場合の数と確率

2015 年 2 月 13 日

目次

このテキストの使いかた		3
第 1 章	場合の数と確率	7
1.1	場合の数：全部で起きることは何通り？	7
1.2	確率ってなに？（その 1）	19
1.3	確率の値には何か制限があるのかな？	46
1.4	確率ってなに？（その 2）	48
1.5	二つの確率の関係	57
問の解答		61

このテキストの使いかた

日頃の学習では・・・

- テキストをていねいに読んでいきましょう。

  このテキストは、きちんと言葉を使っててていねいな説明が書かれています。記号や数式が並んでいるだけの、意味不明のものではありません。ひとことひとこと言葉を大切にして、解き方ではなく考え方を学び取るようにしてください。そして、書いてあることに対して、「あーそういうことか」とか「えーよくわからない」とか「これ、ちがうんじゃないの？」といった反応をしてください。数学は自分の頭を使って考えていく科目ですから立ち止まって考えることがとても大切なのです。

- テスト直前に勉強を始めるのではなく、テストで力を発揮できるように前もって準備をしておきましょう。

  数学のように、自分の頭を使って「あーでもない、こーでもない」と考えながら学んでいく科目では、学習を始めてからしばらくの間はなかなか成果が出ない事があります。しかし少し我慢をして学習を続けていくうちに、あるとき、驚くような力が付いていることに気づくことがあります。 つまり、実力は初めのうちはゆっくり伸びていき、あとからぐんと伸びることが多いのです。

- 例題を学ぶときには、解答を読む前に、できればまず自分の力で解くことができるかどうか試してみましょう。

  数学の学習では、誰かから教わっただけのことよりも自分で悩んで考えたことの

ほうがよく身につきます。紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。

- 例題の学習ができたら、この問題がテストに出ても自分の力だけで解けるかどうか想像してみましょう。そして心配なものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- 問はもちろん、まず自分の力で解くことができるかどうか試してみてください。

  紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。そうすれば理解が深まるでしょう。

- 問を解き終わって答え合わせをしたら、間違ったものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- ひとつのひとつの節を読み終わったら、どんなことをその節で学んだのか思い出して「あらすじ」を言えるようにしておきましょう。紙と筆記用具を用意して、誰かにあらすじを伝えるにはどんなふうに説明すればよいか考え、文章を書いてみるととても効果があります。

  中学生に「今日は学校の数学の授業でどんなことを勉強したの？」と聞いてみると、「えーと、何だっけ、そうだ、傾きとか習った。」と断片的なことを言えたりすることはあるのですが、改めて、「へぇ、ところで傾きってなんなの？」と聞いてみると「えー、何だっけ、そうだ、なんか計算したり直線を描いてた。」ぐらいの答えしか返ってこないことが多いのです。専門用語を正しく言えるようになることも必要なことかもしれませんが、そんなことより大切なのは「どんなお話を学んだのか」ということです。数学は意味の無い記号操作を学ぶ科目ではなく、ちゃんとしたストーリーがあるものを学んでいるのです。ですから「お話のあらすじ」を理

解しておくことが大切なのです。

定期テスト対策では・・・

「日頃の学習」のところにも書いてありますが、数学のような科目は力がつくまでに時間のかかる科目です。テストに備えて十分な日数を確保しておきましょう。そして、「日頃の学習」で心配な例題や間違った問にちゃんと印を付けているとテスト対策が楽になります。

- テキストから試験範囲の例題や問を探して、印のついていないものがちゃんと解けるかどうか試してみましょう。
- 印を付けた例題や問を繰り返し復習して、テストに出ても大丈夫な問題を少しでも増やしておきましょう。

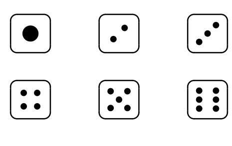
第1章

場合の数と確率

1.1　場合の数：全部で起きることは何通り？

　これから、いろいろな「実験」について考えます。「実験」といっても、理科室で行われるような実験というわけではありません。「サイコロを 1 個投げる実験」とか、「10 円硬貨と 100 円硬貨を同時に投げる実験」とか、「A さん、B さんの 2 人でジャンケンをする実験」のような「実験」のことを考えます。(「実験」という言葉を使うのは少し大げさと思う人もいるかもも知れませんね。しかし、他によい言葉が見つからないので「実験」ということにします。「実験」というのは、「やってみないと何が起こるのかわからない」から行うものです。そう考えると、例えば「サイコロを 1 個投げる」ということもある意味立派な実験だと思いませんか。だって、やってみないと、どの目が出るのかわからないですよね。）そして、私たちは、「このような実験を行うと、起こりうることは全部で何通りあるのか」ということを考えていくことにします。それではこれから、いくつかの実験について例を使って学んでいくことにしましょう。

例 1　1 個のサイコロを 1 回投げる実験を行うと、どんな出来事が起こりうるのでしょうか。



　右の図を見てください。サイコロを使ったことがある人は知っていると思いますが、起こりうることは、

「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、

「4 の目が出る」、「5 の目が出る」、「6 の目が出る」

ということですね。ですから、起こりうる出来事は全部で 6 通りですよね。

例 2　1 枚の 10 円硬貨を 1 回投げる実験を行うと、どんな出来事が起こりうるのでしょうか。

まぁ、普通に考えると、

「表が出る」、「裏が出る」

の 2 通りですよね。

もしかすると、この考えに不満な人もいるかも知れませんね。右のように、「絶妙なバランスで 10 円硬貨が立つ」ということも起きるじゃんと考える人もいますよね。でも、今はそういうことは考えないことにしましょう。そういうことは、無視することにするのです。これは人間の勝手な都合ですが、極めて起こりにくいことなので考えにいれないことにして、話があまり難しくならないようにしているのです。

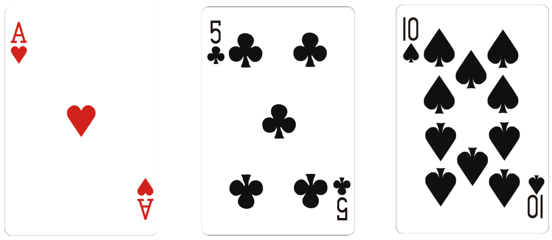
例 3　右のような、1、2、3、4、5 の数を 1 つずつ記入してある 5 枚のカードがあるとします。この 5 枚のカードをよく切って、その中から 1 枚引くという実験を行うとどんな出来事が起こりうるのでしょうか。

もちろん、

- 「1 の数が書かれたカードが出る」
- 「2 の数が書かれたカードが出る」
- 「3 の数が書かれたカードが出る」
- 「4 の数が書かれたカードが出る」
- 「5 の数が書かれたカードが出る」

という 5 通りのことが起こりえますね。

問 1. 右のように、トランプのカードの中から、「ハートのエース」、「クラブの 5」、「スペードの 10」の 3 枚を用意します。これらのカードをよくまぜてから 1 枚引くという実験をするとどんな出来事が起こりうるでしょうか。起こりうることを全て書きなさい。また、起こりうることは全部で何通りなのか答えなさい。



答えを見る

問 2. 1 セットのトランプからジョーカーを除いておき、よく切ってから 1 枚引きます。起こりうることは全部で何通りですか。

答えを見る

さて、ここから、少し複雑な実験について考えることにしましょう。

例題 1　10 円硬貨 1 枚と 100 円硬貨 1 枚を用意しておき、同時に投げる実験をします。このとき起こりうることはどんなことですか。全部書きなさい。

解答

10 円硬貨にも 100 円硬貨にも表と裏がありますね。そしてこの 2 枚の硬貨を投げたとき、「10 円硬貨が表になったら 100 円硬貨は表になれない」とか、「10 円硬貨が裏になったら 100 円硬貨は表になれない」ということはないですよね。つまり、10 円硬貨も 100 円硬貨も相手に関係なく、自由に表になったり裏になったりできるわけです。

というわけで、起こりうることは全部で、

「10 円硬貨は表になり、100 円硬貨は表になる」

「10 円硬貨は表になり、100 円硬貨は裏になる」

「10 円硬貨は裏になり、100 円硬貨は表になる」

「10 円硬貨は裏になり、100 円硬貨は裏になる」

の 4 通りですね。

この例題の答えはもう出たのですが、大切な話があるのでもう少し詳しく考えてみることにします。

念のため、起こりうる出来事を右にまとめておきました。前に、「10 円硬貨も 100 円硬貨も相手に関係なく、自由に表になったり裏になったりできる」といいましたが覚えていますか？

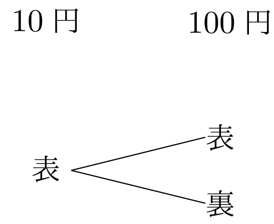
10 円 · · · 表	10 円 · · · 表
10 円 · · · 表	10 円 · · · 裏
10 円 · · · 裏	10 円 · · · 表
10 円 · · · 裏	10 円 · · · 裏

つまり、例えば、

「10 円が表だとしても、100 円は表のこともあるし裏のこともある」

わけです。

このようなことに気付いた人は、よく、右のような図を作ります。この図で、「10 円」の下に書いてある「表」の所から枝が 2 本出ていることに注目してください。さっきも言ったように、「10 円が表だとしても、100 円は表のこともあるし裏のこともある」ので枝が 2 本出ているのです。

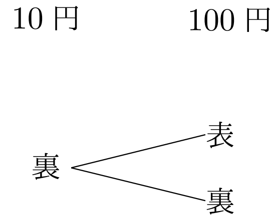


また、同じように、

「10 円が裏だとしても、100 円は表のこともあるし裏のこともある」

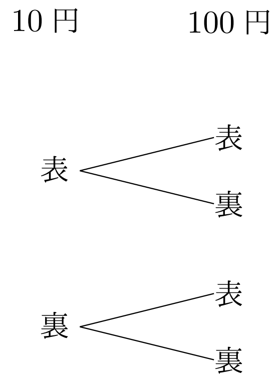
わけです。

このようなことに気付いた人は、よく、右のような図を作ります。この図で、「10 円」の下に書いてある「裏」の所から枝が 2 本出ていることに注目してください。さっきも言ったように、「10 円が裏だとしても、100 円は表のこともあるし裏のこともある」ので枝が 2 本出ているのです。



このような図の作り方が理解できた人は、「あー、だったら、この 2 つの図を縦に並べてくっつけておけば、どんなことが起こるのか全部わかる図が完成するじゃん。」って思うのではないでしょうか。

そうすると、右のような図が出来上がることになります。この図には 10 円硬貨 1 枚と 100 円硬貨 1 枚を投げたときに起こりうることが全て書かれているのです。



この図のように、枝を書いて起こりうることを全て図にしたものは　**樹形図**と呼ばれています。（木の幹から枝が出て分かれていくような形に見えますよね。つまり、樹のような形に見えますよね。）

問 3.　A さん、B さんの 2 人がじゃんけんをします。樹形図を作って、起こりうることはどんなことなのか全て調べなさい。

答えを見る

問 4.　1、2、3、4 の数が 1 つずつ記入されている 4 枚のカードがあるとします。これらのカードをよく切ってまず 1 枚引き、出たカードの数を覚えます。次は、さっき引いたカードはもとへ戻さないで、もう 1 枚カードを引き出たカードの数を覚えます。（合計で 2 枚のカードを引いていますよね。）樹形図を作って、起こりうることはどんなことなのか全て調べなさい。

答えを見る

例題 2　10 円硬貨を 2 枚用意しておき、同時に 2 枚投げる実験をします。このとき、起こりうることはどんなことですか。全て答えなさい。

解答

なんか、この例題って、例題 1 と似ていると思いませんか？たしか、例題 1 って 10 円硬貨 1 枚と 100 円硬貨 1 枚を同時に投げる実験の話でしたよね。この例題でも、硬貨を 2 枚同時に投げますが、2 枚とも 10 円硬貨ですね。例題 1 と同じように考えてもよいのでしょうか。それでは何人かの人に意見を聞いてみることにします。

A さんの考え　例題 1 もこの例題も 2 枚の硬貨を同時に投げるのは同じですが、違う硬貨を 1 枚づつ投げるのと同じ硬貨を 2 枚投げるのではやっぱり違いがあると思います。私の考えでは、2 枚の 10 円硬貨を同時に投げるときに起こりうることは、

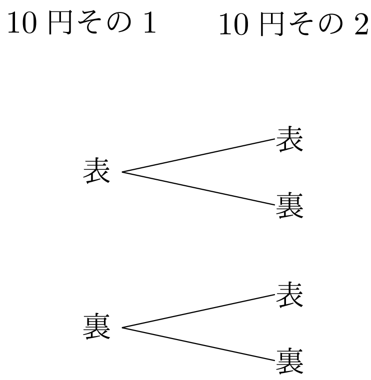
「2 枚とも表が出る」、「1 枚は表が出て、もう 1 枚は裏が出る」、「2 枚とも裏が出る」

の 3 通りです。

この A さんの考えを聞いていた B 君が「いや、それは違う。」と言い出しました。えー、でも A さんが言った 3 通りの出来事ですが、そういうことって起こることありますよね。ということは、まさか、このほかにも何か起こりうることがあるのでしょうか。それでは B 君の意見を聞いてみることにしましょう。

B 君の考え　2 枚とも 10 円硬貨とは言っても、2 枚の 10 円硬貨は、「違う」10 円硬貨です。つまり、2 枚の 10 円硬貨をよく見て調べれば、例えば色が少し違っているとか、例えばどちらかの 10 円硬貨はキズが多いけれどももう片方の 10 円硬貨はキズがあまりないとか、例えば片方は「ギザ 10」だけどもう片方は普通の 10 円硬貨」とか、例えば片方は平成 21 年の硬貨だけどもう片方は昭和 58 年の硬貨だとか、とにかく絶対ちゃんと区別できるんです。だから僕は 2 枚の 10 円硬貨を「10 円その 1」と「10 円その 2 って呼んでちゃんと区別することにします。そうすると、この話は本質的に例題 1 と同じことなんです。

右の図を見てください。これが僕の作った樹形図です。2 枚の 10 円硬貨はちゃんと区別できるので、10 円硬貨と 100 円硬貨があるのと同じようなものなんです。A さんは、「1 枚が表が出て、1 枚は裏が出る」なんて気楽に言っていましたが、詳しく考えればそれだって、



「10 円その 1 は表が出て、10 円その 2 は裏が出る」

「10 円その 1 は裏が出て、10 円その 2 は表が出る」

という 2 通りの出来事なんです。A さんの考えではこの 2 通りの出来事が区別できていないので、答えが 3 通りになってしまったのです。というわけで、僕の考え

では、起こりうることは全部で 4 通りです。

さて、あなたは A さんの考えと B 君の考えではどちらの考えがよいと思いますか。

問 5. 例題 2 をよく考えた人のための問題です。例題 2 の解答の中に登場した A さんと B 君の考えをよく思い出してください。そして、次の話を読んで以下の問に答えてください。

「5 本のくじがあり、そのうちの 2 本は当たりくじです。このくじを 1 回引きます。このとき起こりうることはどんなことですか。全部答えなさい。」

(1) A さんの考えと同じように考えると、起こりうることはどんなことですか。全部答えなさい。

(2) B 君の考えと同じように考えると、起こりうることはどんなことですか。全部答えなさい。

答えを見る

問 6. 問 5 をきちんと考えた人のための問題です。世の中には起こりやすい出来事もあれば起こりにくいこともありますよね。このことをしっかり頭に入れてさっきの問 5 の話を続けることにします。

(1) 問 5 の話では、A さんの考えのように考えるときっと、起こりうる出来事は

「くじが当たる」、「くじが外れる」

の 2 通りということになりそうですよね。そこであなたに質問です。「くじが当たる」という出来事と「くじが外れる」という出来事では、起こりやすさに違いはあるでしょうか。

(2) 問 5 の話では、B さんの考えのように考えるときっと次のようになると思われます。つまり、まず 5 本のくじに番号をつけて、「くじ①」、「くじ②」、「くじ③」、「くじ④」、「くじ⑤」と呼ぶことにします。そうすると、起こりうる出来事は、

「くじ①が出る」、「くじ②が出る」、「くじ③が出る」、「くじ④が出る」、「くじ⑤が出る」

の 5 通りということになりそうですよね。そこであなたに質問です。この 5 通りの出来事ですが、起こりやすさに違いはあるでしょうか。

答えを見る

問 7. 例題 2 をよく思い出してください。たしか、2 枚の 10 円硬貨を同時に投げる話でしたね。

(1) A さんは「2 枚とも表が出る」、「1 枚は表が出て、もう 1 枚は裏が出る」、「2 枚とも裏が出る」という 3 通りの出来事があると答えていましたね。ところで、この 3 通りの出来事ですが、起こりやすさに違いはあるでしょうか。

(2) B 君は 2 枚の 10 円硬貨を区別してまず、「10 円その 1」と「10 円その 2」と呼ぶことにしましたね。そして、「10 円その 1 は表が出て、10 円その 2 は表が出る」、「10 円その 1 は表が出て、10 円その 2 は裏が出る」、「10 円その 1 は裏が出て、10 円その 2 は表が出る」「10 円その 1 は裏が出て、10 円その 2 は裏が出る」という 4 通りの出来事があると答えていましたね。ところで、この 4 通りの出来事ですが、起こりやすさに違いはあるでしょうか。

答えを見る

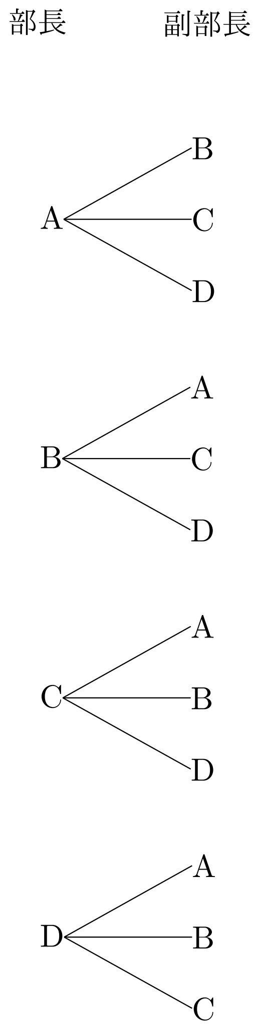
例題 3　4 人の生徒 A、B、C、D がいるとします。この 4 人はあるクラブのメンバーなのですが、くじ引きをして、この 4 人から 2 人を選び、部長と副部長を決めることにします。このくじ引きをしたとき、起こりうることを全て書きなさい。(同じ人が部長と副部長の両方を兼ねることはできないことにします。)

解答

　くじ引きをすると、例えば、A さんが部長に選ばれることがありますよね。もちろん、B さんが部長に選ばれることもありますし、C さんが部長に選ばれることもありますし、D さんが部長に選ばれることもありますね。

　ではここで、例えば A さんが部長に選ばれているときのことを考えてみましょう。このとき副部長として誰が選ばれているかを気にしてみると、B さんが選ばれていることも考えられますし、C さんが選ばれていることも考えられますし、D さんが選ばれていることも考えられるわけです。つまり、A さんが部長に選ばれているときは、A さん以外の人が副部長になれるのです。ですから、樹形図を作るときは、「部長 A」のところから枝が 3 本出ることになりますね。

　そんなふうに考えていくと、誰が部長になっているときでも、部長の所から枝が 3 本出るということがわかるでしょう。そうすると、右のような樹形図を作ることができると思います。



　この樹形図には起こりうることが全て書かれてかれています。起こりうることは全部で 12 通りありますね。

例題 4　生徒 A、B、C、D がいるとします。くじ引きをしてこの 4 人から 2 人を選び、チームを作ります。起こりうる出来事（つまり作ることのできるチーム）を全て書きなさい。

解答

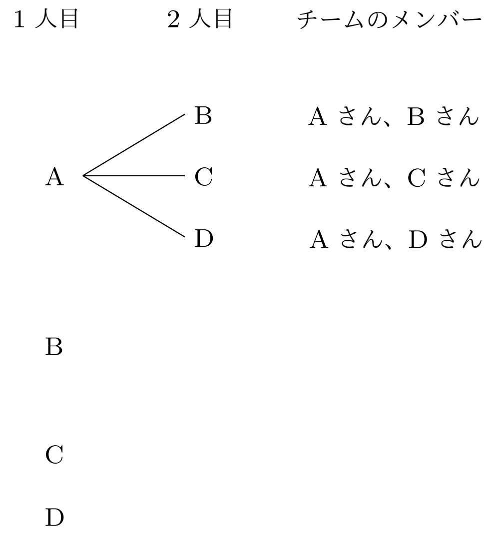
この問題って、前の例題 3 と似ていますが違いもありますよね。この問題も例題 3 も 4 人から 2 人を選ぶ話ですが、例題 3 では選ばれた 2 人のうち 1 人は部長、もう 1 人は副部長になるのでした。ですから例題 3 では例えば、「A さんが部長で B さんが副部長になる」という出来事と「B さんが部長で A さんが副部長になる」という出来事は違う出来事なのですよね。しかし、この問題では 2 人が選ばれるだけで「どっちの人が部長？」といった区別はしていません。ですから、A さんと B さんが選ばれたチームと、B さんと A さんが選ばれてできたチームは区別できないのです。どちらのように考えても結局同じチームなのですから。このようなことに気をつけて、樹形図を作っていくことにしましょう。

まず、チームに入る 2 人のうち 1 人目を誰にするのか考えることにしましょう。もちろん A さんでもよいですし、B さんでもよいですし、C さんでもよいですし、D さんでもよいですよね。というわけで、まず右のような図を作ります。1 人目のところに、A、B、C、D の 4 人を縦に並べて書いておくのです。

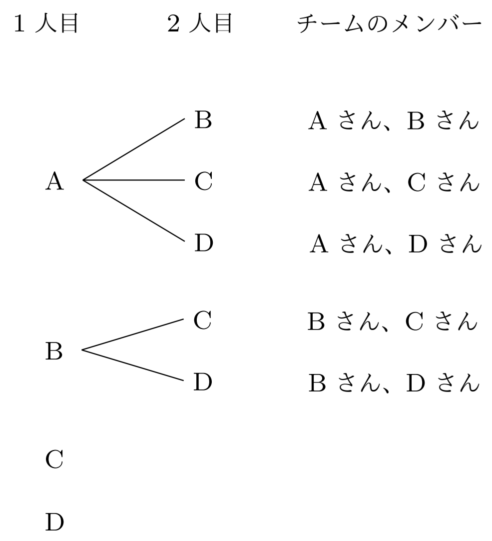
1 人目	2 人目
A	
B	
C	
D	

次に、チームに入る 2 人のうち 2 人目を誰にするのか考えることにしましょう。

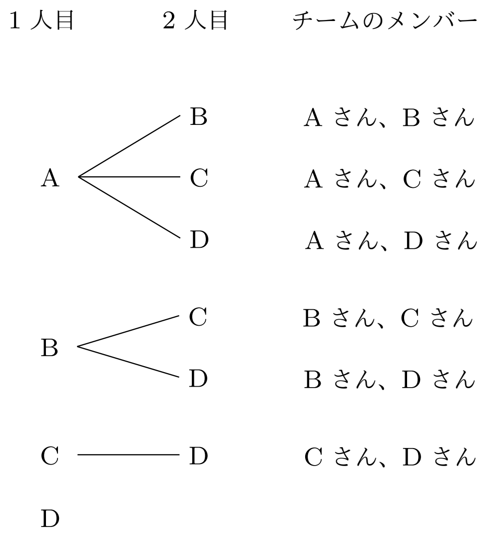
例えば、1 人目に A さんが選ばれていると、2 人目は、B さんでもよいですし、C さんでもよいですし、D さんでもよいですよね。つまり、1 人目に A さんが選ばれていると、A さん以外の 3 人から選ぶことになるわけです。ですから、1 人目の A さんのところから 3 本枝が出ることになります。というわけで、右の図のように樹形図は進化します。



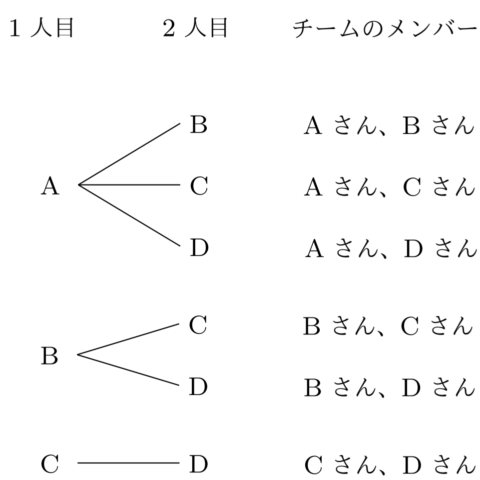
今度は、例えば 1 人目に B さんが選ばれているときのことを考えてみましょう。このときは 2 人目を A さんにすることはできません。もし、2 人目を A さんにしてしまうと、チームのメンバーは「B さんと A さん」になるわけですが、このチームはもうとっくに作ってあるのです。さっき、1 人目が A さんのときのことを考えましたね。そのとき 2 人目を B さんにすることができましたが、そうするとチームのメンバーは「A さんと B さん」になります。このチームって「B さんと A さん」がメンバーになっているチームと同じですよね。というわけで、今さら 2 人目が A さんの話をする必要はないのです。ですから 2 人目は、C さんか D さんということになります。このように考えていくと、右の図のように樹形図は進化します。



今度は、例えば 1 人目に C さんが選ばれているときのことを考えてみましょう。このときは 2 人目を A さんや B さんにすることはできません。もし、2 人目を A さんにしてしまうと、チームのメンバーは「C さんと A さん」になるわけですが、このチームはもうとっくに作ってあるのです。また、2 人目を B さんにしてしまうと、チームのメンバーは「C さんと B さん」になるわけですが、このチームももうとっくに作ってあるのです。というわけで、今さら 2 人目が A さんや B さんの話をする必要はないのです。ですから 2 人目は、D さんということになります。このように考えていくと、右の図のように樹形図は進化します。



最後に 1 人目に D さんが選ばれているときのことを考えてみましょう。このときは 2 人目を A さんや B さんや C さんにすることはできません。もし、2 人目を A さんにしてしまうと、チームのメンバーは「D さんと A さん」になるわけですが、このチームはもうとっくに作ってあるのです。2 人目を B さんにしてしまうと、チームのメンバーは「D さんと B さん」になるわけですが、このチームももうとっくに作ってあるのです。2 人目を C さんにしてしまうと、チームのメンバーは「D さんと C さん」になるわけですが、このチームももうとっくに作ってあるのです。というわけで、今さら 2 人目が A さんや B さんや C さんの話をする必要はないのです。ですから 2 人目に選ぶことのできる人はいません。このように考えていくと、もう樹形図は進化させる必要はありません。むしろ、1 人目が D さんになっているところを消してよいということになります。というわけで、樹形図は右のよう



になります。

これで調査は終わりですよね。今まで学んできたいろいろな問題と同じように、1 つ 1 つ順番に考えて樹形図を作っていきました。そのとき、もうとっくにできているチームは書かないということが大切なのです。

出来上がった樹形図を見ると、作られることのあるチームは、

「A さんと B さんのチーム」、「A さんと C さんのチーム」、「A さんと D さんのチーム」、

「B さんと C さんのチーム」、「B さんと D さんのチーム」、

「C さんと D さんのチーム」

の 6 通りということになります。

問 8. A、B、C、D、E の 5 人の人の中から委員長と副委員長を 1 人ずつ選びます。何通りの選び方があるのか、樹形図を使って調べなさい。 答えを見る

問 9. A、B、C、D、E の 5 人の人の中から 2 人の委員を選びます。何通りの選び方があるのか、樹形図を使って調べなさい。 答えを見る

1.2　確率ってなに？（その 1）

これから「そもそも確率って何のことなんだろう」ということを考えていきます。そのため、まずあなたに質問したいことがあります。

質問 1　正しく作られたサイコロを 1 つ用意して、1 回投げる実験をします。もしあなたが「4 の目が出る確率はどれだけですか？」と聞かれたら、何と答えますか。

おそらく、あなたも含めてほとんどの人が「$\frac{1}{6}$ です。」と答えることでしょう。でも、どうして「$\frac{1}{6}$ です。」と答えるのでしょうか。$\frac{1}{6}$ という分数の「分母に書いてある 6」や、「分子に書いてある 1」にはどんな意味があるのでしょうか。10 分待ちます。どうして、この質問の答えが「$\frac{1}{6}$」なのか、理由を考えて説明してください。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

はい、10 分たちました。どうして質問の答えが「$\frac{1}{6}$」なのか、説明できますか？ちゃんと考えた人だけこの先を読んでください。

えーと、向こうにいる X 君が自信ありそうな感じで手をあげています。それでは X 君の意見を聞いてみることにしましょう。

X 君の意見　サイコロを 1 回投げると、起こりうる出来事は、

> 「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、「4 の目が出る」、「5 の目が出る」、「6 の目が出る」

の 6 通りです。そして今、これらの出来事のうち、「4 の目が出る」という出来事に注目したときの確率の話をしているわけです。「4 の目が出る」という出来事は 6 通りの出来事のうちの 1 通りです。だから、4 の目が出る「確率」は $\frac{1}{6}$ と考えるのです。つまり、「$\frac{1}{6}$」の分母にある「6」は「全部で起こりうることは 6 通り」ということを意味していて、分子にある「1」は「起こりうるできごとのうち注目しているできごとは 1 通り」であるということを意味しているのだと思います。

X 君どうもありがとうございました。とてもしっかり説明してくれましたね。さて、この X 君の意見ですが、あなたはどう思いましたか？あなたの考えと同じでしたか？ X 君の意見は、かなり正しい考えです。ですが、完璧ではないのです。1 つ、大事な話が抜けているのです。何が抜けているのか知るために、次の質問を考えてみてください。

質問 2　サイコロを 1 つ用意して、1 回投げる実験をします。ただしこのサイコロは、外

> から見る限り普通のサイコロと全く同じように見えるのですが、実は中に「おもり」が埋め込んであり 4 の目がよく出るように作られています。もしあなたが「4 の目が出る確率はどれだけですか？」と聞かれたら、何と答えますか。

おそらく、あなたも含めてほとんどの人が「$\dfrac{1}{6}$ です。」とは答えないでしょう。だって、このサイコロ、4 の目がよく出るように作られているんですよね。だったら、「4 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ より大きい」って答えたくなりますよね。もちろんこの質問 2 に出てくるサイコロでも、起こりうる出来事は、

> 「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、「4 の目が出る」、「5 の目が出る」、「6 の目が出る」

の 6 通りです。しかしこのサイコロでは、これらの 6 通りの出来事では起こりやすさに違いがあるのですよね。例えば「1 の目が出る」という出来事より、「4 の目が出る」という出来事のほうが起こりやすいのですよね。ですから、これらの 6 通りの出来事を対等に比べてはいけないのです。ところで質問 1 のサイコロはどうなのでしょう。質問 1 に出てくるサイコロは正しく作られているサイコロでしたね。ですから、「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、「4 の目が出る」、「5 の目が出る」、「6 の目が出る」という 6 通りの出来事の起こりやすさは同じなのです。正しく作られているので、「1 の目が出る」という出来事より、「4 の目が出る」という出来事のほうが起こりやすいなどということはないのです。このようなとき、数学では「これらの 6 通りの出来事は**同様に確からしい**」といいます。つまり、「同様に確からしい」とは「どの出来事も起こりやすさは同じである」という意味です。そして「確率」というものが「起こりやすさを数で表したもの」だとすると、起こりやすさの同じ出来事を対等に比べて考えなけらばならないはずです。

X 君は質問 1 に答えるときに、「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、「4 の目が出る」、「5 の目が出る」、「6 の目が出る」という 6 通りの出来事の起こりやすさは同じであるということもちゃんと言えばよかったのです。

それでは、質問 1 と質問 2 を考えて発見した大事なことをまとめておくことにしましょう。

大事なこと：確率を値を考えるときには $\cdots$

ある実験についてある出来事が起きる確率の値を考えるときには、起こりうる出来事がどれも同じ起こりやすさであるのかどうか気にしなくてはなりません。つまり、起こりやすさの同じことを対等に扱わなくてはならないのです。

ではここで、もう一度質問 1 を振り返ってみることにします。

再び質問 1　正しく作られたサイコロを 1 つ用意して、1 回投げる実験をします。もしあなたが「4 の目が出る確率はどれだけですか？」と聞かれたら、何と答えますか。

この質問に対しては、ほとんどの人が「$\dfrac{1}{6}$ です。」と答えるわけですよね。この答えで正しいわけですが、どうして $\dfrac{1}{6}$ と考えるのか振り返ってみます。ポイントは次の 3 つです。

① 起こりうることは全部で、「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、「4 の目が出る」、「5 の目が出る」、「6 の目が出る」という 6 通りであるということ。

② これらの 6 通りの出来事は同様に確からしいということ。つまり、これらの 6 通りの出来事は起こりやすさは同じなので対等に扱うことができるということ。

③ 今注目している出来事は「4 の目が出る」という 1 通りであるということ。

というわけで、正しく作られたサイコロを 1 つ用意して、1 回投げる実験をするとき、「4 の目が出る」という出来事は「対等に比べることのできる6 通りの出来事のうちの 1 通り」ということになるので、「4 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$」と答えることになるのです。

これまで質問 1 と質問 2 でサイコロの話を使って考えてきましたが、確率っていったい何なのか、大体わかってもらえてのではないでしょうか。それではいよいよここで、正式に、「そもそも確率とは何か」という話をすることにしましょう。

確率ってそもそもなに？（その 1）

> ある実験をすることにします。このとき、起こりうることが全部で n 通りあるとします。ただし、これらの n 通りの出来事は、同様に確からしいとします。（つまり、n 通りのどの出来事も、起こりやすさは同じになっているとします。）また、この実験で起こりうる n 通りの出来事のうち、注目している出来事が a 通りあるとします。
>
> このとき、この実験では、
>
> 注目している出来事が起こる確率は $\dfrac{a}{n}$ である
>
> と考えることに決めるのです。

わかってもらえたでしょうか。これからいくつかの例題を解きながら、理解を深めていくことにしましょう。

例題 5　正しく作られたサイコロを 1 個用意し、1 回投げる実験をします。このとき、「偶数の目が出る」という出来事が起こる確率はどれだけですか。

解答

まず、この実験では、起こりうることが全部で何通りあるのか調べます。それは、もちろん、

「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、「4 の目が出る」、「5 の目が出る」、「6 の目が出る」

という 6 通りですね。そして、これらの 6 通りの出来事の起こりやすさは同じですよね。（つまり、これらの 6 通りの出来事は、同様に確からしいということです。）

ところで、この問題では、「偶数の目が出る確率」を求めるわけですから、「偶数の目が出る」という出来事に注目しているわけです。

6 通りある起こりうることのうち、「偶数の目が出る」のは「2 の目が出る」という来事と、「4 の目が出る」という出来事と「6 の目が出る」といつ出来事の 3 通りです。念のため、右のまとめも見てください。「起こりうること」を全部書き出して、「偶数のが出る」出来事に丸印をつけてみました。

1 の目が出る	
2 の目が出る	◯
3 の目が出る	
4 の目が出る	◯
5 の目が出る	
6 の目が出る	◯

これで、この問題の答えを求める準備ができましたね。この実験では起こりうることは全部で 6 通りあり、これらの 6 通りの出来事は同様に確からしいのでしたね。そして、この 6 通りに出来事のうち「偶数の目が出る」という出来事は 3 通りあるわけです。ですから、

$$\text{偶数の目が出る確率} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

となります。

問 10. 正しく作られたサイコロを 1 個用意し、1 回投げる実験をします。これから、「6 の約数が出る」という出来事が起こる確率について考えます。次の問に順に答えることによって、丁寧に考えていきなさい。

(1) この実験では、起こりうることは全部で何通りですか。

(2) (1) で答えた出来事はどれも同様に確からしいですか。

(3) この問題の実験では「6 の約数が出る」という出来事に注目しているのでしたね。「6 の約数が出る」という出来事は何通りありますか。

(4) もう一度 (1)、(2)、(3) の答えを考えに入れて、「この実験をしたときに 6 の約数が出る確率」を求めなさい。

答えを見る

問 11. 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 の数を 1 つずつ記入した 10 枚のカードがあります。このカードをよく切って 1 枚引くことにします。次の問に答えなさい。

(1) 引いたカードが 3 の倍数である確率を求めなさい。

(2) 引いたカードが 8 の約数である確率を求めなさい。

答えを見る

問 12. ジョーカーを除く 52 枚のトランプのカードをよく切ってから 1 枚引きます。そのカードがスペードである確率を、次の問に順に答えることによって、丁寧に考えていきなさい。

(1) 起こりうることは全部で何通りありますか。

(2) 起こりうることはどれも同様に確からしいですか。

(3) 注目している出来事、つまり「スペードが出る」という出来事は何通りありますか。

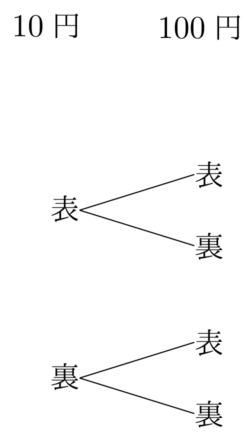
(4) 引いたカードがスペードである確率を求めなさい。

答えを見る

例題 6　10 円硬貨を 1 枚と 100 円硬貨を 1 枚用意し、同時に投げる実験をします。このとき、「10 円硬貨は裏、100 円硬貨は表」となる確率を求めなさい。

解答

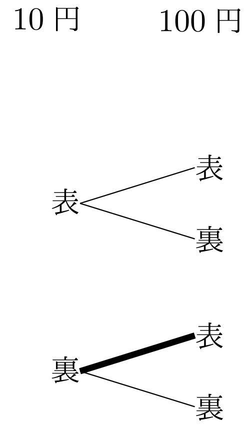
まず、起こりうる事が全部で何通りあるのか調べますよね。この問題は少し話が複雑なので、樹形図を作って起こりうることを全て調べることにします。



右の図を見てください。これがこの問題で、起こりうることを全て書いた樹形図です。全部で起こりうることは 4 通りということですね。そして、これらの 4 通りの出来事は、起こりやすさは同じ、つまり同様に確からしいですよね。

次は、この問題で注目している出来事は何通りあるのか調べますよね。今できたばかりの樹形図を見ながら調べることにしましょう。

この問題で注目しているのは、「10 円は裏、100 円は表」となる出来事ですね。では右の図を見てください。わかりやすくするために、「10 円は裏、100 円は表」となる出来事をあらわしている部分だけ、枝を太くしておきました。右の樹形図でわかるように、「10 円は裏、100 円は表」となる出来事は 1 通りですよね。



以上で必要な調査は終わりました。起こりうる出来事は全部で 4 通りで、これらの 4 通りの出来事は全て同様に確からしくなっています。そして、注目している出来事は 1 通りです。ですから、

$$10\text{ 円は裏、}100\text{ 円は表となる確率} = \frac{1}{4}$$

となりますね。

問 13. 10 円硬貨を 1 枚と 100 円硬貨を 1 枚用意し、同時に投げる実験をします。

(1) 10 円硬貨は表、100 円硬貨は表となる確率を求めなさい。

(2) 表と裏が 1 枚ずつ出る確率を求めなさい。

答えを見る

例題 7　10 円硬貨を 2 枚用意しておき、同時に投げる実験をします。このとき、表と裏が 1 枚ずつ出る確率を求めなさい。

解答

11 ページの例題 2 で、「10 円硬貨を 2 枚用意しておき、同時に投げる実験」の話を学びましたよね。そのとき、2 人の人、A さんと B 君に意見を聞きました。（どんな話だった

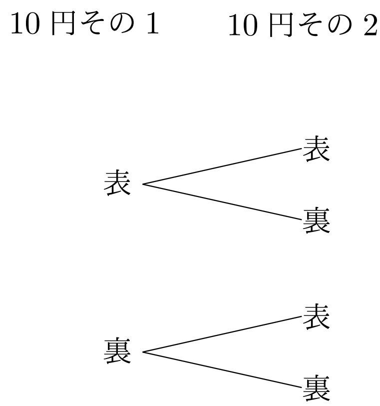
か忘れてしまった人は、すぐに復習してください。) 2 人の意見を思い出して見ることにしましょう。

A さんは、起こりうることは、

「2 枚とも表が出る」、1 枚は表が出て 1 枚は裏が出る」、「2 枚とも裏が出る」

であると考えました。（これ、うそじゃないですよね。10 円を 2 枚投げれば、必ずこのどれかが起こりますよね。）というわけで、起こりうることは全部で 3 通りということになりました。

B 君は、2 枚の 10 円は「違う 10 円」なので、まず 2 枚の 10 円をそれぞれ「10 円その 1」、「10 円その 2」と呼んで区別することにしました。そして右のような樹形図を作り、起こりうることは全部で 4 通りあると言ったのでした。



ところで、確率の値を求めるには、まず、起こりうる事が全部で何通りあるのか調べないといけないわけですが、A さんの考えでは 3 通りで、B 君の考えでは 4 通りとなっていますよね。どちらの人の考えを採用したらよいのでしょうか。ではあなた、悩んで考えてください。3 分待ちます。

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・

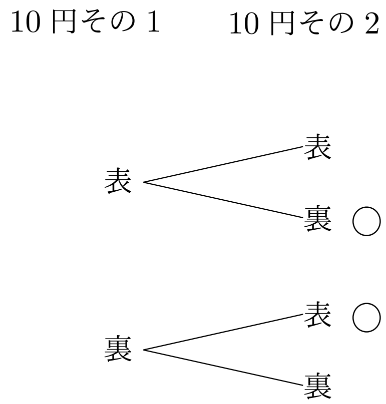
はい、3 分たちました。では、どちらの人の考えよいのかあなたに教えることにしましょう。

この例題では、B 君の考えを採用しなければならないのです。以前、22 ページで、大事なことがまとめられていました。「確率の値を考えるときには、起こりやすさが同じこと

を対等に扱わなくてはならない」という話でしたね。A さんの考えた 3 通りの出来事は、起こりやすさは同じではないのです。「1 枚は表が出て 1 枚は裏が出る」という出来事は「2 枚とも表が出る」という出来事や「2 枚とも裏が出る」という出来事より起こりやすいのです。ですから、確率のことを考えるとき、A さんの考えは採用できないのです。一方、B 君の考えた 4 通りの出来事は起こりやすさはすべて同じなのです。ですから B 君の考えが採用されるのです。

ここまで、一番大切な話をしてきました。それではいよいよこの問題の答えを求めていくことにしましょう。

もう一度 B 君の作った樹形図を見ることにしましょう。あなたのために右に書いておきました。



この樹形図を見るとわかるように、起こりうることは全部で 4 通りです。そして、これらの 4 通りの出来事は全て同様に確からしいのですね。

この問題で注目している出来事は、「1 枚は表、1 枚は裏になる」という出来事でしたね。右の樹形図では、このような出来事の横に丸印をつけておきました。2 通りですよね。

ですから、

$$1\text{ 枚は表、}1\text{ 枚は裏になる確率} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

となりますね。

問 14. 1 枚の 100 円硬貨を 2 枚用意しておき、2 回投げる実験をします。

(1) 1 回目に表、2 回目に裏が出る確率を求めなさい。

(2) 1 回目に裏、2 回目に表が出る確率を求めなさい。

(3) とにかく表と裏が 1 回ずつ出る確率を求めなさい。

答えを見る

例題 8　大、小 2 つのサイコロを用意し、同時に投げる実験をします。このとき、出た目の和が 5 となる確率を求めなさい。

解答

確率を求めるときは、

- まず、起こりうる出来事が全部で何通りあるのか調べ、
- 次に、注目している出来事は何通りあるのか調べ、
- 最後に、

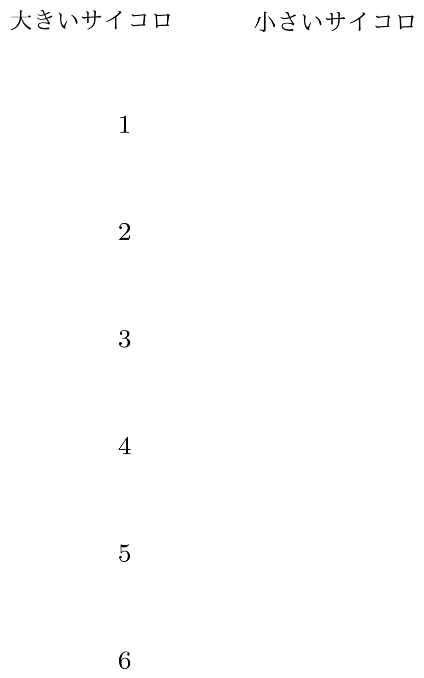
$$\frac{\text{注目している出来事は何通りあるのか}}{\text{起こりうる出来事が全部で何通りあるのか}}$$

という分数を作ればよいのでしたね。

では、この通りに調べていくことにしましょう。

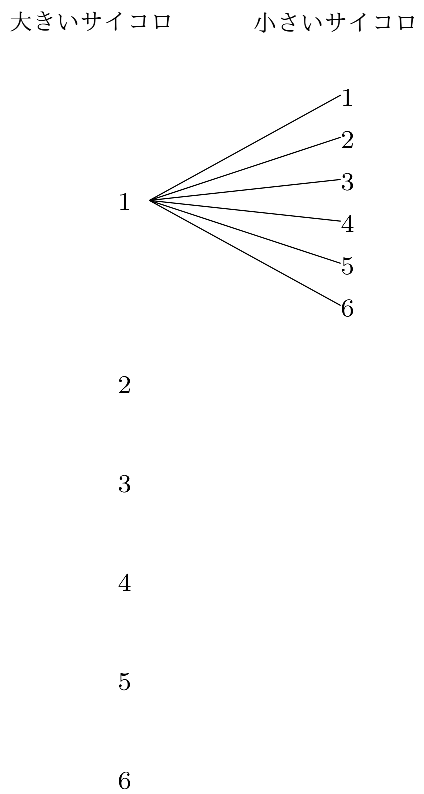
まず、起こりうる出来事が全部で何通りあるのか調べます。樹形図を作っていくことにしましょう。

大きいサイコロには 1 から 6 までの目があります。ですから、大きいサイコロのことだけを気にしてみると、とりあえず、右のような図ができます。なんか、かなり縦に長い樹形図になりそうですね。

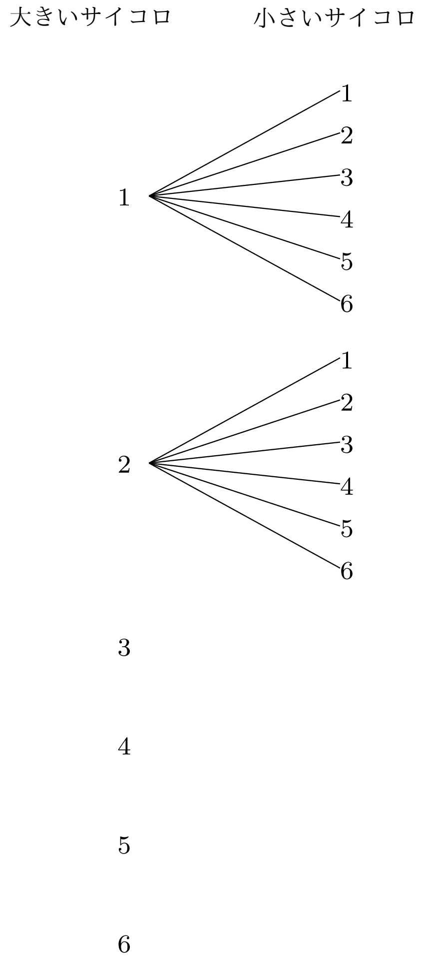


では次に、小さいサイコロのことを気にすることにしましょう。

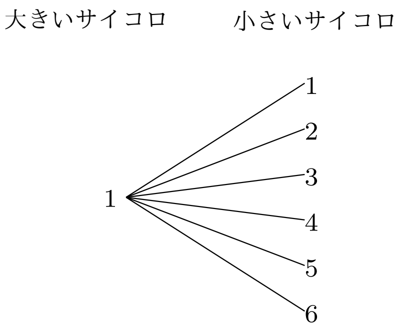
例えば、大きいサイコロの目が 1 になっていたとしても、小さいサイコロの目にはいろいろな可能性があります。小さいサイコロの目は 1 でもよいですし、2 でもよいですし、3 でもよいですし、4 でもよいですし、5 でもよいですし、6 でもよいわけです。そこで、大きいサイコロの目が 1 の所から、枝を 6 本伸ばしてさっきの樹形図の続きを作ってみます。すると右の図のようになります。

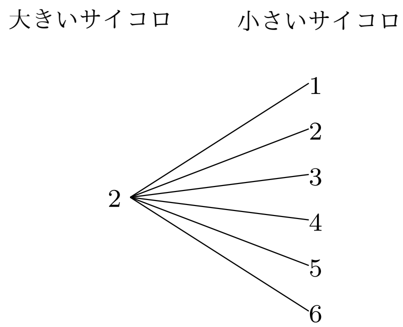


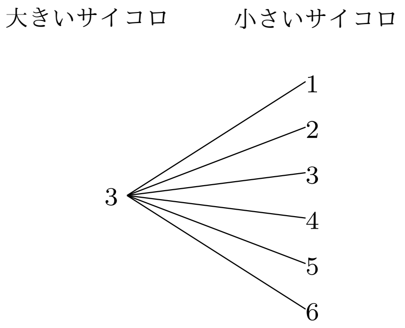
今度は、大きいサイコロの目が 2 になっている所を作ってみます。このときもやはり、小さいサイコロの目にはいろいろな可能性があります。小さいサイコロの目は 1 でもよいですし、2 でもよいですし、3 でもよいですし、4 でもよいですし、5 でもよいですし、6 でもよいわけです。そこで、大きいサイコロの目が 2 の所から、枝を 6 本伸ばしてさっきの樹形図の続きを作ってみます。すると右の図のようになります。

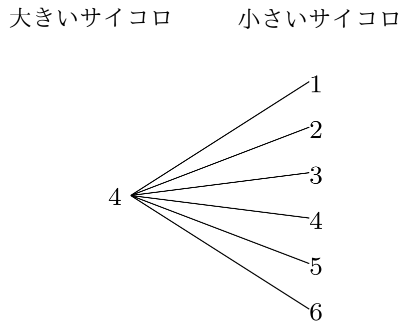


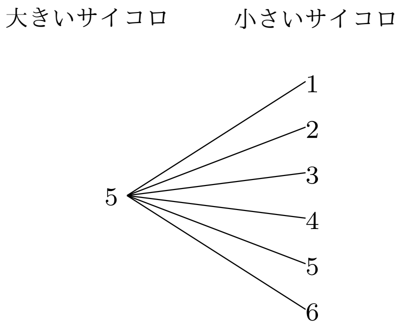
この先も同じように続けていけばよいのですが、どんどん縦に長くなり、どんどん書くところがなくなっていきそうです。そこで、大きいサイコロの目ごとに樹形図を分けて、並べて書くことにします。つまり、 次の図のようにするわけです。

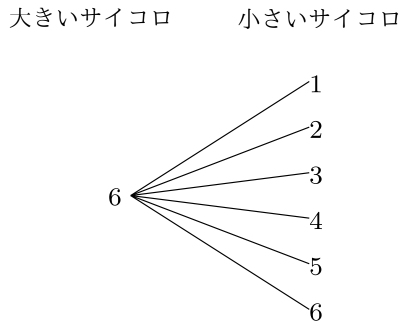










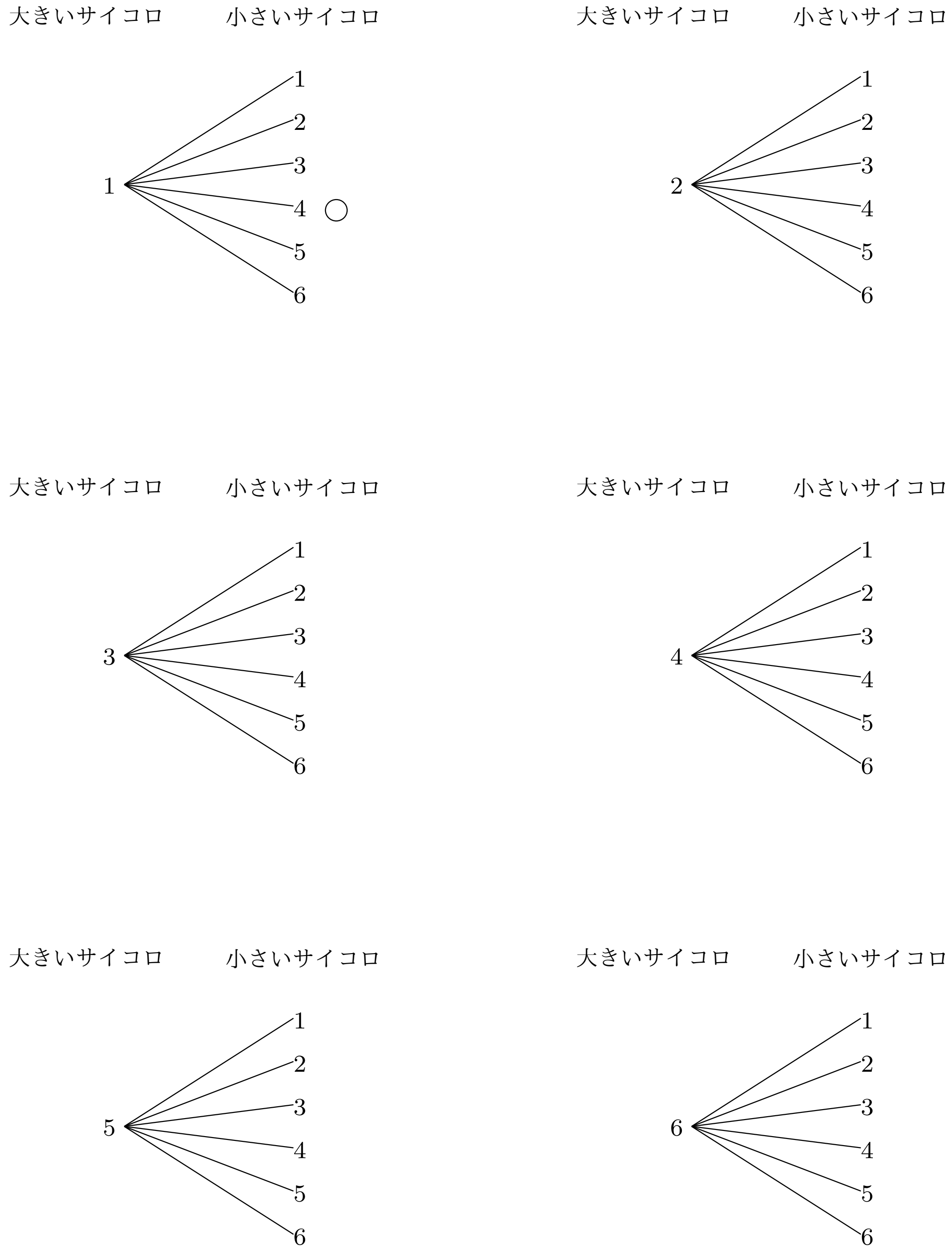


これで樹形図は完成しました。樹形図を見て数えてみると、起こりうることは全部で 36 通りあることがわかります。（大きいサイコロの目が 1 の図を見ると、1 の所から枝が 6 本出ています。大きいサイコロの目が 2 の図を見てもと、2 の所から枝が 6 本出ています。そして、大きいサイコロの目が 3 の図を見ても、4 の図を見ても、5 の図を見ても、6 の図を見てもやはり枝は 6 本出ています。こういうことに気付いた人は、$6 \times 6 = 36$ と計算してもよいですね。）これらの 36 通りの出来事は、どれも起こりやすさは同じはずです。

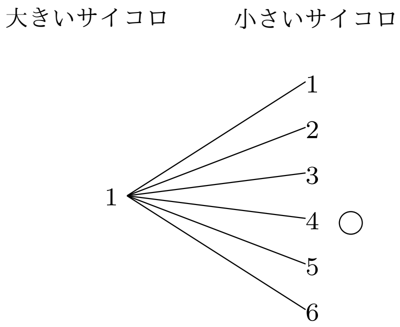
次に、注目している出来事は何通りあるのか調べてみましょう。たしか、「出る目の和が 5 になる」という出来事に注目しているのでしたね。さっきできたばかりの樹形図をもう一度よく見て、慎重に調べて見ます。

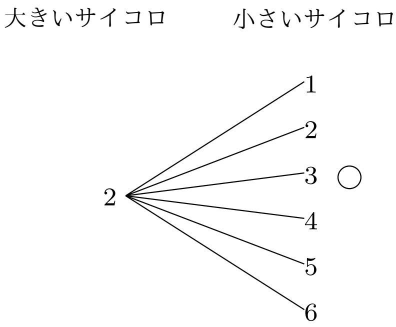
まず、大きいサイコロの目が 1 の図を見ましょう。目の和が 5 になる所を探すわけです。すると、小さいサイコロは 4 でなくてはいけませんね。というわけで。次の図のように、見つけたところ（大きいサイコロが 1、小さいサイコロが 4 のところ）に丸印をつけ

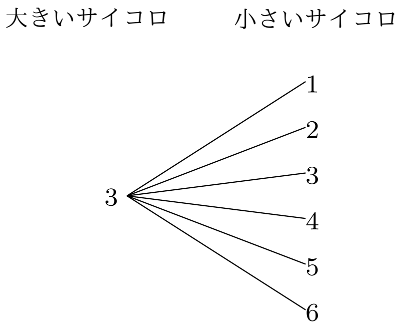
ることにします。

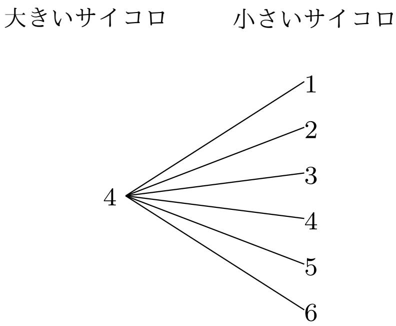


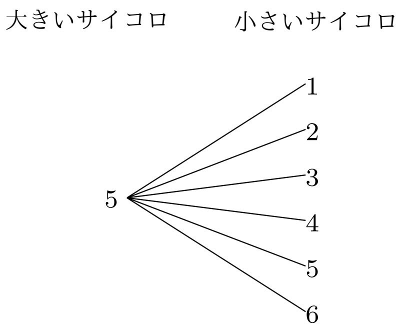
　次は、大きいサイコロの目が 2 の図を見ましょう。目の和が 5 になる所を探すわけです。すると、小さいサイコロは 3 でなくてはいけませんね。というわけで。次の図のように、見つけたところに丸印をつけておきます。

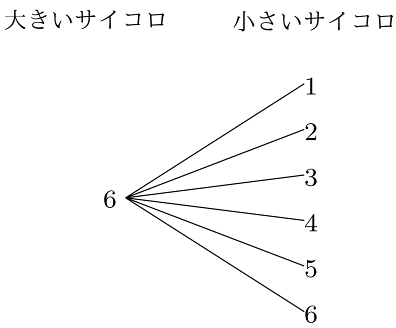




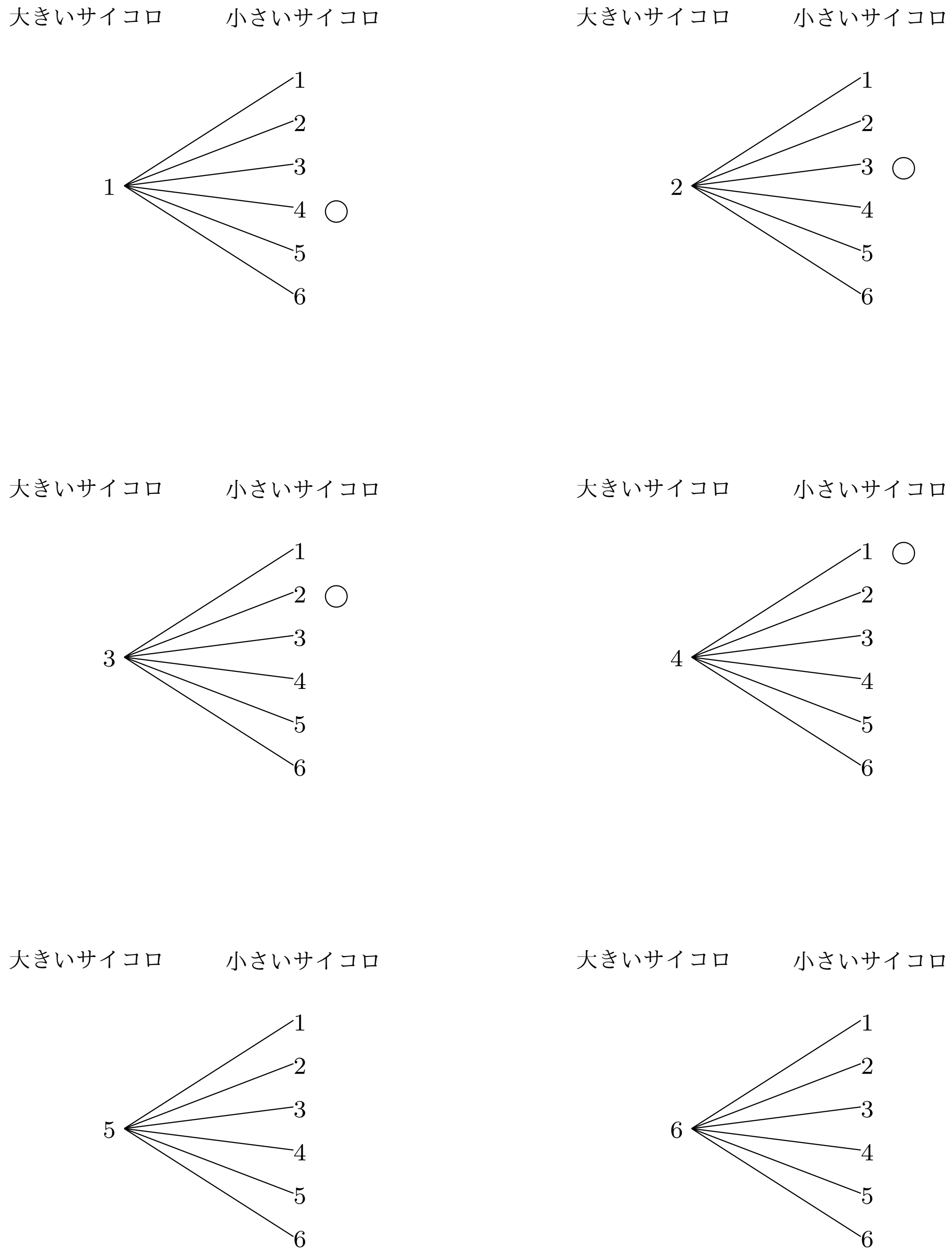








この調子で、大きいサイコロの目が 3 の図、4 の図、5 の図、6 の図でも目の和が 5 になる所を探して丸印をつけます。（念のために言っておきますが、大きいサイコロの目が 5 の図と 6 の図では、どこにも丸印はつけられないということはわかりますよね。）すると、次の図のようになります。



　というわけで、出る目の和が 5 になるという出来事は全部で 4 通りであるということがわかりました。以上で、「出る目の和が 5 になる 1 確率」を求めるための準備が終わりです。

　この実験では、起こりうる出来事は全部で 36 通りあり、これら 36 通りのことは全て同様に確からしいのでしたね。また、出る目の和が 5 になる出来事に注目しているわけです

が、そのような出来事は 4 通りあるのでしたね。ですから、

$$\text{出る目の和が 5 になる確率} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

ということになります。

これでこの問題は解決しました。

補足：樹形図ではなく表を作って調べる方法

この解答では起こりうること調べるために樹形図を作りました。ですが、いつでも必ず樹形図を作らなければならないということもありません。起こりうることを調べるために、表をを作って調べることもあります。この問題では、例えば次のような表を作るのです。

小 大	1	2	3	4	5	6
1	$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$	$(1,5)$	$(1,6)$
2	$(2,1)$	$(2,2)$	$(2,3)$	$(2,4)$	$(2,5)$	$(2,6)$
3	$(3,1)$	$(3,2)$	$(3,3)$	$(3,4)$	$(3,5)$	$(3,6)$
4	$(4,1)$	$(4,2)$	$(4,3)$	$(4,4)$	$(4,5)$	$(4,6)$
5	$(5,1)$	$(5,2)$	$(5,3)$	$(5,4)$	$(5,5)$	$(5,6)$
6	$(6,1)$	$(6,2)$	$(6,3)$	$(6,4)$	$(6,5)$	$(6,6)$

左の図では、例えば $(4,5)$ は、大きいサイコロの目が 4、小さいサイコロの目が 5 となった出来事を意味している。

この表には、起こりうる出来事が全て書いてあります。このを見ても、起こりうる出来事は全部で 36 通りあるということがわかりますね。（縦 6 行、横 6 列の表ですから、$6 \times 6 = 36$ という計算をすればよいですよね。）

次に、注目している出来事、つまり「出る目の和が 5 になる」という出来事が何通りあるのか調べます。この表を見てもわかるように、目の和が 5 になるのは次のときです。

$(4,1)$、つまり大きいサイコロの目が 4 で小さいサイコロの目が 1 のとき

$(3,2)$、つまり大きいサイコロの目が 3 で小さいサイコロの目が 2 のとき

$(2,3)$、つまり大きいサイコロの目が 2 で小さいサイコロの目が 3 のとき

$(1,4)$、つまり大きいサイコロの目が 1 で小さサイコロの目が 4 のとき

つまり、でる目の和が 4 になる出来事は 4 通りということがわかります。

このようにして、表を作って、「起こりうる出来事は全部で何通りになるのか」ということや、「注目している出来事は何通りあるのか」ということを調べることもあるのです。とにかくこれで、「出る目の和が 5 になる確率」を求めるための準備が終わりました。

この実験では、起こりうる出来事は全部で 36 通りあり、これら 36 通りのことは全て同様に確からしいのでしたね。また、出る目の和が 5 になる出来事に注目しているわけですが、そのような出来事は 4 通りあるのでしたね。ですから、

$$\text{出る目の和が 5 になる確率} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

ということになります。

問 15. 大、小 2 つのサイコロを用意し、同時に投げる実験をします。このとき、次の問に答えなさい。

(1) 出る目の和が 7 になる確率を求めなさい。

(2) 出る目の和が 10 以上になる確率を求めなさい。

(3) 出る目の積が 6 になる確率を求めなさい。

(4) 同じ目が出る確率を求めなさい。

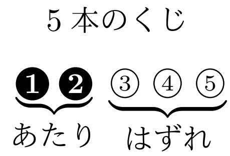
答えを見る

例題 9　5 本のうち 2 本のあたりが入っているくじがあります。このくじを同時に 2 本引くとき、少なくとも 1 本があたる確率を求めなさい。

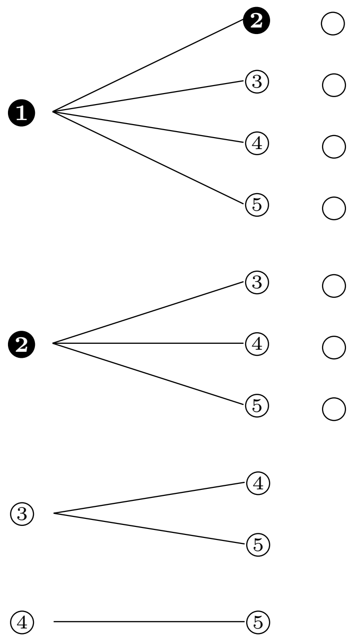
解答

この問題には、「少なくとも 1 本があたる」と書いてありました。これ、どういうことかわかりますか？念のためこれから説明しておきましょう。

くじを同時に 2 本引くと、「1 本もあたらない」とか「1 本だけあたる」とか「2 本ともあたる」ということが起こりますね。このうちの、「1 本だけあたる」という出来事と「2 本ともあたる」という出来事をあわせた出来事を「少なくとも 1 本があたる」といっているのです。つまり「少なくとも 1 本があたる」というのは、「最悪でも 1 本はあたる」ということなのです。わかってもらえたでしょうか。それでは本題に入ることにしましょう。



確率の問題を考えるときは、起こりやすさの同じ出来事を対等に扱わなければならないのでしたね。そのために、右の図のように 5 本のくじに番号をつけ❶、❷、③、④、⑤と呼ぶことにしましょう。また、❶、❷があたりで、③、④、⑤がはずれであることにします。そうすると、例えば、❷と④のくじを引くと「1 本だけあたり」ということになります。また、例えば③と④のくじを引くと「1 本もあたらない」ということになりますね。



ではまず、このくじ引きをしたときに起こりうる出来事が全部で何通りなのか考えることにしましょう。同時に2 本引くのでしたね。樹形図を作ってみると右の図のようになります。（もう、樹形図の作り方は教えません。どうやって樹形図を作るのかわからない人は、今すぐ、せめて例題 4 を復習してください。先を読んではいけません。）

この樹形図を見ると、起こりうる出来事は全部で 10 通りあることがわかります。そしてこれらの 10 通りの出来事は全て同様に確からしいわけです。

この樹形図では、注目している出来事（つまり「少なくとも 1 本はあたるという出来事）に丸印をつけておきました。（念のため、少し説明しておきましょう。「少なくとも 1 本はあたるというのは「1 本だけあたる」のでもよいですし、「2 本ともあたる」というのでもよいわけです。❶と❷があたりなのですから、とにかく❶や❷が 1 個でも出ていればよいわけです。）　この樹形図から、注目している出来事は 7 通りであることがわかり

ます。

これで、確率を求めるための準備が終わりました。以上の調査から、

$$\text{少なくとも 1 本あたる確率} = \frac{7}{10}$$

となりますね。

問 16. 1、2、3、4 の数が 1 つずつ記入されている 4 枚のカードがあるとします。この 4 枚のカードをよく切って同時に 2 枚を取り出す実験をします。少なくとも 1 枚が偶数のカードになっている確率を求めなさい。

答えを見る

例題 10　5 本のうち 2 本のあたりが入っているくじがあります。このくじを A さんと B さんがそれぞれ引くことにしますが、初めに A さんが引き、次に B さんが引くことにします。ただし、このくじ引きは、普通のくじ引きと同じように、一度引いたくじはもとには戻しません。以下の問に答えなさい。

(1) A さんはあたり、B さんははずれる確率を求めなさい。

(2) A さんはあたり、B さんもあたる確率を求めなさい。

(3) とにかく A さんはあたる確率を求めなさい。つまり、A さんはあたりくじを引き、B さんはあたりでもはずれでもよい確率を求めなさい。

(4) とにかく B さんはあたる確率を求めなさい。つまり、A さんはあたりでもはずれでもよく、B さんはあたりくじを引く確率を求めなさい。

(5) (3) と (4) の答えを求めることができた人のための問題です。このくじ引きでは、初めにくじを引く人と、あとからくじを引く人ではどちらが有利だと思いますか。

解答

この例題は、前に学習した例題 9 と似ていますよね。もう一度例題 9 の問題文を読んでみてください。どちらの例題も、5 本のくじから 2 本のくじを引く実験をしていますよね。しかし、違いもあります。前の、例題 9 は、くじを同時に 2 本引く話でしたが、この

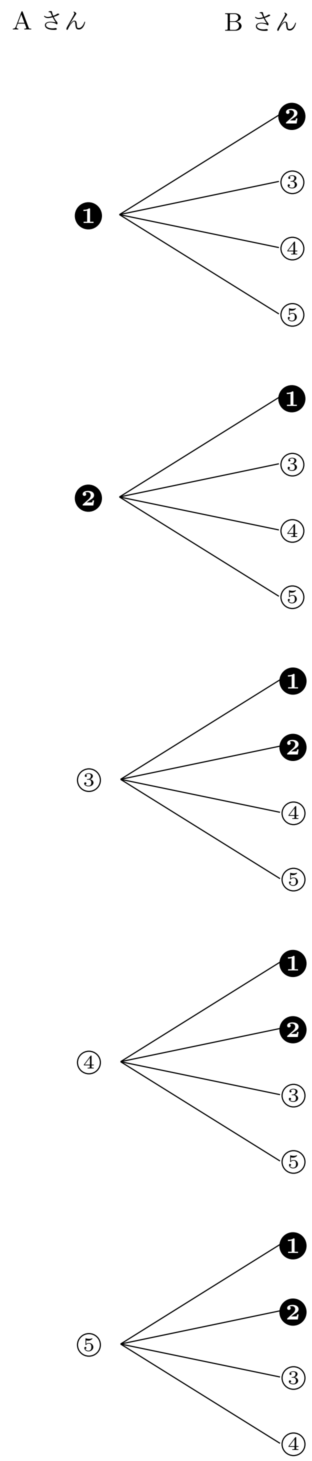
例題は 2 人の人、A さんと B さんが順番に 1 本ずつくじを引くのですね。このことに注意して、この例題のように A さんと B さんが順番に 1 本ずつくじを引くとき、起こりうる出来事が全部で何通りあるのか、樹形図を作って調べることにしましょう。

確率の計算では、起こりやすさが同じ出来事を対等に扱わなければならないので、5 本のくじに番号をつけて、❶、❷、③、④、⑤と呼ぶことにしましょう。また、❶、❷があたりで、③、④、⑤がはずれであることにします。

では、右の図を見てください。これが完成した樹形図です。この樹形図には,、このくじを A さん、B さんの順に引くときに起こりうる出来事が全て書かれています。もう、今さらこの樹形図の作り方を詳しく教えている余裕はありませんが、念のため、少しだけ注意をしておきます。A さんがくじを引くとくじは 1 本減るので、残っているくじは 4 本になります。つまり、B さんは、残っている 4 本のくじの中からくじを引くわけです。ですから樹形図では、A さんの引いたくじの番号から、必ず 4 本の枝が出ているのです。

この樹形図から、起こりうる出来事は全部で 20 通りであることがわかりますね。

それではこれから、(1) から (5) の問について順番に考えていくことにしましょう。



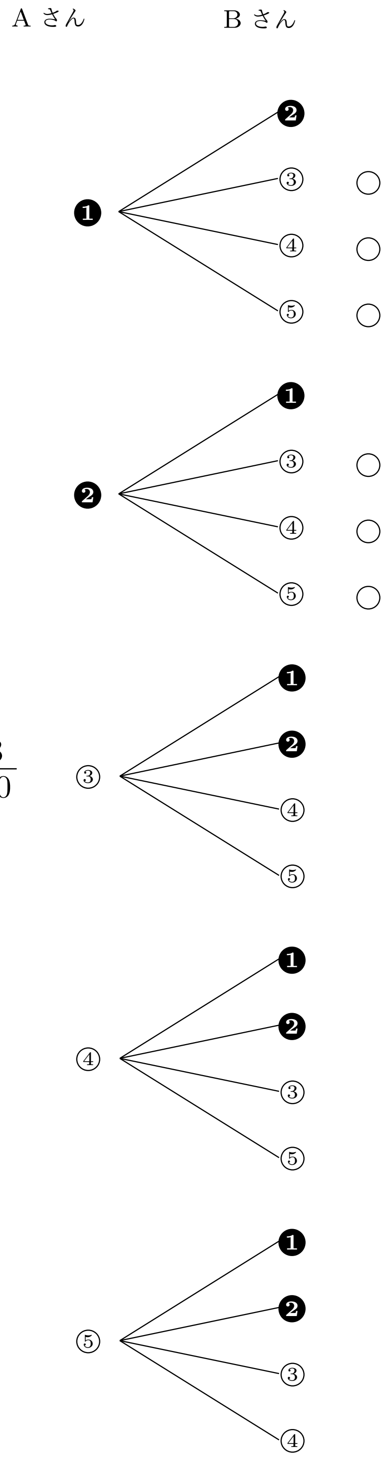
(1) A さんはあたり、B さんははずれる確率を求める問題ですね。

A さんはあたるので❶か❷を引いていることになります。B さんははずれるので、③、④、⑤のどれかを引いていることになります。では、右の樹形図を見て下さい。樹形図を慎重に見ながら、このような出来事に丸印をつけてみました。A さんはあたり、B さんははずれる出来事は 6 通りありますね。

というわけで、

A さんはあたり、B さんははずれる確率 $= \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$

となりますね。



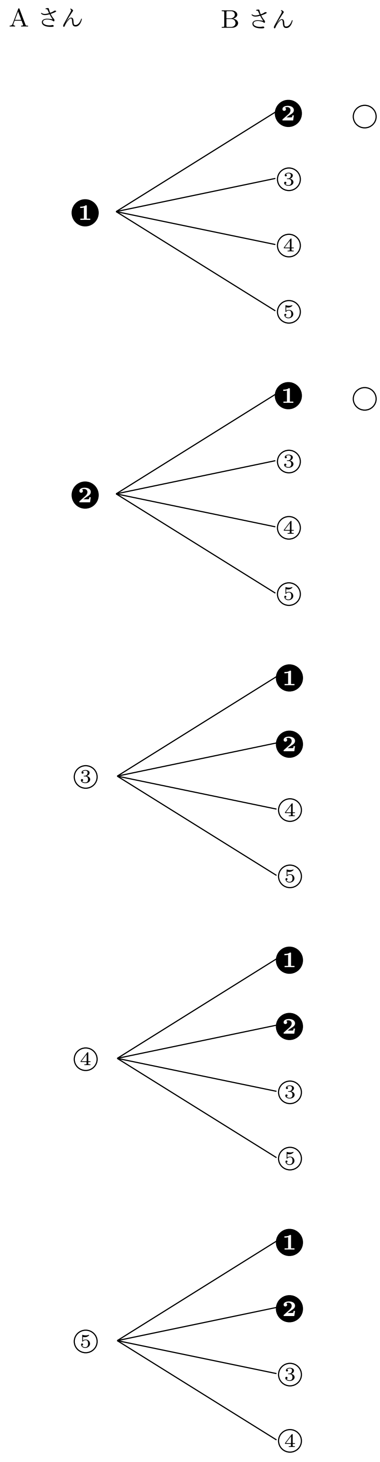
(2) A さんはあたり、B さんもあたる確率を求める問題ですね。

A さんはあたるので❶か❷を引いていることになります。B さんもあたるので❶か❷を引いていることになります。では、右の樹形図を見て下さい。樹形図を慎重に見ながら、このような出来事に丸印をつけてみました。A さんはあたり、B さんもあたる出来事は 2 通りありますね。

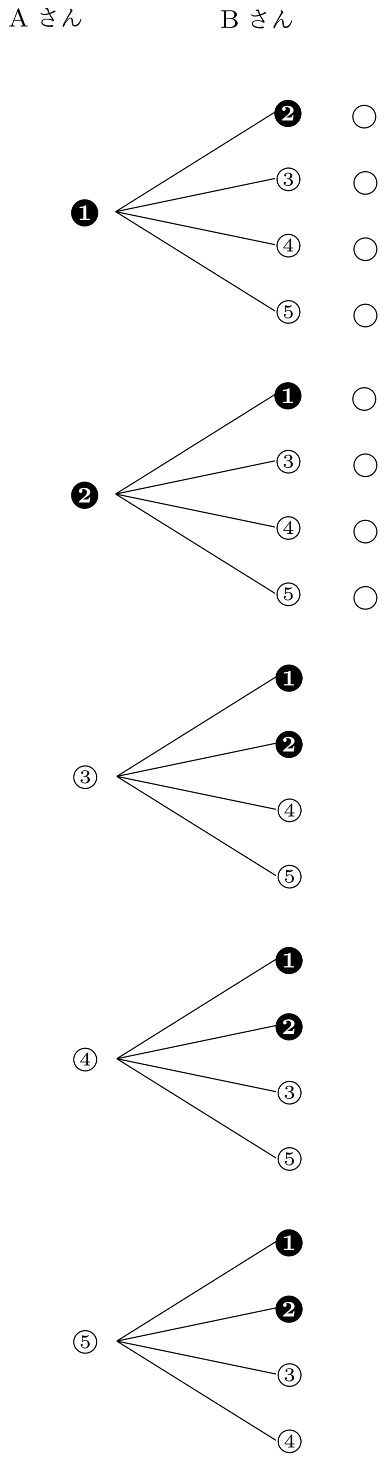
というわけで、

$$\text{A さんはあたり、B さんもあたる確率} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

となりますね。



(3) とにかく A さんはあたる確率を求める問題ですね。



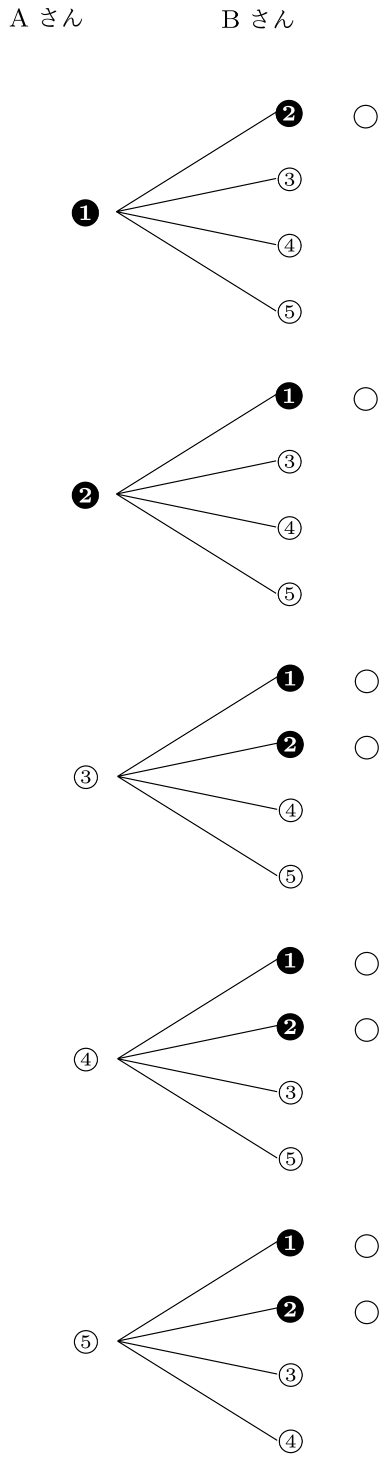
A さんはあたるので❶か❷を引いていることになります。B さんはあたりでもはずれでもよいので、❶、❷、③、④、⑤のどれでもよいことになります。では、右の樹形図を見て下さい。樹形図を慎重に見ながら、このような出来事に丸印をつけてみました。とにかく A さんはあたる出来事は 8 通りありますね。

というわけで、

$$\text{とにかく A さんはあたる確率} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

となりますね。

(4) とにかく B さんはあたる確率を求める問題ですね。



A さんはあたりでもはずれでもよいので、❶、❷、③、④、⑤のどれでもよいことになります。B さんはあたるので❶か❷を引いていることになります。では、右の樹形図を見て下さい。樹形図を慎重に見ながら、このような出来事に丸印をつけてみました。とにかく B さんはあたる出来事は８通りありますね。

というわけで、

$$\text{とにかく B さんはあたる確率} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

となりますね。

(5) このくじ引きは、先に引く人とあとから引く人ではどちらが有利なのかという問題ですね。

この問題では、先にくじを引くのは A さんでした。そして、(3) を解いた人は、

$$\text{とにかく A さんはあたる確率} = \frac{2}{5}$$

であることがわかりましたね。

この問題では、あとからくじを引くのは B さんでした。そして、(4) を解いた人は、

$$\text{とにかく B さんはあたる確率} = \frac{2}{5}$$

であることがわかりましたね。

つまり、このくじ引きでは、先に引いてもあとから引いてもあたる確率は $\frac{2}{5}$ なのです。ですからどちらが有利ということはありません。先にひいても、あとから引いても、あたりやすさは同じだったのです。

問 17. 6 本のうち 2 本のあたりが入っているくじがあります。このくじを A さんと B さんがそれぞれ引くことにしますが、初めに A さんが引き、次に B さんが引くことにします。ただし、このくじ引きは、普通のくじ引きと同じように、一度引いたくじはもとには戻しません。樹形図をまじめに作って、以下の問に答えなさい。

(1) A さんははずれ、B さんはあたる確率を求めなさい。

(2) A さんはあたり、B さんもあたる確率を求めなさい。

(3) とにかく A さんはあたる確率を求めなさい。つまり、A さんはあたりくじを引き、B さんはあたりでもはずれでもよい確率を求めなさい。

(4) とにかく B さんはあたる確率を求めなさい。つまり、A さんはあたりでもはずれでもよく、B さんはあたりくじを引く確率を求めなさい。

(5) (3) と (4) の答えを求めることができた人のための問題です。このくじ引きでは、初めにくじを引く人と、あとからくじを引く人ではどちらが有利だと思いますか。

答えを見る

1.3　確率の値には何か制限があるのかな？

これまでいろいろな問題で確率の値を求めてきましたがね。そこであなたに質問です。これまでの経験をもとに答えてください。

質問 1　確率の値がマイナスになったことはありましたか。

質問 2　確率の値が 1 より大きくなったことはありましたか。

さあ、どうですか？今まで解いてきた問題をよく思い出してください。確率の値がマイナスになったことはありませんね。また確率の値が 1 より大きくなったこともありませんね。これには、何か意味があるのでしょうか。そこで、初心に帰って、そもそも確率とは何なのかということを思い出してください。忘れてしまった人は、**??**ページの「確率ってそもそもなに？ (その 1)」をよく復習してください。それを復習してもわからない人は、前の節を全部よく復習してください。わからないまま先に進んではいけません。では、ちゃんと理解できている人だけ、先に進むことにしましょう。

確率とはそもそも、

- まず、起こりうる出来事が全部で何通りあるのか調べ、
- 次に、注目している出来事は何通りあるのか調べ、
- 最後に、
$$\frac{\text{注目している出来事は何通りあるのか}}{\text{起こりうる出来事が全部で何通りあるのか}}$$
という分数を作ってできる数のことでしたね。

そこで、
$$\frac{\text{注目している出来事は何通りあるのか}}{\text{起こりうる出来事が全部で何通りあるのか}}$$
という分数について理論的に詳しく考えてみましょう。

分子の「注目している出来事は何通りあるのか」という数は絶対に 0 以上の数ですよね。また分母の「起こりうる出来事が全部で何通りあるのか」という数は絶対にプラスの

数（つまり 0 より大きい数）ですよね。ということは、この分数って、

$$\frac{0\text{以上の数}}{\text{プラスの数}}$$

ということになります。この分数、どう考えても、マイナスにはならないですよね。これで、なぜ、確率の値がマイナスにはならないのかということの理由がわかりました。

今度は、分子の「注目している出来事は何通りあるのか」という数と、分母の「起こりうる出来事が全部で何通りあるのか」という数はどちらが大きいのか考えてみましょう。それはもちろん、「注目している出来事は何通りあるのか」という数が「起こりうる出来事が全部で何通りあるのか」という数より大きいはずはないですね。ですから、この分数では、分子が分母より大きいことはないのです。だったら、この分数が 1 より大きくなることはありませんね。これで、なぜ、確率の値が 1 より大きくならないのかということの理由がわかりました。

これで、質問 1 と質問 2 についての謎は解決です。

確率の値について、もう少し詳しく考えてみます。

質問 3　確率の値が 0 になることはあるのでしょうか。

確率は、何度もいっているように、

$$\frac{\text{注目している出来事は何通りあるのか}}{\text{起こりうる出来事が全部で何通りあるのか}}$$

として計算される分数のことですね。ところで、ある分数が 0 になっているとしたら、その分数の分子は 0 ということですよね。ということは、確率の値が 0 になるのは、「注目している出来事は何通りあるのか」という数が 0 になっているときですね。つまり、「いま注目している出来事」が 0 通りのときに確率は 0 になるのです。。言い換えると、絶対に起こらない出来事に注目していると確率は 0 になるいうことです。ですから、確率の値が 0 になるのは、「絶対に起こらないことが起きる確率」を考えたときなのです。

質問 4　確率の値が 1 になることはあるのでしょうか。

確率とは、

$$\frac{\text{注目している出来事は何通りあるのか}}{\text{起こりうる出来事が全部で何通りあるのか}}$$

として計算される分数ですね。分数が 1 になるのは、分子と分母が同じときですよね。ということは、確率の値が 1 になるのは、「注目している出来事は何通りあるのか」という数と「起こりうる出来事が全部で何通りあるのか」という数が同じときです。つまり、「今注目している出来事」が「起こりうる出来事全部のときということです。言い換えると、「とにかく何かが起きる確率」というものを考えると、確率の値は 1 になるのです。

以上、質問 1 から質問 4 までの話についてきちんと考えた人は、次のことがわかったことになります。

重要な事実：確率の値にはこんな制限がある

(1) 確率の値は 0 以上 1 以下にしかならない。

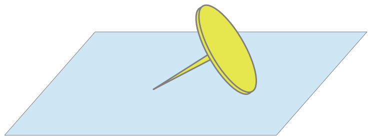
(2) 絶対に起こらない出来事の起きる確率は 0 である。

(3) とにかく何かが起きる確率は 1 である。

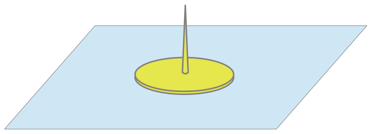
1.4　確率ってなに？（その 2）

これまで、いろいろな実験について考え、そのような実験を行ったときにある出来事が起こる確率のことを考えてきました。これまで考えてきた実験では、ある出来事が起こる確率を求めるために、「起こりうる出来事は全部で何通りあるのか」ということや注目している出来事は何通りあるのか」ということを数えました。このとき大切なことは、「起こりやすさが同じ出来事を対等に数える」ということでしたね。そこであなたに質問です。

質問 1　1 個の画びょうを用意し 1 回投げる実験をします。この実験を行うと、右の図のように「針が下になる出来事」や「針が上になる出来事」が起こります。また、これ以外の出来事は起こりません。つまり、起こりうる出来事は 2 通りです。ということは、この実験を行ったとき、「針が下になる出来事が起きる確率は $\frac{1}{2}$ である」と考えてよいでしょうか？



針が下になる



針が上になる

では 10 分待ちます。しっかり悩んでください。そして理由をきちんとつけて答えてください。

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

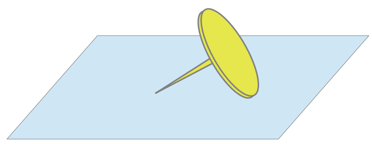
はい、10 分たちました。考えはまとまりましたか？それでは、この質問 1 の答えをあなたに教えることにしましょう。実は、「針が下になる出来事が起きる確率は $\frac{1}{2}$ である」のかどうか、なんともいえないのです。どういうことか説明しましょう。画びょうを投げる実験では、たしかに起こりうる出来事は 2 通りです。「針が下になる出来事」や「針が上になる出来事」しか起こりません。そして、「針が下になる出来事」はそのうちの 1 通りです。しかし、「針が下になる出来事」と「針が上になる出来事」は、起こりやすさが同じなのかどうか簡単にはわからないのです。10 円硬貨のように、表と裏が同じようなものだったら、表の出やすさと裏の出やすさは同じと考えてよいでしょう。しかし、画びょうのように「形がいびつ」なものでは、おそらく「針が下になる出来事」と「針が上になる出来事」の起こりやすさは違っているのではないでしょうか。ですから、画びょうを投

げる実験では、「針が下になる出来事が起きる確率」のようなものを求めるときに、これまでの私たちが学んできた方法で求めることはできないのです。それでは、いったいどうやって確率を求めればよいのでしょうか。

「ある実験を行ったときにある出来事が起きる確率」というものは「その実験を行ったときその出来事の起こりやすさを数で表したもの」ですよね。とにかく、「確率」というのものは「何か実験をしたときの話」ですよね。だったら、頭の中で考えているだけではなくて、本当に実験してみたらどうでしょう。つまり、画びょうを本当に投げてみるのです。「針が下になるという出来事」がどのぐらい起こるのか、画びょうを投げて調べるのです。そうすれば、「針が下になる出来事が起きる確率」もわかるのではないでしょうか。でも、本当に画びょうを投げてみて調べるといっても、具体的にどんな調査をすればよいのでしょうか。また、何回画びょうを投げればよいでしょう。1 回投げるだけでもよいのでしょうか。

それではまたあなたに質問です。

質問 2　ある画びょうを本当に 1 回投げて実験してみたところ、右のように針が下になってとまりました。ということは、この画びょうを投げると、いつでも必ず針が「下になって止まる」と判断してよいですか？



質問 3　ある画びょうを本当に 2 回投げて実験してみたところ、2 回とも針が下になってとまりました。ということは、この画びょうを投げると、いつでも必ず針が「下になって止まる」と判断してよいですか？

質問 4　ある画びょうを本当に 3 回投げて実験してみたところ、2 回は針が下になってとまり、1 回は針が上になってとまりました。3 回のうち 2 回、針が下になって止まったのです。ということは、この画びょうでは、針が下にってとまる確率は $\frac{2}{3}$ である」と判断してよいですか？

質問 5　ある画びょうを本当に 7 回投げて実験してみたところ、7 回とも針が上になって

とまりまりました。つまり、7 回のうち 0 回、針が下になって止まったのです。ということは、この画びょうでは、針が下にってとまる確率は 0 である」と判断してよいですか？

質問 5　A さんと B さんは本当に画びょうを投げる実験をしました。

A さんはある画びょうをを 100 回投げてみたところ、43 回針が下になってとまったので、A さんは「針が下になってとまる確率は $\frac{43}{100}$ である」と考えました。
B さんはある画びょうをを 1000 回投げて実験してみたところ、441 回針が下になってとまったので、A さんは「針が下になってとまる確率は $\frac{441}{1000}$ である」と考えました。

あなたは、A さんと B さんの考えでは、どちらの人の考えがよいと思いますか

質問は以上です。3 日間待ちます。それぞれの質問につ k 手よく考えてください。自分で考えてみたら、あなたの周りにいる人（友人、兄弟、両親など）にも考えを聞いてみてください。自分の考えと周りの人の考えは違っているかもしれませんね、あなたはどうしてそう考えたのか、他の人はどうしてそのように考えたのか理由を話し合って見ましょう。では、3 日後にお会いしましょう。

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

はい、3 日たちました。自分でよく考えてみましたか？他の人の考えも聞いてみましたか？

それではこれから、現在広く世の中に受け入れられている考えを紹介しましょう。

画びょうを 1 回だけ投げてみて針が下になって止まったからといって、「この画びょうを投げると、いつでも必ず針が下になってとまる」と判断するわけにはいきません。偶然、針が下になって止まっただけなので、もう一度画びょうを投げると、今度は針が上になってとまるかも知れません。

また、画びょうを 2 回投げてみて、2 回とも針が下になって止まったからといって、「この画びょうを投げると、いつでも必ず針が下になってとまる」と判断するわけにもいきません。偶然、2 回とも針が下になって止まっただけなので、もう一度画びょうを投げると、今度は針が上になってとまるかも知れません。たとえ、次も針が下になったとしても、3 回、4 回、5 回 $\cdots$ と投げていけば、そのうちきっと「針が上になって止まる」ということが起きるでしょう。

さらに、例えば、たまたま「10 回投げたら 10 回とも針が下になってとまった」ということも起きるかも知れません。でもきっと、それも偶然です。10 回、20 回、30 回 $\cdots$ と投げる回数を増やしていけば、いつかきっと「針が上になってとまる」ということが起きます。

このようなことからもわかるように、実験は何回も繰り返すことが大切です。実験の回数が少ないと、「偶然そうなっただけ」なのかも知れないのです。

次の表は、ある人が、本当に、何度も何度も画びょうを投げて、「投げた回数」と「針が下になって止まった回数」を記録して作ったものです。何と、この人は、この実験を 1000 回も繰り返しています。

投げた回数	10	20	30	40	50	60	70	$\cdots$
針が下になって止まった回数	6	8	15	18	21	27	31	$\cdots$

$\cdots$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$\cdots$	47	93	136	179	221	262	306	350	394	438

私たちは今、「針が下になって止まる」という出来事の「起こりやすさ」について考えています。ですから、「針が下になってとまるという出来事が起きた回数」が「投げた回数全部」のうち、どのぐらいの割合なのかということを知りたいわけです。つまり、

$$\frac{\text{針が下になって止まった回数}}{\text{投げた回数}}$$

という、「針が下になって止まるという出来事が起きた割合」を表す数が知りたいのです。そこで、さっきの表から、「針が下になって止まるという出来事が起きた割合」を計算してみることにしましょう。

では、さっきの表をもう一度見てください。

投げた回数が 10 回の所を見ると、針が下になって止まったのは 6 回ですね。ですから、

$$\text{針が下になって止まった割合} = \frac{6}{10} = 6 \div 10 = 0.6$$

となります。

投げた回数が 20 回の所を見ると、針が下になって止まったのは 8 回ですね。ですから、

$$\text{針が下になって止まった割合} = \frac{8}{20} = 8 \div 20 = 0.4$$

となります。

投げた回数が 30 回の所を見ると、針が下になって止まったのは 15 回ですね。ですから、

$$\text{針が下になって止まった割合} = \frac{15}{30} = 15 \div 30 = 0.5$$

となります。

問 18. ここまでの説明をきちんと学んだ人のための問題です。さっきの表の下に、「針が下になって止まるという出来事が起きた割合」の欄を付け加えて、次のような表にしようと思います。この問の前の説明のまねをして「針が下になって止まった割合」を計算し、次の表に数値を記入してください。ただし、小数第 4 位を四捨五入して、小数第 3 位までの数として答えてください。電卓を使って計算してもかまいません。

投げた回数	10	20	30	40	50	60	70	···	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
針が下になって止まった回数	6	8	15	18	21	27	31	···	47	93	136	179	221	262	306	350	394	438
針が下になって止まった割合	0.600	0.400	0.500					···										

答えを見る

問 18 の表は完成しましたか？表が完成した人だけ、次の表を見てください。間違わずに計算すると問 18 の表は次のようになります。

投げた回数	10	20	30	40	50	60	70	···	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
針が下になって止まった回数	6	8	15	18	21	27	31	···	47	93	136	179	221	262	306	350	394	438
針が下になって止まった割合	0.600	0.400	0.500	0.450	0.420	0.450	0.443	···	0.470	0.465	0.453	0.448	0.442	0.437	0.437	0.438	0.438	0.438

あなたが作った表と比べてください。もし、あなたの作った表が正しく作られていれば、「針が下になって止まった割合」の欄に記入した数は、この表と同じになっているはずです。

というわけで、この表を見ながら話を進めることにしましょう。

投げる回数が 10 回、20 回、30 回、40 回、50 回程度のときは、「針が下になって止まる割合」は、0.600、0.400、0.500、0.450、0.420 というように、小数第一位や小数第二位の数がかなり上下に揺れ動いています。しかし、投げる回数が 600 回、700 回、800 回、900 回、1000 回となっていくと、「針が下になってとまる割合」は 0.437、0.437、0.438、0.438、0.438 となっていて、小数第一位や小数第二位の数は変化しません。つまり、投げる回数が少ないうちは、「針が下になって止まる割合」は結構増えたり減ったり変化するのですが、投げる回数が多くなればなるほど、「針が下になって止まる割合」はほとんど変化しなくなっていきます。この表をみて想像すると、投げる回数をさらに増やして実験していけば、「針が下になって止まる割合」はきっと 0.438 ぐらいの数に近づいていくと思われますね。

問 19. ペットボトルのふたを 1 つ用意して、何度も何度も投げる実験をしてください。そのとき、ペットボトルのふたが「表になって止まった回数をちゃんと記録して、次の表を完成してください。ただし、「表になって止まった割合」の欄には、小数第四位を四捨五入して、小数第三位までの数を記入してください。表が完成したら、表のあとの問にも答えてください。

投げた回数	10	20	30	40	50	60	70	···
表になって止まった回数								···
表になって止まった割合								···

···	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
···										
···										

あなたが作った表をよく見て答えてください。

(1) 投げる回数が少ないとき、つまり投げる回数が 10 回、20 回、30 回、40 回、50 回ぐらいのとき、「表になって止まった割合」の小数第一位や小数第二位の数は結構変化しましたか？

(2) 投げる回数が多くなったとき、つまり投げる回数が 600 回、700 回、800 回、900 回、1000 回ぐらいのとき、「表になって止まった割合」の小数第一位や小数第二位の数は結構変化しましたか？

(3) 投げる回数を多くすれば多くするほど、「表になって止まった割合」はどんな数に近づいていくと思われますか。

答えを見る

さて、問 19 ではあなたにも本当に実験をしてもらったわけですが、いかがでしたか？まさか、実験しなかったなんて言わないですよね。数学でも、実際にやってみるということは大切なことなのです。

それでは、本題に戻りましょう。ここまで、自分の頭を使って考えてきた人は、次のようなことがわかったと思います。

確率ってそもそもなに？ (その 2)

1 つの実験を何度も何度もひたすら繰り返したとします。実験の回数が少ないうちは、「注目している出来事が起こる割合」は結構揺れ動きます。しかし、実験の回数を多くしていくほど、「注目している出来事の起きる割合」はほとんど揺れ動かなくなっていき、ある一定の数に近づくということが起こります。（なぜ、そうなるのかはわからないのですが、この世の中は、どうもそうなっているらしいのです。）そして、**この一定の数を、注目している出来事が起きる確率と考えることにする**のです。つまり、同じことを何度も何度も繰り返したときに、注目した出来事の起こった割合のことを確率と呼んでいるのです。

問 20. 以下の問に答えなさい。

(1) 問 18 であなたが作った表を見て答えてください。この画びょうを 1 回投げる実験では、「針が下になって止まる」という出来事の起きる確率はどれだけだと考えられますか。

(2) 問 19 であなたが作った表を見て答えてください。このペットボトルのふたを 1 回投げる実験では、「表になって止まる」という出来事の起きる確率はどれだけだと考えられますか。

答えを見る

1.5　二つの確率の関係

私たちはこれまでに、二つの種類の「確率」を学びました。

1 つは、19 ページから始まる 1.2 節で学んだ確率で、次のようなものでした。

確率ってそもそもなに？（その 1）

ある実験をすることにします。このとき、起こりうることが全部で n 通りあるとします。ただし、これらの n 通りの出来事は、同様に確からしいとします。（つまり、n 通りのどの出来事も、起こりやすさは同じになっているとします。）また、この実験で起こりうる n 通りの出来事のうち、注目している出来事が a 通りあるとします。

このとき、この実験では、

$$\text{注目している出来事が起こる確率は } \frac{a}{n} \text{ である}$$

と考えることに決めるのです。

覚えていますか。忘れてしまった人は、1.2 節を全て復習してください。

もう 1 つは、48 ページから始まる 1.4 節で学んだ確率で、次のようなものでした。

確率ってそもそもなに？(その 2)

1 つの実験を何度も何度もひたすら繰り返したとします。実験の回数が少ないうちは、「注目している出来事が起こる割合」は結構揺れ動きます。しかし、実験の回数を多くしていくほど、「注目している出来事の起きる割合」はほとんど揺れ動かなくなっていき、ある一定の数に近づくということが起こります。(なぜ、そうなるのかはわからないのですが、この世の中は、どうもそうなっているらしいのです。) そして、**この一定の数を、注目している出来事が起きる確率と考えることにする**のです。つまり、同じことを何度も何度も繰り返したときに、注目した出来事の起こった割合のことを確率と呼んでいるのです。

覚えていますか。忘れてしまった人は、1.4 節を全て復習してください。

「確率」とひと言で言っても、このように二つの考え方があるわけですね。そこで、この二つの確率の関係を考えるために次のようなことを考えてみようと思います。

疑問　サイコロを 1 つ用意し、1 回投げる実験をします。そして「5 の目が出る」という出来事に注目します。

「確率ってそもそもなに？（その 1)」の考え方によると、「5 の目が出る」という出来事の起こる確率は $\dfrac{1}{6}$ ですよね。小数にすると $0.16666\cdots$ ですね。（ここまで大丈夫ですよね。起こりうることは全部で 6 通りあり、これらの 6 通りの出来事はどれも同様に確からしくなっています。そして、注目している出来事、つまり「5 の目が出る」という出来事はもちろん 1 通りですね。）

「確率ってそもそもなに？（その 2)」の考え方によると、「5 の目が出る」という出来事の起こる確率を求めるには、何度も何度もサイコロを投げ、「投げた回数」と「5 の目が出た回数」を記録して表を作り、5 の目が出た割合を計算する必要がありますね。そうしておいて、最後に、「投げる回数が多ければ多いほど、5 の目が出る割合がどんな数に近づいていくのか判断する」わけです。

それでは、「確率ってそもそもなに？（その 1)」の考え方で計算を使って求めた確

率の値と、「確率ってそもそもなに？（その 2)」の考え方で実験をひたすら繰り返して求めた確率の値は同じになるのでしょうか。つまり、サイコロをひたすら繰り返し投げることをしていくと、「5 の目が出た割合」はどんどん $0.16666\cdots$ という数に近づいていくのでしょうか。

さて、あなたの考えはどうですか？この疑問の答えを知るには、サイコロを何度も何度も繰り返し投げて、「投げた回数」と「5 の目が出た回数」を記録して表を作り、5 の目が出た割合を計算するしかありませんね。では、次の問であなたに実際やってもらうことにしましょう。

問 21. サイコロを 1 つ用意し、1 回投げる実験をします。そして「5 の目が出る」という出来事に注目します。

「確率ってそもそもなに？（その 1)」の考え方によると、「5 の目が出る」という出来事の起こる確率は $\dfrac{1}{6}$、つまり $0.16666\cdots$ です。ところで、「確率ってそもそもなに？（その 2)」の考え方で考えても、「5 の目が出る」という出来事の起こる確率は $0.16666\cdots$ となるのでしょうか。このこ疑問について調べるために次のことを行いなさい。

(1) サイコロを 1 つ用意し、何度も何度も投げる実験をしてください。そのとき、「5 の目が出た回数」をちゃんと記録して、次の表を完成してください。ただし、「5 の目が出た割合」の欄には、小数第四位を四捨五入して、小数第三位までの数を記入してください。

投げた回数	10	20	30	40	50	60	70	$\cdots$
5 の目が出た回数								$\cdots$
5 の目が出た割合								$\cdots$

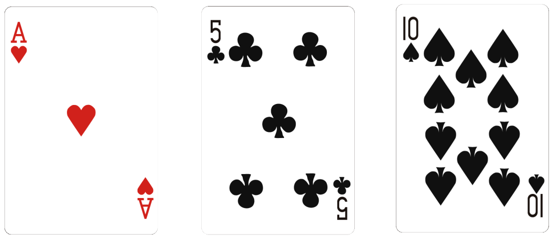
$\cdots$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$\cdots$										
$\cdots$										

(2) (1) であなたが作った表を見て答えなさい。サイコロをさらに 2000 回、3000 回、4000 回 $\cdots$ と投げていくと、「5 の目が出た割合」はどんな数に近づいていくような気がしますか？

答えを見る

問の解答

問 1. 『右のように、トランプのカードの中から、「ハートのエース」、「クラブの 5」、「スペードの 10」の 3 枚を用意します。これらのカードをよくまぜてから 1 枚引くという実験をするとどんな出来事が起こりうるでしょうか。起こりうることを全て書きなさい。また、起こりうることは全部で何通りなのか答えなさい。』という問題でした。



起こりうることは

- ハートのエースが出る
- クラブの 5 が出る
- スペードの 10 が出る

です。

ですから起こりうることは 3 通りです。

本文へ戻る

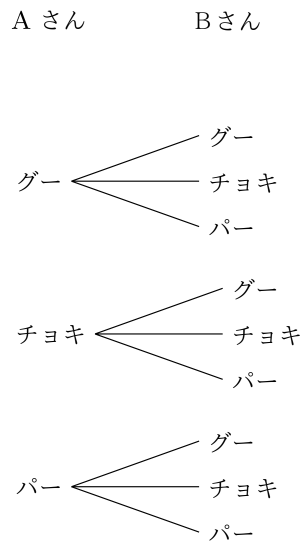
問 2. 『1 セットのトランプからジョーカーを除いておき、よく切ってから 1 枚引きます。起こりうることは全部で何通りですか。』という問題でした。

ジョーカーを除くと、トランプのカードには 4 種類の柄（スペード、クラブ、ハート、ダイヤ）があります。そしてどの柄にも 1 から 10 の番号のついたカードと J、Q、K のカード（絵札）があります。つまり、どの柄にも 13 枚のカードがあります。ですから全部で $4 \times 13 = 52$ 枚のカードがあるわけです。

ですから 1 セットのトランプからジョーカーを除いておき、よく切ってから 1 枚引くと、起こりうることは全部で 52 通りです。 本文へ戻る

問 3. 『A さん、B さんの 2 人がじゃんけんをします。樹形図を作って、起こりうることはどんなことなのか全て調べなさい。』という問題でした。

この場合、樹形図を作ると右のようになります。



じゃんけんでは、どの人も「グーを出す」、「チョキを出す」、「パーを出す」ということができます。ですから A さんはもちろん「グーを出す」こともできますし、「チョキを出す」を出すこともできますし、「パーを出す」を出すこともできます。ですからこの樹形図では「A さん」の下に、縦に「グー」、「チョキ」、「パー」が並んでいるのです。

また A さんが何を出そうと、B さんは「グーを出す」こともできますし、「チョキを出す」を出すこともできますし、「パーを出す」を出すこともできます。ですから、A さんの出す手の後ろから必ず 3 本の枝が出ているのです。

起こりうることはこの樹形図に全て書かれています。全部で 9 通りの出来事が起こりうるのです。 本文へ戻る

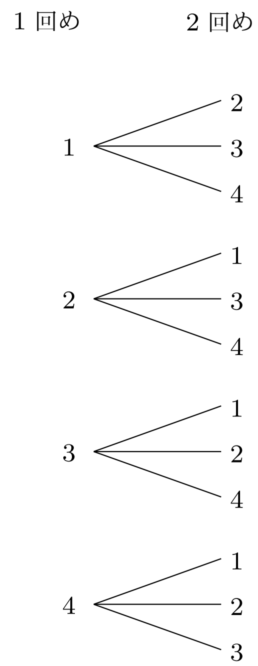
問 4. 『1、2、3、4 の数が 1 つずつ記入されている 4 枚のカードがあるとします。これらのカードをよく切ってまず 1 枚引き、出たカードの数を覚えます。次は、さっき引いたカードはもとへ戻さないで、もう 1 枚カードを引き出たカードの数を覚えます。(合計で 2 枚のカードを引いていますよね。)樹形図を作って、起こりうることはどんなことなのか全て調べなさい。』という問題でした。

この場合、樹形図を作ると右のようになります。

カードを 2 回ひくわけですね。

1 回めには「1 のカードが出る」こともありますし、「2 のカードが出る」こともありますし、「3 のカードが出る」こともありますし、「4 のカードが出る」こともあります。ですから、「1 回目」の下に、縦に「1」、「2」、「3」、「4」が並んでいるのです。

例えば 1 回目に「2 のカード」がでたとき、2 回目には「1 のカードが出る」こともありますし、「3 のカードが出る」こともありますし、「4 のカードが出る」こともあります。注意してください。この問題では 1 回目に出たカードはもとへ戻さないので 2 回目に「2 のカードが出る」ことはありません。ですから樹形図の「1 回目の 2」の後ろに再び「2」を書くわけにはいかないのです。というわけで、「1 回目の 2」から枝は 3 本しか出ません。



このように考えて右の樹形図は作られたのです。樹形図に起こりうることが全て書かれています。全部で 12 通りのことが起こりうるのです。

本文へ戻る

問 5. 『例題 2 の解答の中に登場した A さんと B 君の考えをよく思い出してください。そして、次の話を読んで以下の問に答えてください。』という問題でした。

「5 本のくじがあり、そのうちの 2 本は当たりくじです。このくじを 1 回引きます。このとき起こりうることはどんなことですか。全部答えなさい。」

(1) 『A さんの考えと同じように考えると、起こりうることはどんなことですか。全部答えなさい。』ということでした。

A さんの考えと同じように考えると、起こりうることは

「当たる」、「はずれる」

という 2 通りの出来事ですね。

(2) 『B 君の考えと同じように考えると、起こりうることはどんなことですか。全部答えなさい。』ということでした。

B 君の考えと同じように考えるには、まず、5 本のくじを 1 本 1 本区別する必要があります。つまり 5 本のくじに名前を付けて「くじ 1」、「くじ 2」、「くじ 3」、「くじ 4」、「くじ 5」と区別するのです。そして例えば、「くじ 1」、「くじ 2」はあたりくじで、「くじ 3」、「くじ 4」、「くじ 5」ははずれくじと考えるのです。

このように考えると、起こりうることは

「くじ 1 が出る」、「くじ 2 が出る」、「くじ 3 が出る」、「くじ 4 が出る」、「くじ 5 が出る」

という 5 通りの出来事ですね。

本文へ戻る

問 6. 『問 5 をきちんと考えた人のための問題です。世の中には起こりやすい出来事もあれば起こりにくいこともありますよね。このことをしっかり頭に入れてさっきの問 5 の話を続けることにします。』ということでした。

(1) 『問 5 の話では、A さんの考えのように考えるときっと、起こりうる出来事は

「くじが当たる」、「くじが外れる」

の 2 通りということになりそうですよね。そこであなたに質問です。「くじが当たる」という出来事と「くじが外れる」という出来事では、起こりやすさに違いはあるでしょうか。』という問題でした。

このくじ引きは、5 本中 2 本があたりで 3 本がはずれです。はずれのほうが多いのです。ですから、「くじが外れる」という出来事のほうが「くじが当たる」という出来事より起こりやすいことになります。

(2) 『問 5 の話では、B さんの考えのように考えるときっと次のようになると思われます。つまり、まず 5 本のくじに番号をつけて、「くじ①」、「くじ②」、「くじ③」、「くじ④」、「くじ⑤」と呼ぶことにします。そうすると、起こりうる出来事は、

「くじ①が出る」、「くじ②が出る」、「くじ③が出る」、「くじ④が出る」、「くじ⑤が出る」

の 5 通りということになりそうですよね。そこであなたに質問です。この 5 通りの出来事ですが、起こりやすさに違いはあるでしょうか。』という問題でした。

起こりやすさに違いはありませんね。

本文へ戻る

問 7. 2 枚の 10 円硬貨を同時に投げる話でした。

(1) 『「2 枚とも表が出る」、「1 枚は表が出て、もう 1 枚は裏が出る」、「2 枚とも裏が出る」という 3 通りの出来事があるわけですが、これら 3 通りの出来事の起こりやすさに違いはあるでしょうか。』ということでした。

「1 枚は表が出て、もう 1 枚は裏が出る」という出来事は「2 枚とも表が出る」という出来事や「2 枚とも裏が出る」という出来事より起こりやすいですね。

(2) 『2 枚の 10 円硬貨を区別してまず、「10 円その 1」と「10 円その 2」と呼ぶことにします。そう考えれば、「10 円その 1 は表が出て、10 円その 2 は表が出る」、「10 円その 1 は表が出て、10 円その 2 は裏が出る」、「10 円その 1 は裏が出て、10 円その 2 は表が出る」「10 円その 1 は裏が出て、10 円その 2 は裏が出る」という 4 通りの出来事がある事になります。ところで、この 4 通りの出来事ですが、起こりやすさに違いはあるでしょうか。』ということでした。

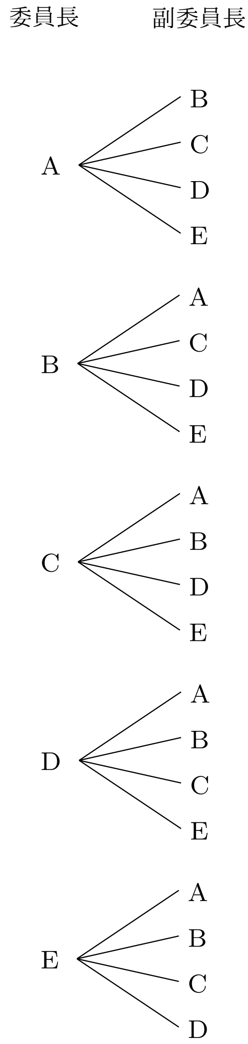
この 4 通りの出来事の起こりやすさに違いはありませんね。

本文へ戻る

問 8. 『A、B、C、D、E の 5 人の人の中から委員長と副委員長を 1 人ずつ選びます。何通りの選び方があるのか、樹形図を使って調べなさい。』という問題でした。

例題 3 の解答がきちんと理解できた人にはくどい説明は必要ないでしょう。樹形図は右のようになります。

全部で 20 通りあることがわかりますね。

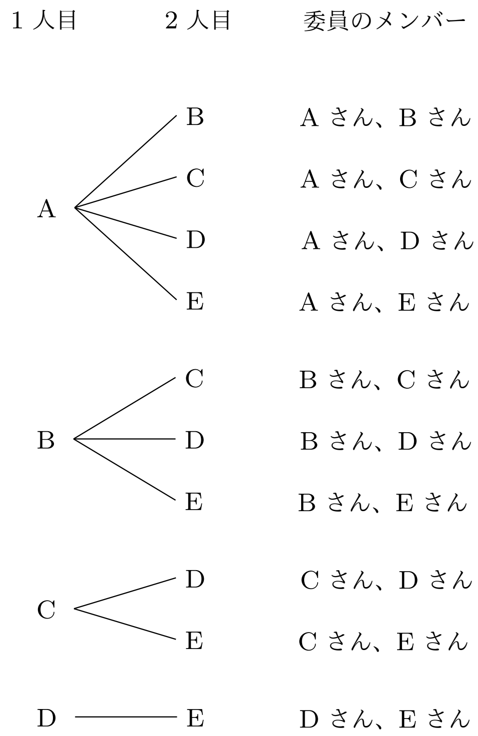


本文へ戻る

問 9. 『A、B、C、D、E の 5 人の人の中から 2 人の委員を選びます。何通りの選び方があるのか、樹形図を使って調べなさい。』という問題でした。

例題 4 の解答がきちんと理解できた人にはくどい説明は必要ないでしょう。樹形図は右のようになります。

全部で 20 通りあることがわかりますね。



本文へ戻る

問 10. 『正しく作られたサイコロを 1 個用意し、1 回投げる実験をします。これから、「6 の約数が出る」という出来事が起こる確率について考えます。次の問に順に答えることによって、丁寧に考えていきなさい。』ということでした。

(1) 『この実験では、起こりうることは全部で何通りですか。』という問題でした。

サイコロには 1 の目から 6 の目までがあります。ですから、サイコロを 1 個用意し、1 回投げると

「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、「4 の目が出る」、「5 の目が出る」、「6 の目が出る」

という 6 通りの起こりうることがあります。

(2) 『(1) で答えた出来事はどれも同様に確からしいですか。』という問題でした。

正しく作られたサイコロでは、(1) で答えた出来事の起こりやすさに違いはありませんね。こんなとき、数学では「(1) で答えた出来事はどれも同様に確からしい」と言うのでしたね。

(3) 『この問題の実験では「6 の約数が出る」という出来事に注目しているのでしたね。「6 の約数が出る」という出来事は何通りありますか。』という問題でした。

6 の約数は 1、2、3、6 ですね。ですから「6 の約数が出る」出来事というのは

「1 の目が出る」、「2 の目が出る」、「3 の目が出る」、「6 の目が出る」

という 4 通りあるわけです。

(4) 『もう一度 (1)、(2)、(3) の答えを考えに入れて、「この実験をしたときに 6 の約数が出る確率」を求めなさい。』という問題でした。

(1)、(2)、(3) によると、この実験では起こりうることが全部で 6 通りあり、それら 6 通りの出来事は同様に確からしくなっていて、注目している出来事は 4 通りあるわけです。

ですから

$$6\text{ の約数が出る確率} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ということになります。

本文へ戻る

問 11. 『1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 の数を 1 つずつ記入した 10 枚のカードがあります。このカードをよく切って 1 枚引くことにします。次の問に答えなさい。』ということでした。

(1) 『引いたカードが 3 の倍数である確率を求めなさい。』という問題でしたね。

- 起こりうることは全部で 10 通りでこれら 10 通りの出来事は同様に確からしい
- 3 の倍数が出るのは「3 が出る」、「6 が出る」、「9 が出る」の 3 通り

ですよね。ということは

$$\text{引いたカードが 3 の倍数である確率} = \frac{3}{10}$$

ですね。

(2) 『引いたカードが 8 の約数である確率を求めなさい。』という問題でしたね。

- 起こりうることは全部で 10 通りでこれら 10 通りの出来事は同様に確からしい
- 8 の約数が出るのは「1 が出る」、「2 が出る」、「4 が出る」、「8 が出る」の 4 通り

ですよね。ということは

$$\text{引いたカードが 8 の約数である確率} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

ですね。

本文へ戻る

問 12. 『ジョーカーを除く 52 枚のトランプのカードをよく切ってから 1 枚引きます。そのカードがスペードである確率を、次の問に順に答えることによって、丁寧に考えていきなさい。』ということでした。

(1) 『起こりうることは全部で何通りありますか。』という問題でしたね。

ジョーカーを除くトランプのカードは 52 枚あり全部違うカードです。ですから、よく切ってから 1 枚引くとき、起こりうることは全部で 52 通りあります。

(2) 『起こりうることはどれも同様に確からしいですか。』という問題でしたね。

どれかが出やすくてどれかが出にくいなんてことはありませんね。ですから 52 通りの起こりうることはどれも同様に確からしいと言えます。

(3) 『注目している出来事、つまり「スペードが出る」という出来事は何通りありますか。』という問題でしたね。

スペードのカードは全部で 13 枚あります。ですから「スペードが出る」という出

来事は 13 通りあります。

(4) 『引いたカードがスペードである確率を求めなさい。』という問題でしたね。

- 起こりうることは全部で 52 通りでこれら 52 通りの出来事は同様に確からしい
- スペードが出るという出来事は 13 通り

ですよね。ということは

$$\text{引いたカードがスペードである確率} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

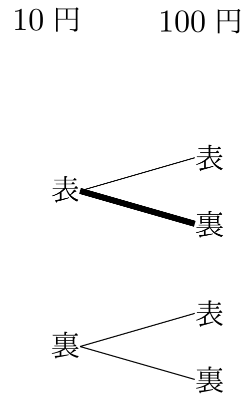
ですね。

本文へ戻る

問 13. 10 円硬貨を 1 枚と 100 円硬貨を 1 枚用意し、同時に投げる実験についての問題でした。

(1) 『10 円硬貨は表、100 円硬貨は表となる確率を求めなさい。』という問題でしたね。

右の樹形図を見てください。



起こりうることはこの樹形図に全て描かれています。起こりうることは全部で 4 通りでこれら 4 通りの出来事はどれも同様に確からしいわけです。

10 円硬貨は表、100 円硬貨は表となる出来事は右の樹形図で枝が太くなっているところです。つまり 1 通りあるわけです。

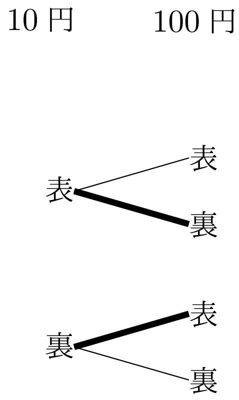
以上の調査から

$$\text{10 円硬貨は表、100 円硬貨は表となる確率} = \frac{1}{4}$$

ということがわかります。

(2) 『表と裏が 1 枚ずつ出る確率を求めなさい。』という問題でしたね。

右の樹形図を見てください。



起こりうることはこの樹形図に全て描かれています。

起こりうることは全部で 4 通りでこれら 4 通りの出来事はどれも同様に確からしいわけです。

表と裏が 1 枚ずつ出る出来事は右の樹形図で枝が太くなっているところです。つまり 2 通りあるわけです。

以上の調査から

$$\text{表と裏が 1 枚ずつ出る確率} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

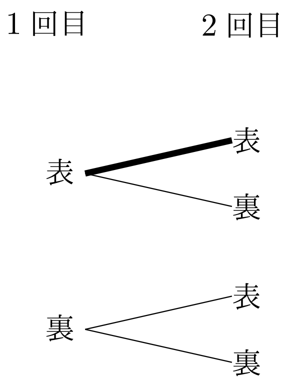
ということがわかります。

本文へ戻る

問 14. 1 枚の 100 円硬貨を 2 枚用意しておき、2 回投げる実験についての問題でした。

(1) 『1 回目に表、2 回目に裏が出る確率を求めなさい。』ということでした。

右の樹形図を見てください。



起こりうることはこの樹形図に全て描かれています。起こりうることは全部で 4 通りでこれら 4 通りの出来事はどれも同様に確からしいわけです。

1 回目に表、2 回目に裏が出る出来事は右の樹形図で枝が太くなっているところです。つまり 1 通りあるわけです。

以上の調査から

$$\text{1 回目に表、2 回目に裏が出る確率} = \frac{1}{4}$$

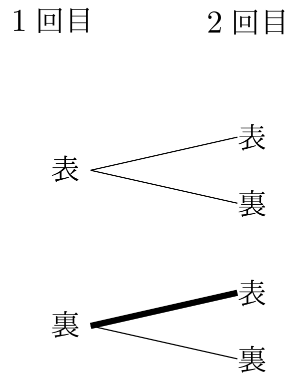
ということがわかります。

(2) 『1 回目に裏、2 回目に表が出る確率を求めなさい。』ということでした。

右の樹形図を見てください。

起こりうることはこの樹形図に全て描かれています。起こりうることは全部で 4 通りでこれら 4 通りの出来事はどれも同様に確からしいわけです。

1 回目に裏、2 回目に表が出る出来事は右の樹形図で枝が太くなっているところです。つまり 1 通りあるわけです。



以上の調査から

$$1\text{ 回目に裏、}2\text{ 回目に表が出る確率} = \frac{1}{4}$$

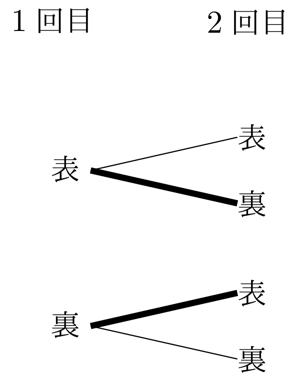
ということがわかります。

(3) 『とにかく表と裏が 1 回ずつ出る確率を求めなさい。』ということでした。

右の樹形図を見てください。

起こりうることはこの樹形図に全て描かれています。起こりうることは全部で 4 通りでこれら 4 通りの出来事はどれも同様に確からしいわけです。

とにかく表と裏が 1 回ずつ出る出来事は右の樹形図で枝が太くなっているところです。つまり 2 通りあるわけです。



以上の調査から

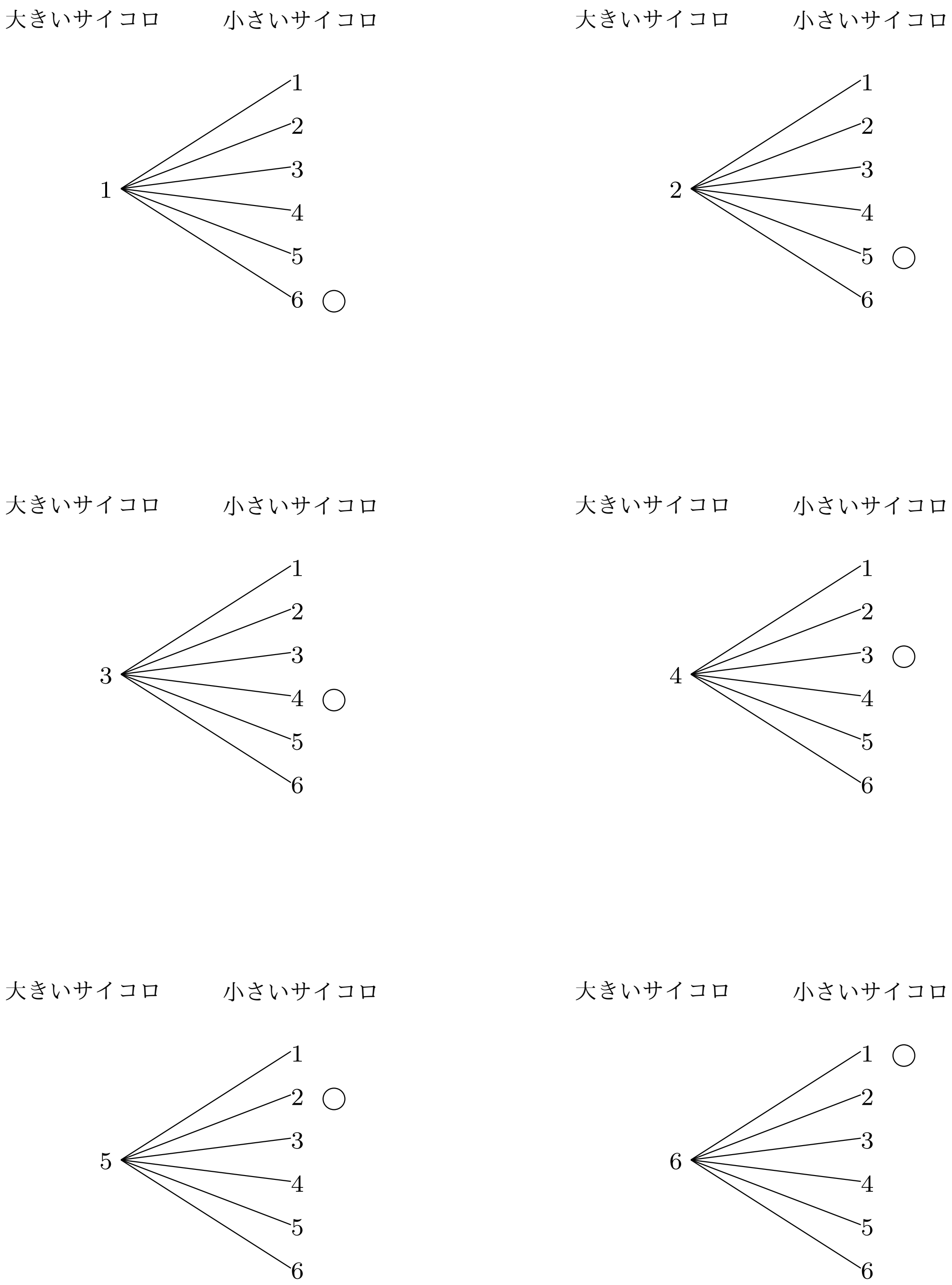
$$\text{とにかく表と裏が }1\text{ 回ずつ出る確率} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

ということがわかります。

本文へ戻る

問 15. 大、小 2 つのサイコロを用意し、同時に投げる実験についての問題でした。

(1) 『出る目の和が 7 になる確率を求めなさい。』ということでした。次の樹形図を見てください。



この樹形図には、起こりうることが全て書かれています。数えてみればわかります

が、起こりうることは全部で 36 通りです。

そしてこの樹形図では、慎重に「出る目の和が 7 になる出来事」を全て探し、丸印を付けておきました。間違わないように数えてみると、「出る目の和が 7 になる出来事」は 6 通りあることがわかります。

ですから

$$= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

であることがわかります。

(2) 『出る目の和が 10 以上になる確率を求めなさい。』という問題でした。

きっとそろそろあなたも、樹形図や表を作らなくても、起こりうることは全部で 36 とおりであることがわかるようになっていることでしょう。

というわけで、ここではちょっと手抜きをして、樹形図や表を作らないで考えてみることにします。（さっきの樹形図を使ってもいいんですけどね。）

「出る目の和が 10 以上になる」と言っても、「出る目の和が 10 になる場合」と「出る目の和が 11 になる場合」と「出る目の和が 12 になる場合」がありますよね。それぞれの場合にわけて調べてみます。

- 出る目の和が 10 になる場合
  サイコロの目は一番大きくても 6 ですから、サイコロの目が 1 とか 2 とか 3 では話になりません。一番小さくても 4 なわけです。このことを考えに入れて調べてみると、

  「大のサイコロが 4 で小のサイコロが 6」、
  「大のサイコロが 5 で小のサイコロが 5」、
  「大のサイコロが 6 で小のサイコロが 4」

  という 3 通りであることがわかります。
- 出る目の和が 11 になる場合
  サイコロの目は一番大きくても 6 ですから、サイコロの目が 1 とか 2 とか 3 と

か 4 では話になりません。一番小さくても 5 なわけです。このことを考えに入れて調べてみると、

「大のサイコロが 5 で小のサイコロが 6」、

「大のサイコロが 6 で小のサイコロが 5」、

という 2 通りであることがわかります。

- 出る目の和が 12 になる場合

  サイコロの目は一番大きくても 6 ですから、サイコロの目が 1 とか 2 とか 3 とか 4 とか 5 では話になりません。一番小さくても 6 なわけです。このことを考えに入れて調べてみると、

  「大のサイコロが 6 で小のサイコロが 6」、

  という 1 通りであることがわかります。

以上の調査から、「出る目の和が 10 以上になる」のは

$$3 + 2 + 1 = 6 \text{通り}$$

であることがわかります。

全部でとにかく起こりうることは 36 通りでしたから、

$$\text{出る目の和が 10 以上になる確率} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

であることがわかります。

(3) 『出る目の積が 6 になる確率を求めなさい。』という問題でした。

出る目の積が 6 になるのは、

「大のサイコロが 1 で小のサイコロが 6」、

「大のサイコロが 2 で小のサイコロが 3」、

「大のサイコロが 3 で小のサイコロが 2」、

「大のサイコロが 6 で小のサイコロが 1」

という 4 通りであることがわかります。

全部でとにかく起こりうることは 36 通りでしたから、

$$\text{出る目の積が 6 になる確率} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

であることがわかります。

(4) 『同じ目が出る確率を求めなさい。』という問題でした。

同じ目が出るのは、

「大のサイコロが 1 で小のサイコロが 1」、

「大のサイコロが 2 で小のサイコロが 2」、

「大のサイコロが 3 で小のサイコロが 3」、

「大のサイコロが 4 で小のサイコロが 4」、

「大のサイコロが 5 で小のサイコロが 5」、

「大のサイコロが 6 で小のサイコロが 6」

という 6 通りであることがわかります。

全部でとにかく起こりうることは 36 通りでしたから、

$$\text{同じ目が出る確率} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

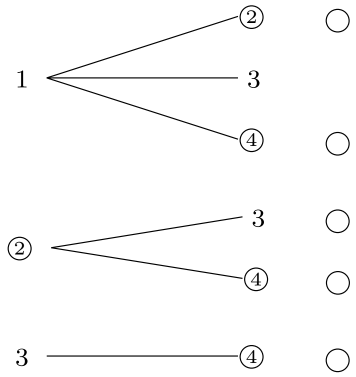
であることがわかります。

本文へ戻る

問 16. 『1、2、3、4 の数が 1 つずつ記入されている 4 枚のカードがあるとします。この 4 枚のカードをよく切って同時に 2 枚を取り出す実験をします。少なくとも 1 枚が偶数のカードになっている確率を求めなさい。』という問題でした。

まず、念のため確認しておきます。カードをを同時に 2 枚とり出すくと、「1 枚も偶数が出ない」とか「1 枚だけ偶数」とか「2 枚とも偶数」ということが起こりますね。このうちの、「1 枚だけ偶数」という出来事と「2 枚とも偶数」という出来事をあわせた出来事を「少なくとも 1 枚が偶数」といっているのですね。

では右の樹形図を見てください。この樹形図には起こりうることが全て書かれています。また、わかりやすくするために偶数の番号をまるで囲んであります。そして、「少なくとも 1 枚が偶数となる出来事」の横に丸印を付けておきました。



この樹形図を見て間違わないように数えてみると、

起こりうることは全部で 6 通り

少なくとも 1 枚が偶数のカードになっている出来事は 5 通り

であることがわかります。ですから

$$1\text{ 枚が偶数のカードになっている確率} = \frac{5}{6}$$

ということになります。

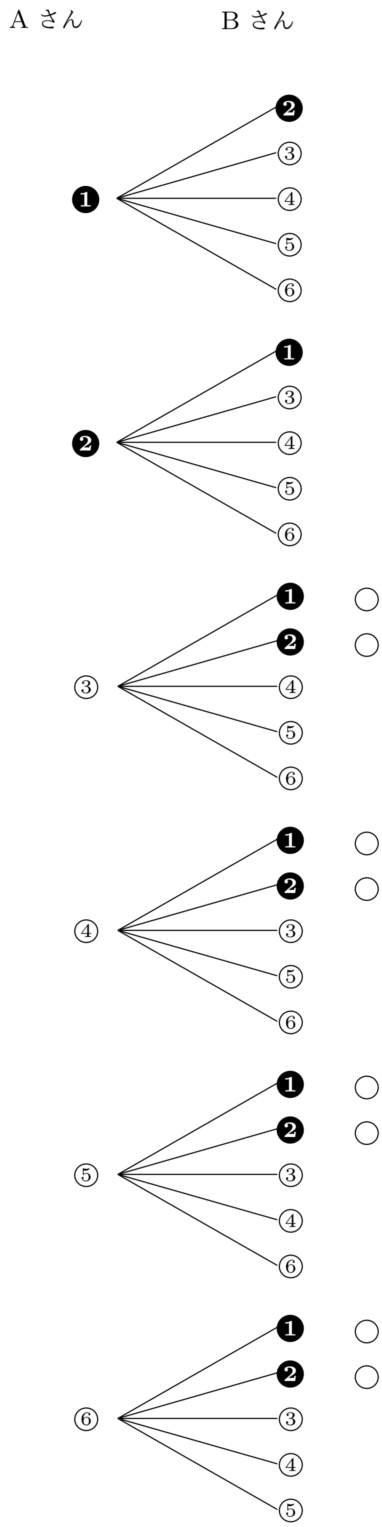
本文へ戻る

問 17. 『6 本のうち 2 本のあたりが入っているくじがあります。このくじを A さんと B さんがそれぞれ引くことにしますが、初めに A さんが引き、次に B さんが引くことにします。ただし、このくじ引きは、普通のくじ引きと同じように、一度引いたくじはもとには戻しません。樹形図をまじめに作って、以下の問に答えなさい。』ということでした。

確率の計算では、起こりやすさが同じ出来事を対等に扱わなければならないので、6 本のくじに番号をつけて、❶、❷、③、④、⑤、⑥と呼ぶことにしましょう。また、❶、❷があたりで、③、④、⑤、⑥がはずれであることにします。

(1) 『A さんははずれ、B さんはあたる確率を求めなさい。』ということでした。

右の図を見てください。これが完成した樹形図です。この樹形図には,、このくじを A さん、B さんの順に引くときに起こりうる出来事が全て書かれています。A さんがくじを引くとくじは 1 本減るので、残っているくじは 4 本になります。つまり、B さんは、残っている 4 本のくじの中からくじを引くわけです。ですから樹形図では、A さんの引いたくじの番号から、必ず 4 本の枝が出ていることに注意しましょう。



この樹形図から、起こりうる出来事は全部で 30 通りであることがわかります。

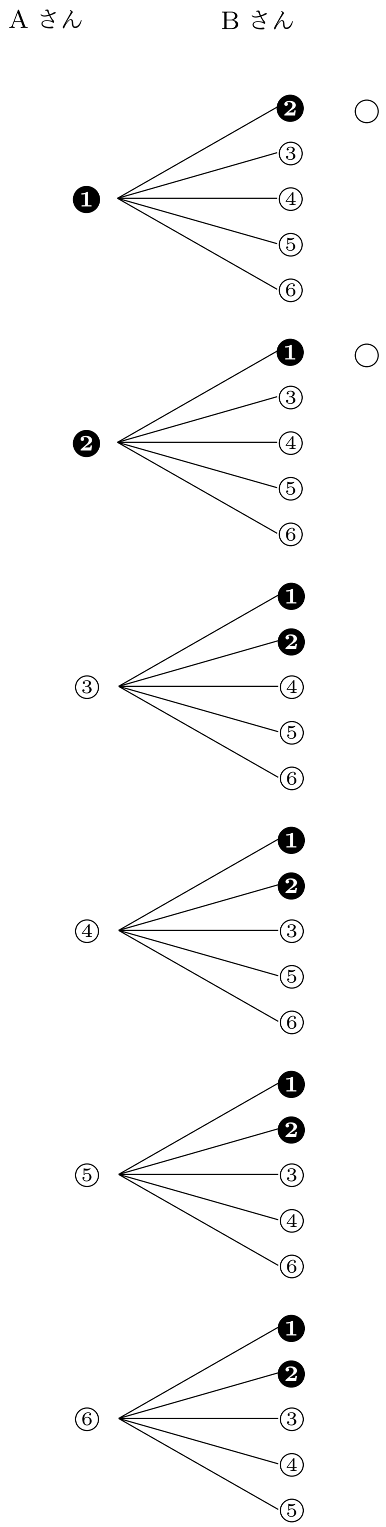
A さんははずれるので③、④、⑤、⑥のどれかを引いていることになります。B さんはあたるので、❶か❷を引いていることになります。では、右の樹形図を見て下さい。樹形図を慎重に見ながら、このような出来事に丸印をつけてみました。A さんははずれ、B さんはあたる出来事は 8 通りありますね。

というわけで、

$$\text{A さんははずれ、B さんはあたる確率} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

となりますね。

(2) 『A さんはあたり、B さんもあたる確率を求めなさい。』ということでした。



右の図を見てください。これが完成した樹形図です。この樹形図には,、このくじを A さん、B さんの順に引くときに起こりうる出来事が全て書かれています。A さんがくじを引くとくじは 1 本減るので、残っているくじは 4 本になります。つまり、B さんは、残っている 4 本のくじの中からくじを引くわけです。ですから樹形図では、A さんの引いたくじの番号から、必ず 4 本の枝が出ていることに注意しましょう。

この樹形図から、起こりうる出来事は全部で 30 通りであることがわかります。

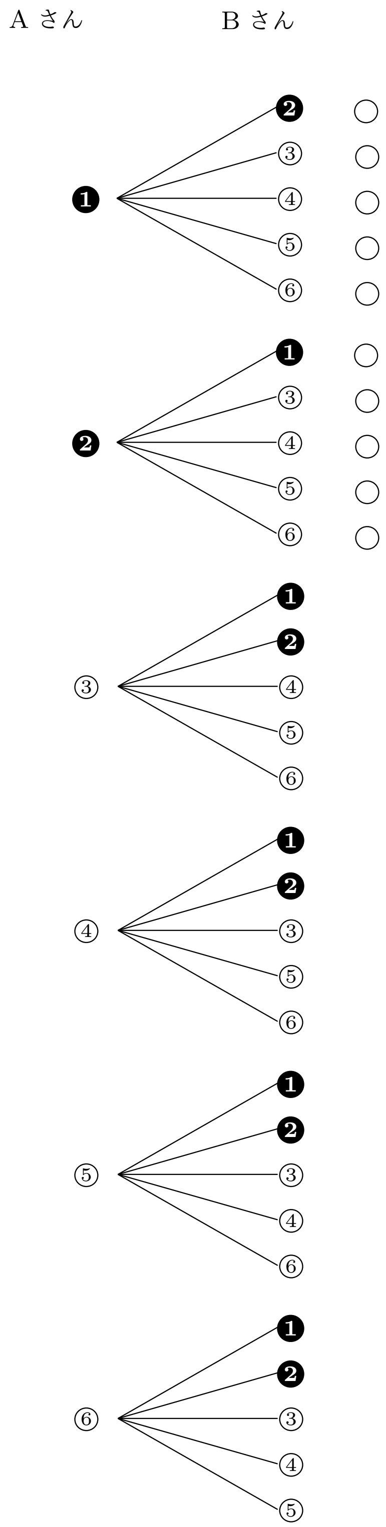
A さんはあたるので❶か❷を引いていることになります。B さんもあたるので、❶か❷を引いていることになります。では、右の樹形図を見て下さい。樹形図を慎重に見ながら、このような出来事に丸印をつけてみました。A さんはあたり、B さんもあたる出来事は 2 通りありますね。

というわけで、

$$\text{A さんははずれ、B さんはあたる確率} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

となりますね。

(3) 『とにかく A さんはあたる確率を求めなさい。つまり、A さんはあたりくじを引き、B さんはあたりでもはずれでもよい確率を求めなさい。』ということでした。



右の図を見てください。これが完成した樹形図です。この樹形図には,、このくじを A さん、B さんの順に引くときに起こりうる出来事が全て書かれています。A さんがくじを引くとくじは 1 本減るので、残っているくじは 4 本になります。つまり、B さんは、残っている 4 本のくじの中からくじを引くわけです。ですから樹形図では、A さんの引いたくじの番号から、必ず 4 本の枝が出ていることに注意しましょう。

この樹形図から、起こりうる出来事は全部で 30 通りであることがわかります。

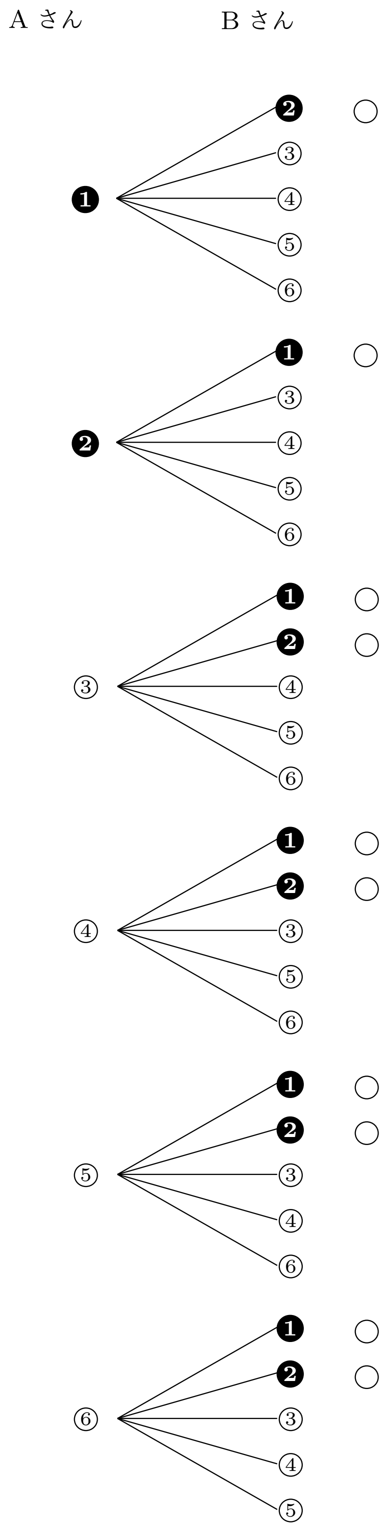
A さんはあたるので❶か❷を引いていることになります。B さんはあたりでもはずれでもよいので、何を引いてもよいことになります。では、右の樹形図を見て下さい。樹形図を慎重に見ながら、このような出来事に丸印をつけてみました。A さんはあたりくじを引き、B さんはあたりでもはずれでもよい出来事は 10 通りありますね。

というわけで、

$$\text{とにかく A さんはあたる確率} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

となりますね。

(4) 『とにかく B さんはあたる確率を求めなさい。つまり、A さんはあたりでもはずれでもよく、B さんはあたりくじを引く確率を求めなさい。』ということでした。



右の図を見てください。これが完成した樹形図です。この樹形図には,、このくじを A さん、B さんの順に引くときに起こりうる出来事が全て書かれています。A さんがくじを引くとくじは 1 本減るので、残っているくじは 4 本になります。つまり、B さんは、残っている 4 本のくじの中からくじを引くわけです。ですから樹形図では、A さんの引いたくじの番号から、必ず 4 本の枝が出ていることに注意しましょう。

この樹形図から、起こりうる出来事は全部で 30 通りであることがわかります。

A さんはあたりでもはずれでもよいので、何を引いてもよいことになります。B さんはあたるので❶か❷を引いていることになります。では、右の樹形図を見て下さい。樹形図を慎重に見ながら、このような出来事に丸印をつけてみました。A さんはあたりくじを引き、B さんはあたりでもはずれでもよい出来事は 10 通りありますね。

というわけで、

$$\text{とにかく B さんはあたる確率} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

となりますね。

(5) 『(3) と (4) の答えを求めることができた人のための問題です。このくじ引きでは、初めにくじを引く人と、あとからくじを引く人ではどちらが有利だと思いますか。』という問題でした。

この問題では、先にくじを引くのは A さんでした。そして、(3) を解いた人は、

$$\text{とにかく A さんはあたる確率} = \frac{1}{3}$$

であることがわかりましたね。

この問題では、あとからくじを引くのは B さんでした。そして、(4) を解いた人は、

$$\text{とにかく B さんはあたる確率} = \frac{1}{3}$$

であることがわかりました。

つまり、このくじ引きでは、先に引いてもあとから引いてもあたる確率は $\frac{1}{3}$ なのです。ですからどちらが有利ということはありません。先にひいても、あとから引いても、あたりやすさは同じです。

本文へ戻る

問 18. 本文に戻ってください。この問題の次に答えが書いてあります。 本文へ戻る

問 19. 『ペットボトルのふたを 1 つ用意して、何度も何度も投げる実験をしてください。そのとき、ペットボトルのふたが「表になって止まった回数をちゃんと記録して、次の表を完成してください。ただし、「表になって止まった割合」の欄には、小数第四位を四捨五入して、小数第三位までの数を記入してください。表が完成したら、表のあとの問にも答えてください。』という問題でした。

この問題は、あなたが実際に「ペットボトルのふたを 1 つ用意して、何度も何度も投げる実験」をしないとどうしようもありません。人によって得られる数値には微妙な違いがあることでしょう。

言えることは、

- 投げる回数が少ない時は「表になって止まった割合」の数値は結構揺れ動くことがあるけれども投げる回数が多くなるほど「表になって止まった割合」の数値はあまり揺れ動下なくなる。
- 投げる回数が多くなればなるほど「表になって止まった割合」の数値はある数に近づいていく。

ということです。

現在日本で使われているペットボトルのふたでは、大抵の場合、「表になって止まった割合」は 0.19 ぐらいになるようです。 本文へ戻る

問 20. 確率の意味に関する問題でした。

(1) 『問 18 であなたが作った表を見て答えてください。この画びょうを 1 回投げる実験では、「針が下になって止まる」という出来事の起きる確率はどれだけだと考えられますか。』ということでしたね。

問 18 の表をもう一度次に書いておきます。

投げた回数	10	20	30	40	50	60	70	···
針が下になって止まった回数	6	8	15	18	21	27	31	···
針が下になって止まった割合	0.600	0.400	0.500	0.450	0.420	0.450	0.443	···

···	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
···	47	93	136	179	221	262	306	350	394	438
···	0.470	0.465	0.453	0.448	0.442	0.437	0.437	0.438	0.438	0.438

この表を見ると、「針が下になって止まる」という出来事の起きる割合はどんどん 0.437 から 0.438 程度の数に近づいていることがわかります。ですから「針が下になって止まる」という出来事の起きる確率も 0.437 から 0.438 程度ということにな

ります。

(2) 『問 19 であなたが作った表を見て答えてください。このペットボトルのふたを 1 回投げる実験では、「表になって止まる」という出来事の起きる確率はどれだけだと考えられますか。』ということでしたね。

ペットボトルのふたを 1 回投げる実験はあなたに実行してもらったのでした。ですからあなたの得たデータがないと答えようがありません。

しかし、どうも、現在日本で使われているペットボトルのふたでは、大抵の場合、「表になって止まった割合」は 0.19 ぐらいの数に近づくようです。この場合は、「表になって止まる」という出来事の起きる確率は 0.19 ぐらいということになります。

本文へ戻る

問 21. 『サイコロを 1 つ用意し、1 回投げる実験をします。そして「5 の目が出る」という出来事に注目します。

「確率ってそもそもなに？（その 1)」の考え方によると、「5 の目が出る」という出来事の起こる確率は $\frac{1}{6}$、つまり $0.16666\cdots$ です。ところで、「確率ってそもそもなに？（その 2)」の考え方で考えても、「5 の目が出る」という出来事の起こる確率は $0.16666\cdots$ となるのでしょうか。このこ疑問について調べるために実験を行いなさい。』ということでしたが、これはあなたに実際にやってもらうしかありません。

実は面白いことに、正しく作られているサイコロでは、サイコロを 2000 回、3000 回、4000 回 $\cdots$ と投げていくと、「5 の目が出た割合」はどんどん $\frac{1}{6}$（つまり $0.1666\cdots$）に近づいていってしまうのです。

つまり「確率ってそもそもなに？（その 1)」の考え方で計算を使って求めた確率の値と、「確率ってそもそもなに？（その 2)」の考え方で実験をひたすら繰り返して求めた確率の値は同じになるのです。

本文へ戻る