを書くのです。そして、次に、分配法則を使うわけです。つまり、かっこの中を先に計算するのではなくて、 でつながれた数どうしをかけ、あいだに「+」のマークをつけておきます。ですから、

あいだに $+$ のマークをつける

$$(5+3)\times 7 = 5\times 7 + 3\times 7$$

どちらも でつながれた数をかけている

のように計算は進みます。どうですか？かっこの後ろにある「7」が、かっこの中にある二つの数「5」と「3」へ、「分けられて」、「配られて」いる感じがするでしょ。だから、分配法則って言うんですよ。このように、「分配」が終わったら、あとは普通に計算すればよいのです。つまり、

あいだに $+$ のマークをつける

$$(5+3)\times 7 = 5\times 7 + 3\times 7 = 35+21 = 56$$

どちらも でつながれた数をかけている

のように計算が進むのです。

ここまで、「重要な事実 (1)」について説明してきました。「重要な事実 (2)」も同じようなことです。(1) との違いは、分配される数、つまり、「分けられて配られる数」がかっこの前にあるということです。くどく説明するのはやめて、(2) についても、簡単な例をあなたにお見せしましょう。例えば、$8 \times (4+3)$ の計算結果と $8 \times 4 + 8 \times 3$ の計算結果は同じになるのです。本当ですよ。自分で計算して確かめてくださいね。ですから、重要な事実 (2) を使う人は、

あいだに ＋ のマークをつける

$$8 \times (4+3) = 8 \times 4 + 8 \times 3 = 32 + 24 = 56$$

どちらも $\curvearrowright$ でつながれた数をかけている

のように計算できるのです。

問 80. 次の文の空欄に正しい数を書きなさい。

(1) $(12+15) \times 4$ の計算結果と $12 \times \square + 15 \times \square$ の計算結果は同じです。

(2) $7 \times 6 + 8 \times 6$ の計算結果と $(7+8) \times \square$ の計算結果は同じです。

(3) $9 \times (3+8)$ の計算結果と $\square \times 3 + \square \times 8$ の計算結果は同じです。

(4) $12 \times 5 + 12 \times 15$ の計算結果と $\square \times (5+15)$ の計算結果は同じです。

答えを見る

問 81. 次の文の空欄に当てはまる数を答えなさい。

(1) $(16+5) \times 12$ の計算結果と $\square \times 12 + \square \times 12$ の計算結果は同じです。

(2) $5 \times 16 + 7 \times 16$ の計算結果と $\left(\square + \square\right) \times 16$ の計算結果は同じです。

(3) $9 \times (3+24)$ の計算結果と $9 \times \square + 9 \times \square$ の計算結果は同じです。

(4) $8 \times 14 + 8 \times 2$ の計算結果と $8 \times \square + 8 \times \square$ の計算結果は同じです。

答えを見る

問 82. 次の式の空欄に、$+$、$-$、$\times$、$\div$ のうち、正しい記号を記入しなさい。

(1) $(5+7)\times 3 = 5 \square 3 \square 7 \square 3$

(2) $6\times 5 + 9\times 5 = \left(6 \square 9\right)\times 5$

(3) $4\times(2+3) = 4 \square 2 \square 4 \square 3$

(4) $8\times 2 + 8\times 7 = 8 \square \left(2 \square 7\right)$

答えを見る

では、話を進めることにしましょう。実は、分配法則には、かっこの中に「マイナス」のマークが出てくるものもあるのです。次を見てください。

重要な事実：分配法則その 2

三つの数があるとします。今ここでは、その三つの数を □、△、◯ であらわすことにします。すると、

(1) □、△、◯ がどんな数だとしても、(□ − △) × ◯ の計算結果と、□ × ◯ − △ × ◯ の計算結果は必ず同じになります。

(2) □、△、◯ がどんな数だとしても、◯ × (□ − △) の計算結果と、◯ × □ − ◯ × △ の計算結果は必ず同じになります。

このテキストの前のほうを探して、前に学んだ、「分配法則その 1」と見比べてみてください。そっくりですが、ちょっと違っているのがわかりますよね。

三つの数を実際に用意して、本当にこのようになるのか試すことにします。ここでは、三つの数として、「7」、「3」、「2」を使うことにします。そうすると、例えば、この、重要な事実 (1) によると、「$(7-3)\times 2$ の計算結果と、$7\times 2 - 3\times 2$ の計算結果は等しい。」ということらしいですね。本当にそうなのかそれぞれ計算してみてください。$(7-3)\times 2$ を、この式のとおりに計算するといくつになりますか？また、$7\times 2-3\times 2$ をこの式のとおりに計算するといくつになりますか？どうです？どっちも $\square$ になったでしょ。（空欄

には正しい数を書いておいてくださいね。）

問 83. 次の文の空欄にあてはまる数や記号を記入しなさい。

(1) $(12-3)\times 6$ の計算結果と $12\times\boxed{}-3\times\boxed{}$ の計算結果は同じです。

(2) $9\times 2-6\times 2$ の計算結果と $\left(\boxed{}-\boxed{}\right)\times 2$ の計算結果は同じです。

(3) $7\times 5-7\times 3$ の計算結果と $7\times\left(\boxed{}-\boxed{}\right)$ の計算結果は同じです。

(4) $4\times(8-5)=4\,\boxed{}\,8\,\boxed{}\,4\,\boxed{}\,5$ が成り立ちます。

答えを見る

おさらい終わり

ところで、あなたは、0、1、2、3、4、5、6··· のような数だけでなく、小数や分数、さらにはマイナスの数というものも知っているわけです。実は、これまでおさらいしてきた「分配法則その 1」と「分配法則その 2」は、どんな数に対しても使うことができるのです。そこで、これから、いろいろな数について、分配法則を使う練習をしましょう。

例題 39　実は、次の式はどれも、分配法則を使って、式の形を変えてから計算することができます。そこで、そのまま計算するのではなく、必ず分配法則を使って式の形を変えてから計算してください。

(1) $\left(\dfrac{2}{3}-\dfrac{3}{4}\right)\times 12$

(2) $(-9)\times(7+5)$

(3) $(-4)\times 36+(-4)\times 64$

(4) $23\times(-12)+23\times 112$

解答

分配法則その 1 によると、

$$(\Box + \triangle) \times \bigcirc$$

という形をしている式は

$$\Box \times \bigcirc + \triangle \times \bigcirc$$

というかたちに変えることができます。

逆に、

$$\Box \times \bigcirc + \triangle \times \bigcirc$$

という形をしている式を

$$(\Box + \triangle) \times \bigcirc$$

にできるわけです。分配法則その 2 についても同じようなことができるわけです。

(1) $(\Box - \triangle) \times \bigcirc$ という形をしている式ですから、$\Box \times \bigcirc - \triangle \times \bigcirc$ という形に変えてから計算します。ですから、次のように計算は進みます。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \times 12 = \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \overset{4}{\cancel{12}} - \frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \overset{3}{\cancel{12}} = 8 - 9 = -1$$

(2) $\bigcirc \times (\Box + \triangle)$ という形をしている式ですから、$\bigcirc \times \Box + \bigcirc \times \triangle$ という形に変えてから計算します。ですから、次のように計算は進みます。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$(-9) \times (7 + 5) = (-9) \times 7 + (-9) \times 5 = -63 - 45 = -108$$

(3) $\bigcirc \times \Box + \bigcirc \times \triangle$ という形をしている式ですから、$\bigcirc \times (\Box + \triangle)$ という形に変えてから計算します。ですから、次のように計算は進みます。自分でちゃんと、たどっ

てみてください。

$$(-4)\times 36+(-4)\times 64=(-4)\times(36+64)=(-4)\times 100=-400$$

(4) $\bigcirc\times\Box+\bigcirc\times\triangle$ という形をしている式ですから、$\bigcirc\times(\Box+\triangle)$ という形に変えてから計算します。ですから、次のように計算は進みます。自分でちゃんと、たどってみてください。

$$23\times(-12)+23\times 112=23\times\{(-12)+112\}=23\times 100=2300$$

注意：この例題では、指示されたとおり、分配法則を使ってから計算をしました。しかし、分配法則が使える形の式だからといって、いつでも絶対に分配法則を使わなくてはいけないというわけではありません。この例題に出てきた問題は、実はどれも、分配法則を使ったほうが楽に計算できるものばかりなのです。そのまま計算したほうが楽なのか、それとも分配法則を使ったほうが楽になるのかということは、式をよく見て自分で決めるしかありません。例えば、この例題の (1) をもう一度良く見てください。この問題では、分配法則を使うと分数がなくなってしまうということを、自分で見抜く必要があるのです。つまり $\dfrac{2}{3}$ の分母である 3 と、$\dfrac{3}{4}$ の分母である 4 は、どちらも 12 と相性がよいのです。だから、分配法則を使えば、一気に分数がなくなってしまうのです。もし、分配法則を使わないで計算していたら、$\dfrac{2}{3}$ の分母と $\dfrac{3}{4}$ の分母が違っているので、通分をする必要があったはずです。これってめんどうですよね。

問 84. 実は、次の式はどれも、分配法則を使って、式の形を変えてから計算することができます。そこで、そのまま計算するのではなく、必ず分配法則を使って式の形を変えてから計算してください。

(1) $(-12)\times\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{3}\right)$　　(2) $\left(-\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{7}\right)\times 70$

(3) $8\times(-27)+8\times(-23)$　　(4) $1.3\times(-15)-0.3\times(-15)$

(5) $(-6)\times 26+(-6)\times 24$　　(6) $(-64)\times 106-(-64)\times 6$

答えを見る

2.17　正負の数を使って楽をしよう

あなたにお願いがあります。

$$159 + 142 + 151 + 148 + 152 + 158 + 157 + 144 + 153 + 154 + 150$$

を計算してください。

「えー、こんなに長いたし算なんていやだ」なんて言っていたりしませんか？そりゃぁそうですよね。誰だって、こんな長いたし算、いやですよね。しかも、どの数も「ひゃくごじゅうナントカ」や、「ひゃくよんじゅうナントカ」ですからね・・・・・

でも、ある人が何か気づいたようです。

「あー、どの数もひゃくごじゅうナントカやひゃくよんじゅうナントカなのか。」と、その人は言ったあと、次のような計算をしたのです。

$$9 - 8 + 1 - 2 + 2 + 8 + 7 - 6 + 3 + 4 + 0 = 18$$

$$150 \times 11 = 1650$$

$$1650 + 18 = 1668$$

答えは 1668

どういうことかわかりますか？この人は、はじめに「$9 - 8 + 1 - 2 \cdots$」という、1 けたのたし算、ひき算をしてますね。1 けたの数ですから、たしたり、ひいたりするのはそれほど大変ではありません。でも、「9」とか「8」とか「1」とか「2」$\cdots$ などという数は何なのでしょう？そんな数は、もともと、どこにもないですよね。そして、この人は次に、「150×11」って計算しています。でも、「150」とか「11」っていったいなんでしょう。こんな数も、もともとありません。どういうことか、わかりますか？

では、種明かしをしましょう。次の表を見てください。

もともとの数	159	142	151	148	152	158	157	144	153	154	150
150 との違い	$+9$	-8	$+1$	-2	$+2$	$+8$	$+7$	-6	$+3$	$+4$	0

上の段にある数は、もともとあった数たちです。今、この数たちを、全部足したいわけです。下の段にある数は、それぞれの数が、150 という数からどれだけ「ずれているのか」を表しています。つまり、この人は、150 という数を基準にして考えることにしたのです。例えば、159 という数は、150 より 9 大きいのですから、159 という数の下には $+9$ という数が書いてあるのです。また、例えば、142 という数は、150 より 8 小さいのですから、142 という数の下には -8 という数が書いてあるのです。

この人は、これだけの準備を（頭のなかで？）した後、上の段の数たちを全部たす代わりに下の段の数たちを全部足しました。そうしたら 18 になったのです。（下の段の数たちはみんな 1 ケタですから、たすのは簡単ですね。）

でも、本当は、上の段の数たちを全部足したいのですよね。もともと 159、142、151、148$\cdots$ など 、11 個の数がありました。ですから、下の段にも 11 個の数があります。下の段の数たちは、どれも 150 を基準に作った数です。ということは、下の段にある 11 個の数をたしても、本当はまだ、150 が 11 個分たりないということになります。ですから、この人は、次に $150 \times 11 = 1650$ という計算をしたのです。つまり、本当の答えは、下の段の数たちの合計である 18 に、たりていない 1650 をたせば得られるのです。ですから、この人は、最後に $1650 + 18 = 1668$ と計算したのです。どうですか、このお話、わかりましたか？

問 85. 60 を基準にして、$65 + 63 + 58 + 56 + 59 + 67 + 68 + 61$ を計算しなさい。

答えを見る

問 86. 自分で基準を決めて、$87 + 85 + 79 + 85 + 86 + 75 + 77 + 71 + 84$ を計算しなさい。

答えを見る

では、話を進めます。今学んでいた考えを使うと、平均の計算が楽になることがあります。

例題 40　A さん、B さん、C さん、D さん、E さん、F さん、G さん、H さんという 8 人の人がいます。この 8 人の身長を調べた所、次の表のようになりました。

A さん	B さん	C さん	D さん	E さん	F さん	G さん	H さん
161 cm	165 cm	157 cm	162 cm	160 cm	152 cm	161 cm	170 cm

この人たちの身長の平均を求めなさい。

解答

「平均」ってなんだったかちゃんと覚えていますか？忘れてしまった人は、今すぐ、小学校の教科書を探して復習してください。よくわからないままこの先に進むととても困るかもしれません。

それでは、「平均」って何のことか知っている人は先に進むことにしましょう。

「平均」を求めるには、まず、この 8 人の身長の「合計」を求める必要がありますね。合計できたら、最後に、「人数でわる」のですね。

では、まず、合計を求めることにします。表をもう一度見てください。8 人の身長の「合計」ですから、

$$161 + 165 + 157 + 162 + 160 + 152 + 161 + 170$$

を計算することになりますね。あー、でも、これ、めんどうですね。あっ、でも、さっき、この例題に入る前に、ちょっとうまい計算法を学びましたね。たしか、基準を決めておいて、「基準からのずれを合計する」方法でしたね。ところで、基準をいくつにしましょうか。8 人の身長を良く見ると、みんな 160 cm 前後のようですね。だったら基準は 160 が良いですね。次の表を見てください。

A さん	B さん	C さん	D さん	E さん	F さん	G さん	H さん
161 cm	165 cm	157 cm	162 cm	160 cm	152 cm	161 cm	170 cm
$+1$	$+5$	-3	$+2$	0	-8	$+1$	$+10$

この表は、もともと問題にあった表に、さらに「160 cm からのずれ」を付け足したもので

す（一番下の段ですよ）。このように基準からのずれを調べたら、次は、基準からのずれを全部合計するのでしたね。ですから、

$$1+5-3+2+0-8+1+10=8$$

となりますね。

これは、「160 を基準にしたときの合計」ですから「本当に知りたい合計」とは違っています。そこで、「たりていない分」を計算します。つまり 160 が 8 人分たりていないのですから、たりていないのは、

$$160 \times 8 = 1280$$

ですね。

そして、最後に、「160 を基準にしたときの合計」と「たりていない分」をたせば、「本当に知りたい合計」になるわけです。ですから、「本当の合計」は、

$$1280 + 8 = 1288$$

と計算されます。これで、8 人の身長の「合計」は 1288 cm であることがわかりました。

8 人の身長の「合計」がわかったので、いよいよ「平均」を求めようと思います。「合計」を「人数でわる」のですね。ですから、

$$1288 \div 8 = 161$$

と計算します。これで、この問題の答えが出ました。この 8 人の身長の平均は 161 cm だったのです。

大切な補足

これでこの問題の説明を終わりにしても良いのですが、大切なことを補足しておくことにします。実は、ここで説明した計算法には、まだ無駄な所があるのです。どこが無駄かわかりますか？もう一度、これまでの考え方を振り返ってみることにしましょう。たしか、次のような順番で考えたのでしたね。

(1) 8 人の身長をよく考えに入れて、基準を 160 cm にしました。

(2) 8 人の身長の基準からのずれを調べました。そして基準からのずれを「合計」したら、8 cm になりました。

(3) 8cm というのは「基準からのずれの合計」なので、本当に知りたい合計ではありません。160 cm が 8 人分たりていないのです。そこで「たりていない分」を求めるため $160 \times 8 = 1280$ と、かけ算で求めました。

(4) 「本当に知りたい合計」は「基準からのずれの合計」と「たりていない分」をたせば求められます。ですから、$1280 + 8 = 1288$ と、たし算で求めました。

(5) 「平均」は、「合計」を「人数でわる」と求められるので、$1288 \div 8 = 161$ となり、8 人の身長の平均は 161 cm であることがわかりました。

どうですか？何か、無駄なことをしている感じがしませんか？この手順を良く見ると、(3) のところで、かけ算で「×8」をしていますね。そして、今度は (5) のところで、わり算で「÷8」をしていますね。これって、なんか 2 度手間な感じがしませんか？そこで、このあたりのことを、もう少し分析してみることにしましょう。

この手順によると、身長の合計は二つの部分に分けて求められています。つまり、「基準からのずれの合計」と、「たりていない分」の二つに分けて考えているのですね。そして、「本当の合計」は「基準からのずれの合計」と「たりていない分」をたして求めました。つまり、

$$8\text{ 人の身長の合計} = \text{ずれの合計} + \text{基準}\ \underset{\sim\sim}{\times 8}$$

って計算しているんですよね。そして、次に、平均を求めるために「÷8」をするんですよね。だったら、基準 ×8 はやらないで基準のまま（つまり 160 のまま）にしておいて、ずれの合計のほうだけ「÷8」をして、これを 160 とたせば、8 人の身長の平均になるのではありませんか？ですから、このように考えると、この問題は次のように考えることができます。

基準からのずれの合計が 8 cm であると求められたら、それを人数である 8 でわります。

つまり、

$$8 \div 8 = 1$$

と計算します。次に、これを基準である 160 と合計します。つまり、

$$160 + 1 = 161$$

となるわけです。これで 8 人の身長の平均が求められました。平均は 161 cm ですね。

問 87. A さん、B さん、C さん、D さん、E さん、F さん、G さん、H さん、I さんという 9 人の人がいます。この 9 人の体重を調べた所、次の表のようになりました。

A さん	B さん	C さん	D さん	E さん	F さん	G さん	H さん	I さん
48 kg	45 kg	43 kg	51 kg	59 kg	49 kg	48 kg	55 kg	43 kg

表を良く見て、まず基準を自分で決めなさい。基準が決まったら、基準を使う方法で、この人たちの体重の平均を求めなさい。

答えを見る

問の解答

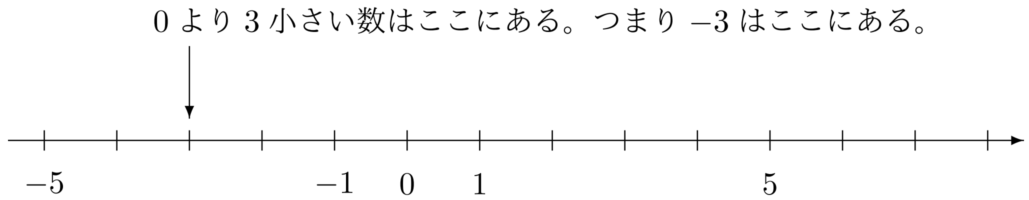
問 1.

(1) -13　　(2) -2.8

本文へ戻る

問 2.

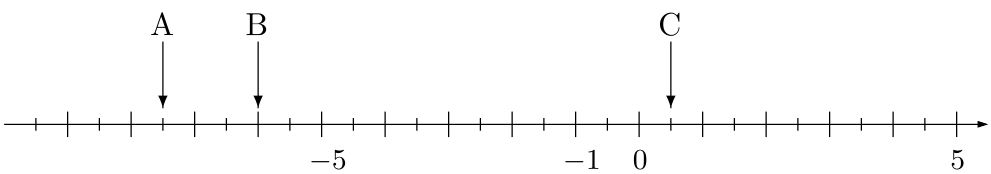
(1) 0 より 3 小さい数は -3 です。



(2) 0 より 2.7 小さい数は -2.7 です。

本文へ戻る

問 3.



この数直線で

A のところにある数は -7.5

B のところにある数は -6

C のところにある数は $+0.5$

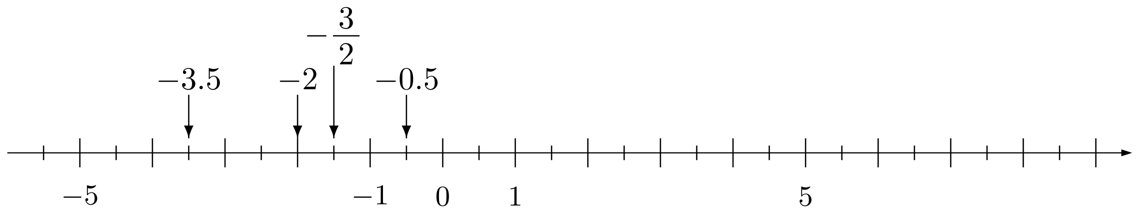
です。

本文へ戻る

問 4.

(1) -3.5 (2) -2 (3) $-\dfrac{3}{2}$ (4) -0.5

のそれぞれの数は次の数直線に示されている位置にあります。



本文へ戻る

問 5.

(1) $-\dfrac{5}{6}$ という数の正体は「0 より $\dfrac{5}{6}$ 小さい数」です。(「0 より $-\dfrac{5}{6}$ 小さい数」ではありません。注意してくださいね。) $-\dfrac{5}{6}$ は 0 より小さいのですからこの数は「負の数」です。

(2) -12 という数の正体は「0 より 12 大きい数」です。12 は 0 より大きいのですからこの数は「正の数」です。

本文へ戻る

問 6.

(1) 0 より 7 大きい数ですから符号をきちんとつけて書くと $+7$ です。

(2) 0 より 9 小さい数ですから符号をきちんとつけて書くと -9 です。

(3) 0 より 2.3 大きい数ですから符号をきちんとつけて書くと $+2.3$ です。

(4) 0 より $\dfrac{7}{6}$ 小さい数ですから符号をきちんとつけて書くと $-\dfrac{7}{6}$ です。

本文へ戻る

問 7.

(1) あなたからお金が 1800 円出て行ったのですから、「-1800 円」といえば良いですね。

(2) あなたにお金が 1500 円入ってきたのですから、「$+1500$ 円」といえば良いですね。

本文へ戻る

問 8. -13000 は負の数ですから A さんからお金が出て行ったのですね。というわけで答えは「13000 円損をした」ですね。 本文へ戻る

問 9.

(1) 山頂は海面より上に出ているので正の数で表します。ですから答えは「 富士山の山頂は $+3776$ メートル」ですね。

(2) 湖底は湖面より下にあるので負の数で表します。ですから答えは「琵琶湖の湖底は -104 メートル」ですね。 本文へ戻る

問 10.

(1) 西へ移動するので負の数を使います。答えは「-7 メートル移動する」です。

(2) 東へ移動するので正の数を使います。答えは「$+10.5$ メートル移動する」です。

本文へ戻る

問 11. この問題では北へ移動するときは正の数を使い、南へ移動するときは負の数を使います。ですから答えは「南へ 6.5 メートル移動した」です。 本文へ戻る

問 12.

(1) 昨日のより 3 °C 高いということになりますから今日の最高気温は 20 °C です。

(2) 昨日のより 6 °C 低いということになりますから今日の最高気温は 11 °C です。

本文へ戻る

問 13.

(1) 「B さんの年齢を基準にすると A さんは +7 歳です。」ということは A さんは B さんより 7 歳年上です。B さんは 21 歳ですからはっきりいって、A さんは 28 歳です。

(2) 「B さんの年齢を基準にすると C さんは −11 歳です。」ということは C さんは B さんより 11 歳年下です。B さんは 21 歳ですからはっきりいって、C さんは 10 歳です。

本文へ戻る

問 14.

(1) 「谷川岳の高さ 1978 メートル」を「基準の赤城山の高さ 1828 メートル」と比べてみます。谷川岳のほうが高いことがわかりますが、何メートル高いのかというと、

$$1978 - 1828 = 150 \text{ メートル}$$

ですね。

谷川岳は基準の赤城山より高いので正の数で答えを言えば良いわけです。ですから答えは「谷川岳は基準の赤城山と比べると +150 メートル」ということになります。

(2) 「八海山の高さ 1778 メートル」を「基準の赤城山の高さ 1828 メートル」と比べてみます。赤城山のほうが高いことがわかりますが、何メートル高いのかというと、

$$1828 - 1778 = 50 \text{ メートル}$$

ですね。八海山は基準の赤城山より低いので負の数で答えを言えば良いわけです。ですから答えは「八海山は基準の赤城山と比べると −50 メートル」ということになります。

本文へ戻る

問 15.

曜日	月	火	水	木	金
生産個数	950	1022	1059	984	1000
目標（1000 個）とのちがい	$\mathbf{-50}$	$\mathbf{+22}$	$\mathbf{+59}$	$\mathbf{-16}$	$\mathbf{0}$

本文へ戻る

問 16.

(1) 私の持っているりんごの数は、あなたの持っているりんごの数より「3 個少ない」ということを負の数を使って言うと「−3 個多い」となります。

(2) 私の持っているひもの長さは、あなたの持っているひもの長さより「6.5 センチメートル短い」ということを負の数を使って言うと「−6.5 センチメートル長い」となります。

本文へ戻る

問 17.

(1) 「−7.2 キログラム増える」を普通に言うと「7.2 センチメートル減る」

(2) 「−5 センチメートル短い」を普通に言うと「5 センチメートル長い」

(3) 「−100 円余る」を普通に言うと「100 円たりない」

(4) 「−5 大きい」を普通に言うと「5 小さい」

(5) 「−3 増える」を普通に言うと「3 減る」

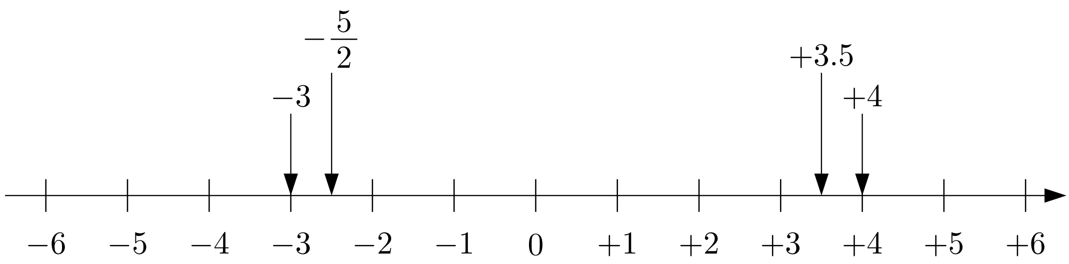
(6) 「今日から −2 日後」を普通に言うと「今日より 2 日前」

本文へ戻る

問 18.

(1) $+4$　(2) -3　(3) $+3.5$　(4) $-\dfrac{5}{2}$

のそれぞれの数は次の数直線に示されている位置にあります。



本文へ戻る

問 19. 「-8 という数」の絶対値とは「数直線上で 0 から $\boxed{-8}$ までの距離」のことです。「数直線上で 0 から -8 までの距離」は $\boxed{8}$ ですから、「-8 という数」の絶対値」は $\boxed{8}$ ということになります。

本文へ戻る

問 20.

(1) -7 の絶対値は 7

(2) $+11$ の絶対値は 11

(3) -6.5 の絶対値は 6.5

(4) $+\frac{5}{4}$ の絶対値は $\frac{5}{4}$

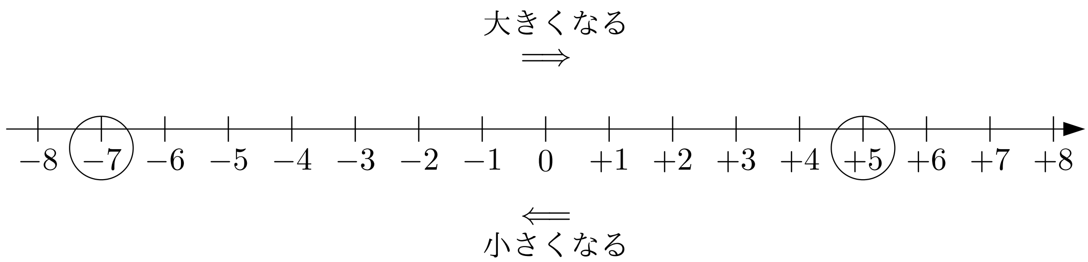
本文へ戻る

問 21. 絶対値が 5 である数は 5 と -5 です。(0 からの距離が 5 である数をすべて答えればよいのですよね。)

本文へ戻る

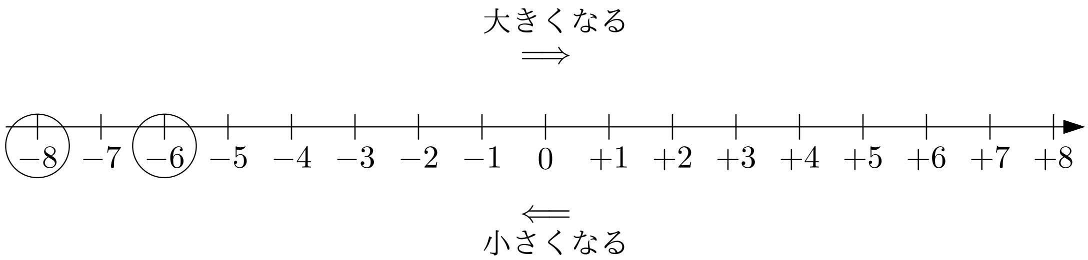
問 22.

(1) 次の数直線を見るとわかるように、$+5$ は -7 より右にありますね。



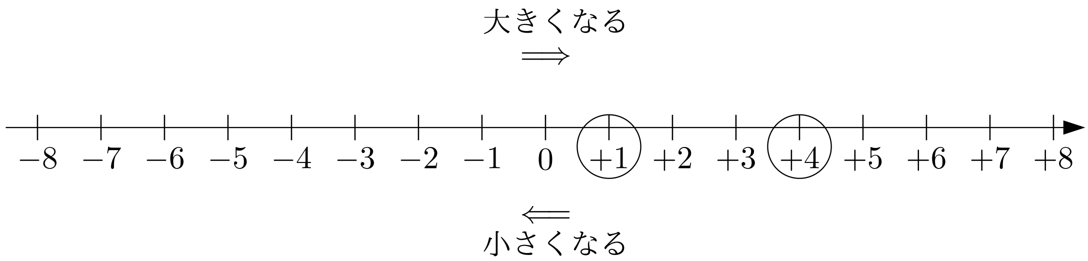
ですから「$+5$ は -7 より大きい」ということになります。

(2) 次の数直線を見るとわかるように、-6 は -8 より右にありますね。



ですから「-6 は -8 より大きい」ということになります。

(3) 次の数直線を見るとわかるように、$+4$ は $+1$ より右にありますね。



ですから「$+4$ は $+1$ より大きい」ということになります。

本文へ戻る

問 23.

(1) 「-3 は 5 より小さい」ということを記号を使って数学っぽく表すと $-3 < 5$

（$5 > 3$ でも良い）

(2) 「-8 は 2 より小さい」ということを記号を使って数学っぽく表すと $-8 < 2$

（$2 > -8$ でも良い）

(3) 「-7 は -11 より大きい」ということを記号を使って数学っぽく表すと $-11 < -7$

（$-7 > -11$ でも良い）

(4) 「12 は 5 より大きい」ということを記号を使って数学っぽく表すと $5 < 12$

（$12 > 5$ でも良い）

本文へ戻る

問 24.

(1) $-6 < 1$ ということを言葉で書くと「1 は -6 より大きい」

（「-6 は 1 より小さい」でも良い）

(2) $-5 > -8$ ということを言葉で書くと「-5 は -8 より大きい」

（「-8 は -5 より小さい」でも良い）

(3) $3 < 11$ ということを言葉で書くと「11 は 3 より大きい」

（「3 は 1 より小さい」でも良い）

(4) $2 > -5$ ということを言葉で書くと「2 は -5 より大きい」

（「-5 は 2 より小さい」でも良い）

本文へ戻る

問 25.

(1) $3 < 5$ （$5 > 3$ でも良い）

(2) $-9 < -5$ （$-5 > -9$ でも良い）

(3) $-2.7 < -0.7$ （$-0.7 > -2.7$ でも良い）

(4) $-\dfrac{5}{8} < -\dfrac{3}{8}$ （$-\dfrac{3}{8} > -\dfrac{5}{8}$ でも良い）

本文へ戻る

問 26.

(1) 4　(2) -4　(3) 4　(4) -4

本文へ戻る

問 27.

(1) $(+8) + (+5)$

(2) $(+8) + (-5)$

(3) $(-5) + (+8)$

(4) $(-5) + (-8)$

本文へ戻る

問 28.

(1) $+10$ (2) $+5$

(3) -6 (4) -10

(5) 0 (6) 0

(7) -3 (8) -5

本文へ戻る

問 29.

(1) $(+7)+(-2)$ の答えと $(-2)+(+7)$ の答えは同じです。(どちらも答えは -5 になります。)

(2) $(-7)+(-2)$ の答えと $(-2)+(-7)$ の答えは同じです。(どちらも答えは -9 になります。)

本文へ戻る

問 30. ひき算では、「ひかれる数」と「ひく数」を入れかえて計算すると答えは変わります。

例えば $5-2$ の答えは 3 ですが $2-5$ というひき算は(小学校で習った算数では)できません。(このテキストで後で習うのですが、正負の数のひき算を知っている人は $2-5$ というひき算の答えは -3 であることがわかります。)

本文へ戻る

問 31.

(1) $\{(+3)+(-9)\}+(+7)$ と $(+3)+\{(-9)+(+7)\}$ の答えは同じになります。

(2) $\{(-3)+(-9)\}+(+7)$ と $(-3)+\{(-9)+(+7)\}$ の答えは同じになります。

(3) $\{(-3)+(-9)\}+(-7)$ と $(-3)+\{(-9)+(-7)\}$ の答えは同じになります。

というわけで、□、◯、△ という 3 つの数をたす時、この 3 つの数の中にマイナスの数が混ざっていても、(□ + ◯) + △ の答えと □ + (◯ + △) の答えは同じになるようです。

本文へ戻る

問 32.

(1) -5 (2) 1

本文へ戻る

問 33.

(1) $+3$ (2) $+15$

(3) -12 (4) $+10$

本文へ戻る

問 34.

(1) ある数に $+6$ をたすと、ある数から「右へ 6」進みます。

(2) ある数に -6 をたすと、ある数から「左へ 6」進みます。

(3) ある数から $+6$ をひくと、ある数から「左へは 6」進みます。

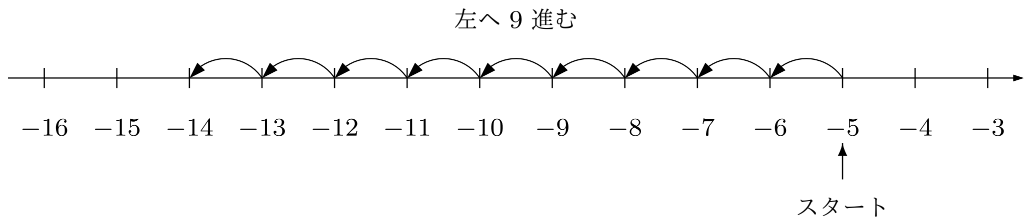
(4) ある数から -6 をひくと、ある数から「右へ 6」進みます。

本文へ戻る

問 35.

(1) $(-5)+(-9)$

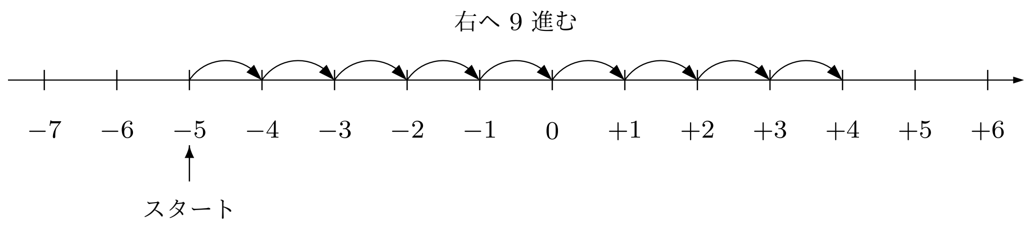
次の図を見てください。「たす、マイナス 9」ですから、「左へ」9 進みます。つまり、この計算の答えは、-5 から左へ 9 進んだところにあります。



答えは -14 ですね。

(2) $(-5)-(-9)$

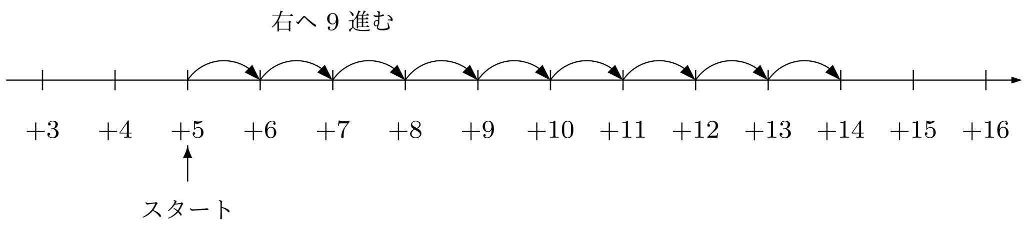
次の図を見てください。「ひく、マイナス 9」ですから、「右へ」9 進みます。つまり、この計算の答えは、-5 から右へ 9 進んだところにあります。



答えは $+4$ ですね。

(3) $(+5)+(+9)$

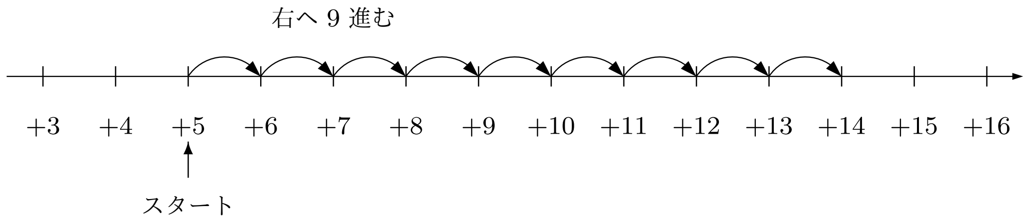
次の図を見てください。「たす、プラス 9」ですから、「右へ」9 進みます。つまり、この計算の答えは、$+5$ から右へ 9 進んだところにあります。



答えは $+14$ ですね。

(4) $(+5)-(-9)$

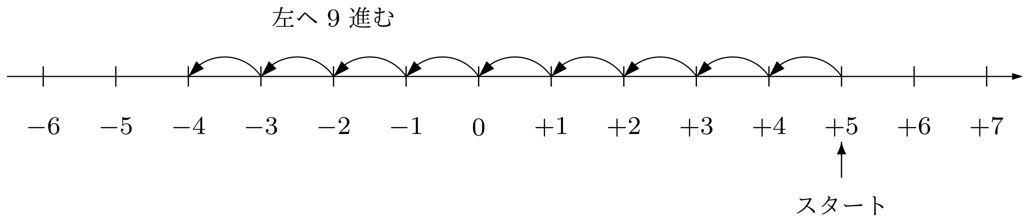
次の図を見てください。「ひく、マイナス 9」ですから、「右へ」9 進みます。つまり、この計算の答えは、+5 から右へ 9 進んだところにあります。



答えは +14 ですね。

(5) $(+5)+(-9)$

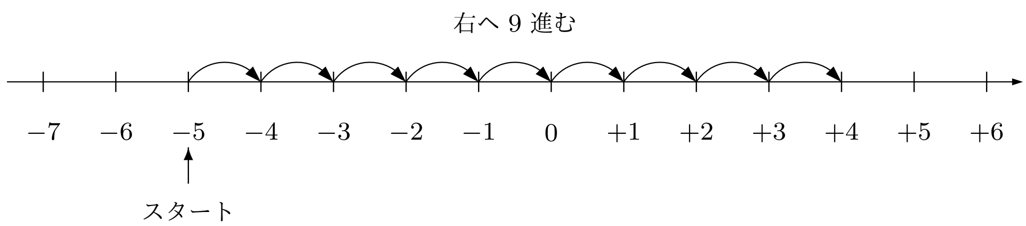
次の図を見てください。「たす、マイナス 9」ですから、「左へ」9 進みます。つまり、この計算の答えは、+5 から左へ 9 進んだところにあります。



答えは −4 ですね。

(6) $(-5)+(+9)$

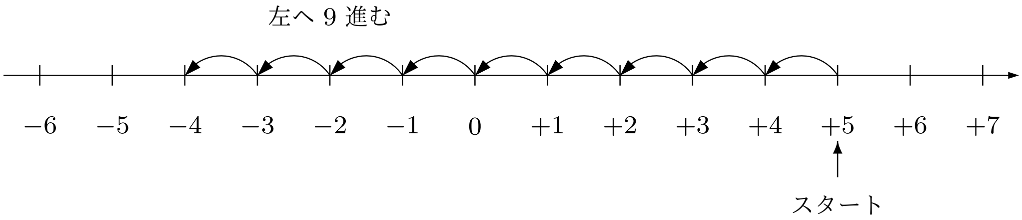
次の図を見てください。「たす、プラス 9」ですから、「右へ」9 進みます。つまり、この計算の答えは、−5 から右へ 9 進んだところにあります。



答えは +4 ですね。

(7) $(+5)-(+9)$

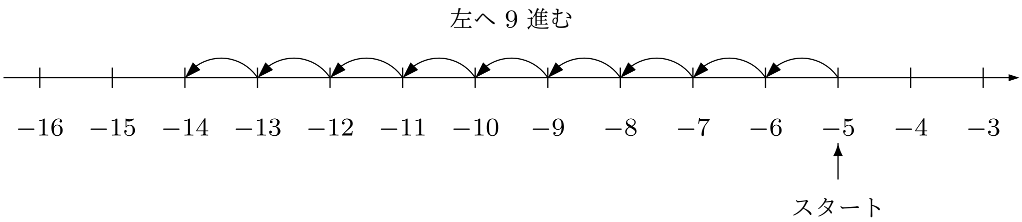
次の図を見てください。「ひく、プラス 9」ですから、「左へ」9 進みます。つまり、この計算の答えは、$+5$ から左へ 9 進んだところにあります。



答えは -4 ですね。

(8) $(-5)-(+9)$

次の図を見てください。「ひく、プラス 9」ですから、「左へ」9 進みます。つまり、この計算の答えは、-5 から左へ 9 進んだところにあります。



答えは -14 ですね。

本文へ戻る

問 36.

(1)	-6	(2)	18
(3)	-8	(4)	13
(5)	0	(6)	-14
(7)	3	(8)	-11
(9)	-0.8	(10)	$\dfrac{10}{9}$

本文へ戻る

問 37.

(1) $15 + 11$　(2) $15 - 11$

(3) $3 + 9$　(4) $3 - 9$

本文へ戻る

問 38.

(1) $(+15) + (+11)$　(2) $(+15) - (+11)$

(3) $(+3) + (+9)$　(4) $(+3) - (+9)$

本文へ戻る

問 39.

(1) $(+15) + (-11)$　(2) $(+3) + (-9)$

本文へ戻る

問 40.

(1) $4 - 9 - 6$　(2) $-2 + 5 - 8$

(3) $7 - 6 - 2 + 9$　(4) $-5 + 3 - 8 + 6$

本文へ戻る

問 41.

(1) $(+6) + (-9) + (+3)$　(2) $(-12) + (+5) + (+4)$

(3) $(+8) + (-12) + (-3) + (+4)$　(4) $(-7) + (-11) + (+9) + (-2)$

本文へ戻る

問 42.

(1) 1　(2) 10

(3) 15　(4) -6

本文へ戻る

問 43.

(1) -6　(2) -12

(3) -4　(4) -11

本文へ戻る

問 44.

(1) -1　　(2) 4

(3) -4　　(4) 45

(5) -6　　(6) -8

本文へ戻る

問 45. $(-7) \times (+4)$ というかけ算は $\boxed{-7}$ という数を $\boxed{4}$ 個たす計算と考えられます。ですから、

$$(-7) \times (+4) = (\boxed{-7}) + (\boxed{-7}) + (\boxed{-7}) + (\boxed{-7}) = \boxed{-28}$$

と計算することができます。

だから、$(-7) \times (+4)$ の答えはきっと $\boxed{-28}$ です。

本文へ戻る

問 46.

(1) -32　　(2) -21

(3) -36　　(4) -48

本文へ戻る

問 47.

(1) -18　　(2) -45

(3) -56　　(4) -48

本文へ戻る

問 48.

(1) 48　　(2) 36

(3) 56　　(4) 91

本文へ戻る

問 49.

(1) $(+5) \times (-3)$ の答えと $(-3) \times (+5)$ の答えは同じです。

(2) $(-5) \times (-3)$ の答えと $(-3) \times (-5)$ の答えは同じです。

どうも、負の数が混ざっていても、かけ算では「かける数」と「かけられる数」を入れ替えて計算しても答えは同じになるようです。

本文へ戻る

問 50. わり算では、「わられる数」と「わる数」を入れかえて計算すると答えはたいてい変わります。つまり、$\square \div \triangle$ と $\triangle \div \square$ の答えはたいてい違います。たとえば、$12 \div 3$ というわり算との答えは 4 ですが、$3 \div 12$ というわり算の答えは $\dfrac{1}{4}$（小数でいうと 0.25）です。$12 \div 3$ というわり算との答えと $3 \div 12$ というわり算の答えは違っていることがわかります。

本文へ戻る

問 51.

(1) $\{(+2) \times (-5)\} \times (+3)$ という計算と $(+2) \times \{(-5) \times (+3)\}$ という計算を比べることにします。

$\{(+2) \times (-5)\} \times (+3)$ という計算は、まず $\boxed{+2} \times \boxed{-5}$ を計算し、次に、その答えと $\boxed{+3}$ をかけます。

一方 $(+2) \times \{(-5) \times (+3)\}$ という計算は、まず $\boxed{-5} \times \boxed{+3}$ を計算し、次に、$\boxed{+2}$ とその答えとをかけます。

質問の答え：$\{(+2) \times (-5)\} \times (+3)$ という計算と $(+2) \times \{(-5) \times (+3)\}$ という計算の答えは同じになります。どちらも計算すると -30 です。

(2) $\{(-2) \times (-5)\} \times (-7)$ という計算と $(-2) \times \{(-5) \times (-7)\}$ という計算を比べることにします。

$\{(-2) \times (-5)\} \times (-7)$ という計算は、まず $\boxed{-2} \times \boxed{-5}$ を計算し、次に、その答えと $\boxed{-7}$ をかけます。

一方 $(-2) \times \{(-5) \times (-7)\}$ という計算は、まず $\boxed{-5} \times \boxed{-7}$ を計算し、次に、$\boxed{-2}$ とその答えとをかけます。

質問の答え：$\{(-2) \times (-5)\} \times (-7)$ という計算と $(-2) \times \{(-5) \times (-7)\}$ という計算の答えは同じになります。どちらも計算すると -70 です。

本文へ戻る

問 52.

(1) -700　　(2) 360

(3) 3000　　(4) -90

本文へ戻る

問 53.

$$(+1026)\times(-2111)\times(-5162)\times(+962)\times(+67)\times(-816)$$

というかけ算の答えがプラスになるのかマイナスになるのか次のように考えていきました。

まず、$+1026$ と -2111 をかけるので、ここで $\boxed{\text{マイナス}}$ の数ができます。

次に、この $\boxed{\text{マイナス}}$ の数と -5162 をかけるので、ここで $\boxed{\text{プラス}}$ の数ができます。

次に、この $\boxed{\text{プラス}}$ の数と $+962$ をかけるので、ここで $\boxed{\text{プラス}}$ の数ができます。

次に、この $\boxed{\text{プラス}}$ の数と $+67$ をかけるので、ここで $\boxed{\text{プラス}}$ の数ができます。

最後に、この $\boxed{\text{プラス}}$ の数と -816 をかけるので、最終的な答えは $\boxed{\text{マイナス}}$ の数です。

本文へ戻る

問 54.

(1) $(+7)\times(-5)\times(-6)$ というかけ算の答えはプラス

(2) $(-8)\times(-9)\times(-7)\times(-5)$ というかけ算の答えはプラス

(3) $(+8)\times(-9)\times(-5)\times(-12)$ というかけ算の答えはマイナス

(4) $(-15521)\times(-218)\times(+663)\times(-58)\times(+6211)\times(-712)$ というかけ算の答えはプラス

本文へ戻る

問 55.

$$(+1026)\times(-2111)\times(-5162)\times(+962)\times(+67)\times(-816)$$

のような、かけ算ばかりの計算について考えることにします。たくさんの数をかけるわけですが、前から順番にかけていくことにします。そうすると、マイナスの数をかけるたび

に計算結果のプラスマイナスが $\boxed{\text{変わる}}$ ことになります。ということは、このようなかけ算では、マイナスの数が $\boxed{\text{偶数}}$ 個あると最終的な答えはプラスになり、マイナスの数が $\boxed{\text{奇数}}$ 個あると最終的な答えはマイナスになります。

本文へ戻る

問 56.

(1) -72　(2) 224

(3) -240　(4) 7

(5) -4

本文へ戻る

問 57.

(1) 1 をどんな数にかけても、答えは $\boxed{\text{そのまま}}$ の数になる。

(2) どんな数に 1 をかけても、答えは $\boxed{\text{そのまま}}$ の数になる。

本文へ戻る

問 58. -1 をある数にかけると、その数の $\boxed{\text{符号}}$ が変わる。 本文へ戻る

問 59. -18 は ($\boxed{-1}$) $\times 18$ と同じ数である。 本文へ戻る

問 60.

(1) 6^5　(2) $(-4)^3$

(3) $(-0.1)^4$　(4) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$

本文へ戻る

問 61.

(1) $12 \times 12 \times 12$

(2) $(-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8)$

(3) $(7.2) \times (7.2) \times (7.2)$

(4) $\left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right)$

本文へ戻る

問 62.

(1) $(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

(2) $-2^5 = -1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = -32$

(3) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$

(4) $\frac{2^3}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3} = \frac{8}{3}$

本文へ戻る

問 63.

(1) $(-3) \times 2^2 = (-3) \times 4 = -12$

(2) $(2 \times 4)^3 = 8^3 = 512$

(3) $3 \times (-4^2) = 3 \times (-16) = -48$

(4) $(-6) \times (-1)^3 = (-6) \times (-1) = 6$

(5) $(-4)^2 \times (-7) = -16 \times (-7) = 112$

(6) $(-2^4) \times 5^3 = -16 \times 125 = 2000$

本文へ戻る

問 64.

(1) $18 \div 6$ というわり算の答えとは $\underline{\square \times 6 = 18 \text{ という式の } \square}$ に当てはまる数のことである。

(2) $195 \div 13$ というわり算の答えとは $\underline{\square \times 13 = 195 \text{ という式の } \square}$ に当てはまる数のことである。

本文へ戻る

問 65.

(1) $24 \div (-6)$ というわり算の答えとは $\underline{\square \times (-6) = 24 \text{ という式の } \square}$ に当てはまる数のことである。

(2) $24 \div (-6)$ というわり算の答えは -4 です。

本文へ戻る

問 66.

(1) 次の文の続きを完成せよ。

$(-36) \div (-4)$ というわり算の答えとは $\underline{\square \times (-6) = 2 - 36 \text{ という式の } \square}$ に当てはまる数のことである。

(2) $(-36) \div (-4)$ というわり算の答えは 9 です。

本文へ戻る

問 67.

(1) 「 $\square \times (+4) = -36$ というかけ算の式の $\square$ に当てはまる数」はマイナスの数のはずです。

(2) $36 \div 4$ の答えは 9 です。

(3) というわけで、 $(-36) \div (+4)$ の答えは -9 のはずです。

本文へ戻る

問 68.

(1) 「$\square \times (-4) = +36$ というかけ算の式の $\square$ に当てはまる数」はマイナスの数のはずです。

(2) $36 \div 4$ の答えは 9 です。

(3) というわけで、 $(+36) \div (-4)$ の答えは -9 のはずです。

本文へ戻る

問 69.

(1) 「$\square \times (-4) = -36$ というかけ算の式の $\square$ に当てはまる数」はプラスの数のはずです。

(2) $36 \div 4$ の答えは 9 です。

(3) というわけで、 $(-36) \div (-4)$ の答えは 9 のはずです。

本文へ戻る

問 70.

(1) -2　(2) -7

(3) 4　(4) 8

(5) -5　(6) 15

(7) -1　(8) -4

本文へ戻る

問 71. $3 \div (-7)$ というわり算の答えとして正しいものは、

$$(6) \text{ の } \frac{3}{-7}\text{、}(7) \text{ の } \frac{-3}{7}\text{、}(8) \text{ の } -\frac{3}{7}$$

本文へ戻る

問 72. $(-5) \div (-9)$ というわり算の答えとして正しいものは、

$$(5) \text{ の } \frac{5}{9}\text{、}(6) \text{ の } \frac{-5}{-9}$$

本文へ戻る

問 73.

(1) $-\frac{2}{7}$　(2) $-\frac{3}{8}$

(3) $\frac{5}{6}$　(4) $-\frac{8}{5}$

(5) $-\frac{2}{9}$　(6) $-\frac{4}{9}$

(7) $-\frac{3}{4}$　(8) $-\frac{5}{3}$

本文へ戻る

問 74.

(1) $\frac{3}{10}$ の逆数は $\frac{10}{3}$　(2) $-\frac{7}{3}$ の逆数は $-\frac{3}{7}$　(3) 4 の逆数は $\frac{1}{4}$

(4) -6 の逆数は $-\frac{1}{6}$　(5) $\frac{1}{9}$ の逆数は 9　(6) $-\frac{1}{9}$ の逆数は -9

本文へ戻る

問 75.

(1) $-\dfrac{1}{12}$

(2) $\dfrac{1}{14}$

(3) -4

(4) $\dfrac{3}{2}$

(5) $\dfrac{2}{3}$

(6) $-\dfrac{21}{10}$

本文へ戻る

問 76.

(1) 21

(2) 3

(3) -2

(4) $-\dfrac{14}{15}$

(5) $\dfrac{2}{7}$

(6) -32

本文へ戻る

問 77.

(1) 13

(2) 51

(3) 14

(4) -58

本文へ戻る

問 78.

(1) $\dfrac{1}{2}$

(2) -28

(3) -3

(4) 6

本文へ戻る

問 79.

(1)
$$\begin{aligned}(-4)\times(-2)^3+(-6) &= (-4)\times(-8)+(-6)\\ &= 32-6\\ &= 26\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}8-(-4^2)\times(-2) &= 8-(-16)\times(-2)\\ &= 8-32\\ &= -24\end{aligned}$$

(3) $$\begin{aligned}-2\times(-4+6)^2-(-3)^2 &= -2\times 2^2-9\\ &= -2\times 4-9\\ &= -8-9\\ &= -17\end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned}7-\{(-2)^2-(9-14)\} &= 7-\{4-(-5)\}\\ &= 7-\{4+5\}\\ &= 7-9\\ &= -2\end{aligned}$$

本文へ戻る

問 80.

(1) $(12+15)\times 4$ の計算結果と $12\times\boxed{4}+15\times\boxed{4}$ の計算結果は同じです。

(2) $7\times 6+8\times 6$ の計算結果と $(7+8)\times\boxed{6}$ の計算結果は同じです。

(3) $9\times(3+8)$ の計算結果と $\boxed{9}\times 3+\boxed{9}\times 8$ の計算結果は同じです。

(4) $12\times 5+12\times 15$ の計算結果と $\boxed{12}\times(5+15)$ の計算結果は同じです。

本文へ戻る

問 81.

(1) $(16+5)\times 12$ の計算結果と $\boxed{16}\times 12+\boxed{5}\times 12$ の計算結果は同じです。

(2) $5\times 16+7\times 16$ の計算結果と $\left(\boxed{5}+\boxed{7}\right)\times 16$ の計算結果は同じです。

(3) $9\times(3+24)$ の計算結果と $9\times\boxed{3}+9\times\boxed{24}$ の計算結果は同じです。

(4) $8\times 14+8\times 2$ の計算結果と $8\times\boxed{14}+8\times\boxed{2}$ の計算結果は同じです。

本文へ戻る

問 82.

(1) $(5+7)\times 3=5\boxed{\times}3\boxed{+}7\boxed{\times}3$

(2) $6\times 5+9\times 5=\left(6\boxed{+}9\right)\times 5$

(3) $4\times(2+3)=4\boxed{\times}2\boxed{+}4\boxed{\times}3$

(4) $8 \times 2 + 8 \times 7 = 8 \boxed{\times} \left(2 \boxed{+} 7\right)$

本文へ戻る

問 83.

(1) $(12 - 3) \times 6$ の計算結果と $12 \times \boxed{6} - 3 \times \boxed{6}$ の計算結果は同じです。

(2) $9 \times 2 - 6 \times 2$ の計算結果と $\left(\boxed{9} - \boxed{2}\right) \times 2$ の計算結果は同じです。

(3) $7 \times 5 - 7 \times 3$ の計算結果と $7 \times \left(\boxed{5} - \boxed{3}\right)$ の計算結果は同じです。

(4) $4 \times (8 - 5) = 4 \boxed{\times} 8 \boxed{-} 4 \boxed{\times} 5$ が成り立ちます。

本文へ戻る

問 84.

(1) -1 (2) 2

(3) -400 (4) -15

(5) -300 (6) -6400

本文へ戻る

問 85. 60 を基準にすると、

$$65、63、58、56、59、67、68、61$$

はそれぞれ

$$+5、+3、-2、-4、-1、+7、+8、+1$$

となります。これらの数をすべてたすと、

$$(+5) + (+3) + (-2) + (-4) + (-1) + (+7) + (+8) + (+1) = 17$$

となります。これが 60 を基準にしたときの「仮の合計」です。

今、全部で 8 個の数があるので、これだけでは 60 が 8 個分たりません。そこで、60 が 8 個分でいくつになるか求めると、

$$60 \times 8 = 480$$

よって、「本当の合計」は

$$17 + 480 = 497$$

となります。 本文へ戻る

問 86. いくつを基準にしても良いですが、ここでは例えば 80 を基準にしてみます。すると、

87、85、79、85、86、75、77、71、84

はそれぞれ

+7、+5、−1、+5、+6、−5、−3、−9、+4

となります。これらの数をすべてたすと、

$$(+7) + (+5) + (-1) + (+5) + (+6) + (-5) + (-3) + (-9) + (+4) = 9$$

となります。これが 80 を基準にしたときの「仮の合計」です。

今、全部で 9 個の数があるので、これだけでは 80 が 9 個分たりません。そこで、80 が 9 個分でいくつになるか求めると、

$$80 \times 9 = 720$$

よって、「本当の合計」は

$$9 + 720 = 729$$

となります。 本文へ戻る

問 87. 体重はみんな 50 kg 前後のようなので 50 kg を基準にして考えてみます。すると、

48、45、43、51、59、49、48、55、43

はそれぞれ

−2、−5、−7、+1、+9、−1、−2、+5、−7

となります。これらの数をすべてたすと、

$$(-2)+(-5)+(-7)+(+1)+(+9)+(-1)+(-2)+(+5)+(-7)=-9$$

となります。これが 50 を基準にしたときの「仮の合計」です。

次は「仮の合計」を「人数」でわります。今 9 人の人がいるのですから、

$$(-9)\div 9=-1$$

となります。これが、よく数学の先生が、「仮の平均」と呼んだりしているものです。

最後に「仮の平均」を「基準」と合計します。すると、

$$(-1)+50=49$$

となります。これでこの 9 人の体重の平均値は 49 kg であることがわかりました。

本文へ戻る