方程式 2（連立方程式)

2015 年 2 月 9 日

目次

このテキストの使いかた

日頃の学習では・・・

- テキストをていねいに読んでいきましょう。

  このテキストは、きちんと言葉を使っててていねいな説明が書かれています。記号や数式が並んでいるだけの、意味不明のものではありません。ひとことひとこと言葉を大切にして、解き方ではなく考え方を学び取るようにしてください。そして、書いてあることに対して、「あーそういうことか」とか「えーよくわからない」とか「これ、ちがうんじゃないの？」といった反応をしてください。数学は自分の頭を使って考えていく科目ですから立ち止まって考えることがとても大切なのです。

- テスト直前に勉強を始めるのではなく、テストで力を発揮できるように前もって準備をしておきましょう。

  数学のように、自分の頭を使って「あーでもない、こーでもない」と考えながら学んでいく科目では、学習を始めてからしばらくの間はなかなか成果が出ない事があります。しかし少し我慢をして学習を続けていくうちに、あるとき、驚くような力が付いていることに気づくことがあります。 つまり、実力は初めのうちはゆっくり伸びていき、あとからぐんと伸びることが多いのです。

- 例題を学ぶときには、解答を読む前に、できればまず自分の力で解くことができるかどうか試してみましょう。

  数学の学習では、誰かから教わっただけのことよりも自分で悩んで考えたことの

ほうがよく身につきます。紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。

- 例題の学習ができたら、この問題がテストに出ても自分の力だけで解けるかどうか想像してみましょう。そして心配なものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- 問はもちろん、まず自分の力で解くことができるかどうか試してみてください。

  紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。そうすれば理解が深まるでしょう。

- 問を解き終わって答え合わせをしたら、間違ったものには印を付けておきましょう。

  日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。

- ひとつのひとつの節を読み終わったら、どんなことをその節で学んだのか思い出して「あらすじ」を言えるようにしておきましょう。紙と筆記用具を用意して、誰かにあらすじを伝えるにはどんなふうに説明すればよいか考え、文章を書いてみるととても効果があります。

  中学生に「今日は学校の数学の授業でどんなことを勉強したの？」と聞いてみると、「えーと、何だっけ、そうだ、傾きとか習った。」と断片的なことを言えたりすることはあるのですが、改めて、「へぇ、ところで傾きってなんなの？」と聞いてみると「えー、何だっけ、そうだ、なんか計算したり直線を描いてた。」ぐらいの答えしか返ってこないことが多いのです。専門用語を正しく言えるようになることも必要なことかもしれませんが、そんなことより大切なのは「どんなお話を学んだのか」ということです。数学は意味の無い記号操作を学ぶ科目ではなく、ちゃんとしたストーリーがあるものを学んでいるのです。ですから「お話のあらすじ」を理

解しておくことが大切なのです。

定期テスト対策では・・・

「日頃の学習」のところにも書いてありますが、数学のような科目は力がつくまでに時間のかかる科目です。テストに備えて十分な日数を確保しておきましょう。そして、「日頃の学習」で心配な例題や間違った問にちゃんと印を付けているとテスト対策が楽になります。

- テキストから試験範囲の例題や問を探して、印のついていないものがちゃんと解けるかどうか試してみましょう。
- 印を付けた例題や問を繰り返し復習して、テストに出ても大丈夫な問題を少しでも増やしておきましょう。

第1章

おさらい

1.1　ところで方程式ってなんだっけ？

これから、「連立方程式」と呼ばれているものを学びます。ところであなたは、そもそも「方程式」って何だったか覚えていますか？数学では、「式」がいろいろ出てきますが、「式」という言葉の前に「方程」なんて言葉がついているのですから、きっと普通の式とは違い、「何か特別な意味を持っている式」なのですね。方程式とはどんな意味を持っている式なのか、これからおさらいします。

数学では、「数」の代わりに「文字」を使うことが良くありますね。x とか y とか a とか b などの小文字のアルファベットとか、さらには X とか Y とか A とか B などの大文字のアルファベットを使ったりしますよね。これらの文字は、「数」の代わりとして使われるのでしたね。いくつか例を挙げることにしましょう。

(1) 例えば、$-3x+5y$ という「式」の中には、「x」と「y」という「文字」が使われています。もちろんこれらの文字は「数」の代わりに使われています。つまり、「いくつなのか言いたくないのだけれど、2 つの数 x と y があって、x を -3 倍した数に y を 5 倍した数をたして出来る数」を考えることにした人が「$-3x+5y$」という「式」を書くのです。

(2) (1) で、$-3x+5y$ という式のことを説明しましたが、その時、「いくつなのか言い

たくないのだけれど、2 つの数 x と y があって $\cdots$」と書きました。でも、文字を使う動機は、ほかにもあるのでしたね。「いくつなのか言いたくないから文字を使う」ばかりではなく、「いくつなのかわからないから文字を使う」ということもあるのです。そこで、次のような話を考えてみましょう。

「なぞの数があり、その数を 5 倍してからさらに 4 をひくと 11 になります。
それでは、このなぞの数っていったいいくつなのでしょう。」

さて、この話には、「いくつなのかわからない数」が出てきますね。(「なぞの数」ってやつですよ。) 数学では、このような時も文字を使うのでしたね。昔からの習慣で、なぞの数を表すとき、よく「x」という文字を使います。(別に、x でなくても何でも良いのですが、習慣でよく「x」が使われるのです。) では、ここでも、この話に出てきた「なぞの数」を x と呼ぶことにしましょう。(数の代わりに文字を使ったことになりますね。) そうすると、この話は、もう、文ではなく「式」で表すことが出来るのです。次のような、たった 1 行の式になるのです。

$$5x - 4 = 11$$

つまり、この、たった 1 行の式には「なぞの数があり、その数を 5 倍してからさらに 4 をひくと 11 になる。」という意味がこめられているのです。(これまでも詳しく学習してきたことですが、数学で使う「式」はみんな意味が込められています。どういう意味の式なのかを考えなかったり、意味を間違えたりすると大変なことになります。気をつけてくださいね。)

問 1. 次の文を式で表しなさい。文字は自分の好きな文字を使いなさい。

(1) なぞの数があり、その数を 2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、その数を -3 倍してからさらに 10 をたしてできる数は同じになる。

(2) なぞの数があり、その数を 2 乗してからさらに 6 をたしてできる数と、その数を -5 倍してできる数は同じになる。

(3) なぞの数が 2 つあり、一方の数を 2 倍してからさらに 1 をたしてできる数と、他方

の数を 5 倍してからさらに 7 をひいてできる数は同じになる。

答えを見る

では、話を先に進めることにしましょう。

この問の前まで、

$$5x - 4 = 11$$

という「式」について考えていました。この式には、文字 x が入っていますが、なぞの数（つまり、いくつなのかわからない数）なので文字を使っているのでしたね。そして、この式には「なぞの数 x があり、x を 5 倍してからさらに 4 をひくと 11 になる。なぞの数 x はいったいいくつなのか?」という意味が込められていました。つまり、この式はなぞの数を見つけようとするときに使う式なのです。このように、「なぞの数を見つけようとするときに使う式」のことを、数学では**方程式**と呼びます。

方程式とは

「なぞの数があるとします。そのなぞの数をこんなふうにして、さらにこんなふうにして $\cdots$ としてできる数と、そのなぞの数をあんなふうにして、さらにあんなふうにして $\cdots$ としてできる数が等しくなる。」ということを数式で表したものを**方程式**と呼びます。そして、このような式は、なぞの数を発見しようとするときに使うのです。

それではこれから、方程式の例をいくつかお見せしましょう。

例 1　なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x から 5 をひいたら -2 になるといいます。じゃぁ、このなぞの数 x はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$x - 5 = -2$$

という方程式を書けばよいのです。

例 2　なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x を 2 倍してから さらに 3 をたしたら

15 になるといいます。じゃぁ、このなぞの数 x はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$2x + 3 = 15$$

という方程式を書けばよいのです。

例 3　なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x を 2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、このなぞの数 x を -6 倍してからさらに -11 をひいてできる数が等しくなるといいます。じゃぁ、このなぞの数 x はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$2x + 3 = -6x - 11$$

という方程式を書けばよいのです。

例 4　なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x を 2 乗してからさらに 4 をひいてできる数と、このなぞの数 x を -6 倍してからさらに 4 をたしてできる数が等しくなるといいます。じゃぁ、このなぞの数 x はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$x^2 - 4 = -6x + 4$$

という方程式を書けばよいのです。

それでは、あなたにも「なぞの数を発見するために使う式」つまり方程式を作ってもらいましょう。次の問を考えてください。

問 2. 次の文をよく読んで、なぞの数を発見するための式（つまり方程式）を作りなさい。

(1) なぞの数 a があるとします。このなぞの数 a に 7 をたしたら -6 になるといいます。

(2) なぞの数 x があるとします。このなぞの数 x を -3 倍してからさらに 5 をたしてできる数と、このなぞの数 x を -2 倍してからさらに 2 をたしてできる数が等しくなるといいます。

(3) なぞの数 b があるとします。このなぞの数 b を 2 乗してからさらに 5 をたしてでき

る数と、このなぞの数 b を -3 倍してからさらに 3 をたしてできる数が等しくなるといいます。

答えを見る

では話を続けます。

なぞの数は 1 つとは限りません。なぞの数が 2 つあったり、3 つあったり、4 つあったり $\cdots$ のような話だって考えることは出来るからです。それでは、なぞの数が 2 つある話も考えてみることにします。次の例を見てください。

例 5　2 つのなぞの数 x と y があるとします。このなぞの数 x を -2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、もう 1 つのなぞの数 y を 4 倍してからさらに 2 をたしてできる数が等しくなるといいます。じゃぁ、この 2 つのなぞの数 x と y はいくつなのかなぁ？ということが気になった人は、

$$-2x + 3 = 4y + 2$$

という方程式を書けばよいのです。

問 3.　次の文をよく読んで、なぞの数を発見するための式（つまり方程式）を作りなさい。

(1) 2 つのなぞの数 a と b があるとします。このなぞの数 a を 2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、もう 1 つのなぞの数 b に 3 をたしてできる数は等しくなるといいます。

(2) 2 つのなぞの数 x と y があるとします。このなぞの数 x を -3 倍してからさらに、もう 1 つのなぞの数 y をひくと -5 になるといいます。

答えを見る

1.2　謎の数を発見するには（つまり方程式を解くには）

前の節では、「謎の数を見つけようとするときに使う式のことを 方程式と呼ぶ」ということを学びました。では、謎の数はどうやって見つけるのでしょうか。たとえ方程式を作ったとしても、謎の数が見つける方法が無ければ目的は達成できないですね。謎の数を

見つけるために方程式は役に立つのでしょうか。これからあなたと一緒に、ゆっくり考えていくことにしましょう。

1.2.1　式の形によって、謎の数の見つけ方は違うということ

前の節で、例や問の中にたくさんの方程式が出てきました。いくつか思い出してみましょう。例えば、例 1 から例 3 では「$x-5=-2$」、「$2x+3=15$」、「$2x+3=-6x+4$」という方程式が出てきました。また、例 4 では「$x^2-4=-6x+4$」という方程式が出てきました。これらは謎の数が 1 つだけの方程式ですね。またさらに、例 5 では「$-2x+3=4y+2$」という方程式が現れました。これは謎の数が 2 つある方程式ですね。このように、「方程式」とひと言で言っても色々なものがあるわけです。謎の数が 1 つのもの、2 つのもの、3 つのもの $\cdots$ などと謎の数の個数が違っていたりするわけです。きっと、謎の数が多ければ多いほど、謎の数を見つけるのは難しくなるのでしょうね。また謎の数が 1 つだけだとしても、式の形には違いがあるようです。このようなことを考えると、きっと、方程式の種類によって、謎の数を発見する方法は違っているのでしょう。

例 6　$5x-4=11$ という方程式について考えてみましょう。この式は、「謎の数 x があり、x を 5 倍してからさらに 4 をひいてできる数と 11 は同じ数である」という意味の式ですね。この方程式を使って謎の数 x を見つけるのはどうすればよいのでしょう？覚えていますよね。「等式を変形するときにやっても良いこと」を使うのでしたね。念のため、ここで「等式を変形するときにやっても良いこと」を思い出しておくことにします。（「等式を変形するときにやっても良いこと」は数学を学んでいるうちは、絶対に忘れてはいけない重要なことです。しっかり覚えてください。）

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 1

「=」で結ばれている 2 つのものを入れかえても、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側を入れかえて

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 2

「＝」で結ばれている 2 つのもののどちらにも、同じものをたしている限り、相変わらず「＝」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側に、同じ数または式をたして、

$$\boxed{} + \boxed{} = \boxed{} + \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 3

「＝」で結ばれている 2 つのもののどちらからも、同じものをひいている限り、相変わらず「＝」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{} = \boxed{}$$

という等式の左側と右側から、同じ数または式をひいて、

$$\boxed{} - \boxed{} = \boxed{} - \boxed{}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 4

「＝」で結ばれている 2 つのもののどちらにも、同じものをかけている限り、相変わらず「＝」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{\qquad\qquad} = \boxed{\qquad\qquad}$$

という等式の左側と右側に、同じ数または式をかけて、

$$\boxed{\qquad\qquad} \times \boxed{\qquad\qquad} = \boxed{\qquad\qquad} \times \boxed{\qquad\qquad}$$

という等式に書きかえても良いのです。

重要な事実：等式を変形するときにやってもよいことその 5

「＝」で結ばれている 2 つのもののどちらも、同じものでわる限り、相変わらず「＝」で結ばれたままになります。つまり、

$$\boxed{\qquad\qquad} = \boxed{\qquad\qquad}$$

という等式の左側と右側を、同じ数または式でわって、

$$\frac{\boxed{\qquad\qquad}}{\boxed{\qquad\qquad}} = \frac{\boxed{\qquad\qquad}}{\boxed{\qquad\qquad}}$$

という等式に書きかえても良いのです。ただし、「0 という数でわること」だけはやってはいけません。
（どうして 0 でわっていけないのか、あなたはもう知っていますよね。忘れてしまった人は正負の数のテキスト（このシリーズの）を探して、『$0 \div 3$ の答えは何？ $3 \div 0$ の答えは何？』の所をよく読みなおしましょう。）

どうでしたか？ちゃんと覚えていましたか？では、「等式を変形するときにやってもよいこと」を使って、$5x - 5 = 11$ という方程式を変形し、謎の数 x を発見することにしま

しょう。

$$5x - 4 = 11$$

という等式の左と右に 4 をたします。すると、

$$5x - 4 + 4 = 11 + 4$$

となります。この等式の見かけをマシにすると、

$$5x = 15$$

となります。

次にこの等式の左と右に $\frac{1}{5}$ をかけます。すると、

$$5x \times \frac{1}{5} = 15 \times \frac{1}{5}$$

となります。この等式の見かけをマシにすると、

$$x = 3$$

となるわけです。これで謎の数 x が発見できましたね。

例 7　$x^2 = 9$ という方程式について考えてみようと思います。これは、さっきの、例 6 で考えた、$5x - 4 = 11$ とはかなり式の形が違いますね。$x^2 = 9$ という方程式には「エックスの 2 乗」が出てきますが、$5x - 4 = 11$ 方程式には「エックスの 2 乗」は出てきません。ここが一番の違っているところです。

$x^2 = 9$ という方程式は、「謎の数 x があり、x を 2 乗すると 9 になる」という意味の式ですね。さて、あなたはこの謎の数 x の正体はわかりますか？答えを言ってしまうことにします。謎の数 x の正体は 3 または -3 なのです。本当ですよ。どちらも 2 乗すればちゃんと 9 になるでしょ。さて、この答え、どうやって見つけたのでしょう。何か操作や式変形をして見つけたのでしょうか。そうではありませんね。式の意味を良く考えること

によって、謎の数を見つけたのですね。「謎の数 x があり、x を 2 乗すると 9 になる」という意味の式だったので、「だったら 3 か -3 じゃんか」と思うわけです。

このように、式の意味を良く考えて、謎の数を見つけることもあるのです。しっかり肝に銘じておいてください。

例 6 と例 7 を比べるとわかるように、**方程式の中に現れている謎の数 x を見つける方法は 1 つではありません。方程式のタイプごとに、通用する方法が違う**のです。

そろそろおさらいを終わりにしますが、最後に、方程式の話をするときに使われる数学用語を思い出しておくことにします。方程式とは、謎の数を発見するために使われる式でした。そして、謎の数の正体のことを**方程式の解**と呼ぶのでしたね。また、謎の数を発見することを**方程式を解く**というのですね。

第2章

謎の数を表す文字が2つある方程式

まず、次の質問について考えてみることにしましょう。

質問 謎の数が 2 つあります。「片方の謎の数を 2 倍してできる数」と「もう片方の数」をたすと 1 になるといいます。それでは、この 2 つの謎の数はそれぞれいくつなのでしょうか。

謎の数がいくつなのか悩む前に、この質問を文章ではなく「式」にしてみます。謎の数を表すためには文字を使えばよいのでしたね。この質問には謎の数が 2 つ出てきます。ですから、文字も 2 つ必要になりますね。ここでは、片方の謎の数を x、もう片方の謎の数を y としましょう。そうすると、この質問の話は式で表すことができるようになります。質問の文章をよく読めば、次のような式ができるはずです。

$$2x + y = 1$$

これが、この質問に出てくる 2 つの謎の数を発見するための式、つまり方程式です。もう一度言っておきますが、謎の数が 2 つあるので、方程式の中に文字が 2 つ出てくるわけです。これから、このような、謎の数が 2 つある方程式について学んでいきます。

2.1　謎の数が 2 つある方程式が 1 つ出てくる話

謎の数が 2 つ出てくる方程式が 1 つあるとします。このとき、どうすれば、2 つの謎の数を発見できるのか考えようと思います。例を使って考えてみます。

例 8　$2x + y = 1$ という方程式で、謎の数 x と y を発見しようと思います。（つまり、この方程式の解を求めたいと思います。）

方程式の解を求める方法は、式のタイプによって違っているのでした。これは新タイプの方程式なので、どうすればよいのか良くわかりません。そこで、式をじっと見て、謎の数 x と y の正体をあててみようと思います。では、

$$2x + y = 1$$

という方程式をじっと見てみます。すると、あっ、

「x は 1 で y は -1 だ」

と気付きました。（どうやって気付いたの？と聞かれても困るのですが、これ本当ですよね。だって x が 1 で y は -1 だったら、$2x + y$ を計算すると、ちゃんと 1 になりますよね。）

さらにじっと式を見ていると、

「x は 2 で y は -3 でもいいじゃん」

と気付きました。（これも本当ですよね。だって x が 2 で y は -3 だったら、$2x + y$ を計算すると、ちゃんと 1 になりますよね。）

さらにじっと式を見て考えたら、

「x は 3 で y は -5 でも大丈夫」

と気付きました。またまた違う解が見つかってしまいました。（これも本当ですよね。だって x が 3 で y は -5 だったら、$2x + y$ を計算すると、ちゃんと 1 になりますよね。）

どうも、まだまだいくらでも「違う解」が見つかりそうです。

問 4. 例 8 がよく理解できた人のための問題です。

方程式 $2x + y = 1$ について、例 8 ではまだ見つけていない解を、あと 3 組見つけてください。

答えを見る

例 8 や問 4 を考えた人はわかったと思いますが、$2x + y = 1$ という方程式には、「違う解」がいくらでも、無数にあるわけです。どうも、次のようになっているようです。

重要な事実：2 つの文字が入った方程式が 1 つあると

$2x + y = 1$ という方程式のように、謎の数が 2 つある方程式では、違う解が、いくらでも無数にある（ようである）。

問 5. $2x + 3y = 4$ という方程式には、解がいくらでも無数にあると思われます。では、違う解を 5 組見つけてください。

答えを見る

念のためもう一度言っておきます。$2x + y = 1$ や $2x + 3y = 4$ のように、2 つの文字が入った方程式が 1 つあると解がいくらでも無数にあるわけです。なんか、大変なことになっているわけですね。

2.2　謎の数が 2 つある方程式が 2 つ出てくる話

ここからは、謎の数が 2 つあり式も 2 つある話を学びます。ではまず、あなたに質問です。

質問　謎の数が 2 つあります。「片方の数を 3 倍した数」と「もう片方の数を 2 倍した数」をたすと 11 になるといいます。それだけではなく、「片方の数」から「もう片方の数を 2 倍した数」をひくと 9 になるといいます。2 つの謎の数の正体は、それぞれいくつなのでしょうか。

この質問には、謎の数が 2 つ出てきます。ですから、この質問の文を式であらわす人は、文字が 2 つ必要になりますね。ところで、この質問には「これこれこうするとこうなります」という話が 2 つ出てきます。ということは、式も 2 つ作ることが出来ますね。

問 6. 今読んだばかりの「質問」の文を、2 つの式で表してください。文字は自分の好きなものを使ってください。 答えを見る

どうでしたか？この問 6 ですが、ちゃんと式は作れましたか？念のため、ここに答えを書いておきます。

2 つの謎の数を x、y とすると、

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$

となりますね。また、2 つの謎の数を a、b とした場合は、

$$\begin{cases} 3a + 2b = 11 \\ a - 2b = 9 \end{cases}$$

ですね。

補足：式が 2 つ出てくる方程式では、上のように、縦長（たてなが）の「中かっこ」を書いておき、中かっこの横に、2 つの式を縦に並べて書く習慣になっています。「中かっこ」を書くことにより、2 つの式はセットになっているということを強調しているのです。

では、さっきの質問について、さらに考えてみることにしましょう。

謎の数が 2 つ出てきていましたね。ここではその謎の 2 つの数を、それぞれ x、y と呼ぶことにします。すると、この質問の文を式にすると、さっきも書いておいたように、

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 & \cdots\cdots ① \\ x - 2y = 9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

となるわけですね。（この先、いろいろと説明していく都合で、それぞれの式に①や② という番号をつけておきました。）

それでは、この 2 つの式をじっと見て、x と y の正体をあてていくことにしましょう。

ところで、前に、謎の数が 2 つある方程式が 1 つあると、解がいくらでも無数にあるということを学びましたね。そこで、まず① 式について考えてみます。

$$3x + 2y = 11$$

という式をじっと見て、x と y の正体を考えてみると

・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

・・・・・・・・・・・・・・・・・

（1 分考えました。そうすると・・・）あっ、

「x は 1 で y は 4 だ」

と気付きました。（これ、正しいですよね。あなたも計算して確かめてください。）

さらにじっと見て考えると、あっ、

「x は 3 で y は 1 でも大丈夫だ」

と気付きました。（これも、正しいですよね。あなたも計算して確かめてください。）

もっと探してみます。まだまだ、いくらでも見つかるはずですよね。

①式をじっと見て、x と y の正体を考えてみると、あっ、

「x は 5 で y は -2 でも大丈夫だ」

と気付きました。（これも、正しいですよね。あなたも計算して確かめてください。）

さらに、

「x は 7 で y は -5 でも大丈夫だ」

と気付きました。（これも、正しいですよね。あなたも計算して確かめてください。）

もちろんまだまだ見つかるます。例えば、

「x は $\dfrac{5}{3}$ で y は 3」

でも良いのです。本当ですよ。あなたも計算して確かめてくださいね。分数が解になることもあるんですよ。分数が出てきたからといって、ビビらないでくださいね。

まだまだいくらでも見つけられるのですが、キリがないので、このあたりでやめておきます。ここまでの調査で見つけた解をまとめてみます。

x は 1 で y は 4	x は 7 で y は -5
x は 3 で y は 1	x は $\dfrac{5}{3}$ で y は 3
x は 5 で y は -2	その他いろいろ

でしたね。

ところで、ここまでは、①式、つまり $3x + 2y = 11$ のことだけ考えて、x と y の組を見つけてきました。でも、もう 1 つ式がありましたね。そう、②式です。もう一度、ここに②式を書いておくと、たしか、

$$x - 2y = 9 \qquad \cdots\cdots\ ②$$

という式でしたね。

謎の数 x と y は、①のとおりになっているだけではダメで、②のとおりにもならなければいけないわけですよね。そうすると、初め①をじっと見て、たくさん解を見つけたのですから、その中から②のとおりにもなっているものを選べば良さそうですね。

前に①だけをじっと見て発見した x と y の組を、もう一度右に書いておきます。この中から②、つまり $x - 2y = 9$ のとおりになるものを探します。上から一つ一つ試していきましょう。

$3x + 2y = 11 \cdots ①$ からみつけた解

- x は 1 で y は 4
- x は 3 で y は 1
- x は 5 で y は -2
- x は 7 で y は -5
- x は $\dfrac{5}{3}$ で y は 3
- その他いろいろ

x は 1 で y は 4 だったら、②の左側は、

$$1 - 2 \times 4 = 1 - 8 = -7$$

となってしまい 9 にはなりません。ダメということです。

x は 3 で y は 1 だったら、②の左側は、

$$3 - 2 \times 1 = 3 - 2 = -1$$

となってしまい 9 にはなりません。これもダメということです。

問 7.　ここまでちゃんと読んできたあなたに頼みます。この先を試して、うまくいくものを見つけてください。

答えを見る

どうでしたか？うまくいくものは見つかりましたか？

それでは、問 7 の答えをここに書いておきます。

「x は 5 で y は -2」であると、②のとおりになるのです。これ以外に、②のとおりになるものはありません。

これで、謎の数 x と y の正体がはっきりと 1 組に決まってしまいました。x は 5 で y は -2 だったのです。これが、質問の答えだったわけですね。

ここまでの話を簡単に振り返ってみましょう。

謎の数 x と y があるのでした。（謎の数は 2 つあるわけです。）そして x と y は、

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 & \cdots\cdots\ ① \\ x - 2y = 9 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

という 2 つの式を満たしていないといけないのでした。（方程式も 2 つあるわけです。）

①だけだったら、x と y の組はいくらでも無数に見つかるのですが、②もあるので解は 1 組だけになってしまうのでした。この方程式では、「x は 5 で y は -2」という組だけが解になるのでしたね。

問 8.　次のような、謎の数が 2 つあり、式も 2 つある方程式について考えることにします。

$$\begin{cases} 2x + y = -6 & \cdots\cdots\ ① \\ x + y = -2 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

以下の指示に従って、この方程式の解を見つけてください。

(1) まず①式だけを良く見て、①式のとおりになっている x と y の組をできるだけたくさん見つけてください。

(2) 次に、②式を良く見てください。(1) で見つけたたくさんの x と y の組を 1 組 1 組②式のとおりになるかどうかを試し、①式と②式を両方とも満たしている組を見つけてください。

答えを見る

問 9. 謎の数が 2 つあり、式も 2 つある方程式について考えることにします。

$$\begin{cases} x + y = 13 & \cdots\cdots\ ① \\ 3x - y = -1 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

以下の指示に従って、この方程式の解を見つけてください。

(1) まず①式だけを良く見て、①式のとおりになっている x と y の組をできるだけたくさん見つけてください。

(2) 次に、②式を良く見てください。(1) で見つけたたくさんの x と y の組を 1 組 1 組②式のとおりになるかどうかを試し、①式と②式を両方とも満たしている組を見つけてください。

答えを見る

ここまで学んだ話をまとめてみると次のようになります。

重要な事実：2 つの文字が入った方程式が 2 つあると

$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$ のように、謎の数が 2 つあり、式も 2 つある方程式では、解は 1 組だけ（のよう）である。

ではここで、数学用語をいくつか説明しておきます。

方程式とは、謎の数を発見するために使われる式のことでしたね。謎の数は 1 つのこともあれば、2 つのこともあるわけです。（もちろん、謎の数が 3 つ、4 つ $\cdots$ ある話だって

考えることはできます。）謎の数が 2 つある方程式のことを **2 元方程式**と呼びます。

例えば $3x+2y=11$ という方程式には謎の数 x と y が入っているので、2 元方程式の仲間です。

また、方程式の式の数は 1 つとは限らず、式が 2 つ出てくることもあるのですよね。（もちろん、式が 3 つ、4 つ $\cdots$ ある話だって考えることはできます。）式の数が 2 個以上である方程式を**連立方程式**と呼びます。

例えば、$\begin{cases} 3x+2y=11 \\ x-2y=9 \end{cases}$ という方程式は、式が 2 つあるのですから連立方程式の仲間です。

もう一度まとめておきます。「2 元」とは、「謎の数が 2 つある」という意味で、「連立」とは式の数が 2 個以上ある」という意味なのです。

というわけで、$\begin{cases} 3x+2y=11 \\ x-2y=9 \end{cases}$ のように「謎の数が 2 つある連立方程式」は **2 元連立方程式**と呼ばれることがあるのです。

2.3　連立方程式の解き方その 1

おさらい

次の連立方程式を見てください。

$$\begin{cases} 3x+2y=18 & \cdots\cdots ① \\ x+2y=14 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

このような方程式の解を、これまでどのように見つけていたのか、簡単に振り返っておきます。たしか、まず①をよく見て、x と y がそれぞれいくつだったら①のとおりになるのか考えるのでしたね。①のとおりになる x と y の組は 1 組だけではなく、たくさんいくらでもみつけられるのでした。その中から、②のとおりになるものを選ぶと、それがこの

連立方程式の解になるのでしたね。

問 10. このおさらいに出てきた方程式の解を、おさらいした方法で求めよ。 答えを見る

さて、ちゃんと、$\begin{cases} 3x + 2y = 18 & \cdots\cdots ① \\ x + 2y = 14 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ の解は見つかりましたか？

おさらい終わり

今おさらいした方法で、連立方程式の解を見つけることができるわけですが、何か、この方法って、行き当たりばったりというか、芸がないというか、運が悪いといつまでも解が見つからないというか・・・イマイチですよね。そこでもう少し良い解き方を発明することにしましょう。しかしその前に、あなたに思い出してもらわないといけないことがあるのです。何度も繰り返し出てきたことです。

等式を変形するためにやっても良いこと

(1) 等号で結ばれている式では、左辺と右辺を入れかえても、等号は保たれる。

(2) 等号で結ばれている式では、左辺と右辺に「同じ数や式をたしても」、等号は保たれる。

(3) 等号で結ばれている式では、左辺と右辺から「同じ数や式をひいても」、等号は保たれる。

(4) 等号で結ばれている式では、左辺と右辺に「同じ数や式をかけても」、等号は保たれる。

(5) 等号で結ばれている式では、左辺と右辺を「同じ数や式でわっても」、等号は保たれる。ただし、0 でわることはできない。

ということしたね。大丈夫ですよね。意味わからないなんて言わないですよね。（少し、補足をしておきます。これまで、このテキストでは、「左辺」とか「右辺」という言葉はほとんど使ってきませんでしたが、等号の左側に書いてある式のことを「左辺」と言い、等号の右側に書いてある式のことを「右辺」と言います。）「等式を変形するためにやっても良いこと」について、不安がある人は、これまで学んだテキスト（このシリーズの）を

探してしっかり復習してください。「等式を変形するためにやっても良いこと」は、数学を学んでいる限り、絶対に忘れてはいけないとても重要なことです。では、念のために、あなたに次の問を考えてもらうことにしましょう。

問 11. 次の文の空欄に正しい数や式を書け。

(1) $3x+2=2x-5$ が成り立っているとき、この等式の左辺と右辺に 5 をたして、

$$3x+2+\boxed{}=2x-5+\boxed{}$$

と書きかえてもよい。この式の見かけを少しマシにすると、

$$3x+\boxed{}=2x$$

となる。

(2) $3x+2=2x-5$ が成り立っているとき、この等式の左辺と右辺に $2y-2$ という式をたして、

$$3x+2+\left(\boxed{}\right)=2x-5+\left(\boxed{}\right)$$

と書きかえてもよい。この式の見かけを少しマシにすると、

$$3x+2y=2x+2y-\boxed{}$$

となる。

答えを見る

では話を進めます。

「等式を変形するためにやっても良いこと」をうまく使うと、次のようなこともできます。

例えば、

$$x+2y=4 \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

という等式と

$$4x+3y=1 \qquad \cdots\cdots \text{②}$$

という等式があるとします。

等式②の左辺は $4x+3y$、右辺は 1 なので見かけは違っていますが、「=」で結ばれています。ですから、$4x+3y$ と 1 は同じモノです。ということは、この、同じモノを等式①の左辺と右辺にたしても等号は保たれます。どういうことなのかまだ分からない人もいるかもしれませんね。もう一度詳しく説明します。つまり、

$$x+2y=4 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

の左辺と右辺に同じモノをたすのですが、左辺には $4x+3y$、右辺には 1 をたして①を変形してよいのです。どうして、見かけの違う $4x+3y$ と 1 をたしてもよいのかというと、今②も成り立っているので、$4x+3y$ と 1 は同じモノだからです。すると、

$$x+2y+(4x+3y)=4+1$$

となるわけです。さらに、この式の見かけをマシにすると、

$$5x+5y=5$$

となります。どうでしたか？②式 $4x+3y=1$ の助けを借りて、①式 $x+2y=4$ の左辺と右辺に同じモノをたすと、①式を $5x+5y=5$ という式に取り換えることができるということですよ。わかってもらえましたか？

このようなことができるのですから、次のようなこともできるはずです。さっきと同じ 2 つの式で説明しましょう。

$$x+2y=4 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

という等式と

$$4x+3y=1 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

という等式でしたね。

②の $4x+3y$ と 1 と見かけは違っていますが、「=」で結ばれているので、同じモノですね。ということは、①の左辺と右辺から、この、同じモノをひいても良いはずです。つ

まり、

$$x + 2y = 4 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

の左辺と右辺から同じモノをひくのですが、左辺からは $4x + 3y$、右辺にから 1 をひきます。（どうして、見かけの違う $4x + 3y$ と 1 をひいてもよいのかというと、今②も成り立っているので、$4x + 3y$ と 1 は同じモノだからです。）すると、

$$x + 2y - (4x + 3y) = 4 - 1$$

となるわけです。さらに、この式の見かけをマシにすると、

$$-3x - y = 3$$

となります。

　どうでしたか？②式 $4x + 3y = 1$ の助けを借りて、①式 $x + 2y = 4$ の左辺と右辺から同じモノをひくと、①式を $-3x - y = 3$ という式に取り換えることができるということですよ。わかってもらえましたか？

例題 1　謎の数 x と y があり、この 2 つの数は、

$$4x - 7y = -5 \qquad \cdots\cdots \quad ①$$

という等式と

$$-5x - 3y = 2 \qquad \cdots\cdots \quad ②$$

という等式を満たしているとします。以下の問に答えなさい。

(1) ②によると、$-5x - 3y$ と 2 は見掛けが違いますが、$=$ で結ばれているので同じモノですね。では、①の左辺と右辺に、この、同じモノをたして①を変形してください。

(2) (1) を解いた人は、①を (1) の答えの式に取り替えることができますね。そうす

ると、

$$4x - 7y = -5 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

という等式と

$$-5x - 3y = 2 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

という 2 つの等式ががあると考える代わりに、どんな 2 つの等式があると考えられることになりますか。

解答

(1) $-5x - 3y$ と 2 は②によると同じモノなので、

$$4x - 7y = -5 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

という等式の左辺に $-5x - 3y$ をたし、右辺に 2 をたします。すると、

$$4x - 7y + (-5x - 3y) = -5 + 2$$

となります。この等式をさらにマシにすると、

$$-x - 10y = -3$$

となりますね。

(2) (1) を解いた人は、

$$4x - 7y = -5 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

という等式と

$$-5x - 3y = 2 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

という 2 つの等式のうち、①を $-x - 10y = -3$ に取り替えることができます。そうすると、①、②という 2 つの式を考える代わりに、

$$-x - 10y = -3$$

$$-5x-3y=2$$

という 2 つの式を考えれば良いということになりますね。

補足：この解答では、「①に②をたして①を書き換える」と考えることにより、

$$\begin{cases} 4x-7y=-5 & \cdots\cdots\ ① \\ -5x-3y=2 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

という等式の組を、

$$\begin{cases} -x-10y=-3 \\ -5x-3y=2 \end{cases}$$

という等式の組に取り替えることができるという結論になったということですよね。

同様に、「②に①をたして②を書き換える」と考えることにすれば、

$$\begin{cases} 4x-7y=-5 & \cdots\cdots\ ① \\ -5x-3y=2 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

という等式の組を、

$$\begin{cases} 4x-7y=-5 \\ -x-10y=-3 \end{cases}$$

という等式の組に取り替えることもできますよね。

問 12. 謎の数 x と y があり、この 2 つの数は、

$$2x-5y=4 \quad \cdots\cdots\ ①$$

という等式と

$$-3x-7y=2 \quad \cdots\cdots\ ②$$

という等式を満たしているとします。以下の問に答えなさい。

(1) ①によると、$2x-5y$ と 4 は見掛けが違いますが、$=$ で結ばれているので同じモノですね。では、②の左辺と右辺から、この、同じモノをひいて②を変形してください。

(2) (1) を解いた人は、②を (1) の答えの式に取り替えることができますね。そうすると、

$$2x - 5y = 4 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

という等式と

$$-3x - 7y = 2 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

という2つの等式ががあると考える代わりに、どんな2つの等式があると考えられることになりますか。

答えを見る

例題1や問12では、2つの方程式があるとき、片方の方程式にもう片方の方程式をたして片方の方程式を書きかえたり、片方の方程式からもう片方の方程式をひいて片方の方程式を書きかえたりする練習をしました。ところで、このようなことを連立方程式を解くため（つまり謎の数を発見するため）に利用できないのでしょうか。

私たちが学んでいる連立方程式には謎の数が2つ入っていますね。また式も2つあるのですね。ところであなたは、謎の数が1つだけの方程式だったら解くことができるのですよね。だとしたら、例題1や問12で練習した方法を少し改良して、2つの式から、謎の数が1つだけの式が作れればよいのではないでしょうか。そこで、もう一度「等式を変形するためにやっても良いこと」を思い出してみることにします。26ページにありますから、もう一度じっくり読んでください。例題1や問12では「等式を変形するためにやっても良いこと」の (2) や (3) を使いました。それでは、(4) や (5) も使ってみたらどうでしょう。次の連立方程式を見てください。

$$\begin{cases} x + 2y = 4 & \cdots\cdots \ ① \\ 4x + 3y = 1 & \cdots\cdots \ ② \end{cases}$$

「等式を変形するためにやっても良いこと」の (2) や (3) だけではなく、(4) や (5) もうまく使って、この2つの式から、「謎の数が1つだけの式」が作れるのかどうか考えることにしましょう。

そこで、まず、①に「等式を変形するためにやっても良いこと」の (4) を使ってみよう

と思います。つまり、「等号で結ばれている左辺と右辺に同じ数や式をかけても等号は保たれる」ということを使います。ここでは①の左辺と右辺に「4」をかけてみましょう。（どうして「4」にしたのかわかりますか？実は、②と相談して「4」にしたのです。この先を注意深く考える人は、どういうことなのかそのうちわかるでしょう。）ではやってみます。すると、

$$4 \times (x + 2y) = 4 \times 4$$

となりますが、さらにこの式の見かけをマシにして、

$$4x + 8y = 16 \qquad \cdots\cdots \ \text{①}'$$

とすることができます。①′ は①を書き変えた式なので、①′ は①と全く同じ内容、同じ価値を持った式です。ですから、この先は、①の代わりに ①′ を使って考えていくことができます。ですから、ここから先は、

$$\begin{cases} 4x + 8y = 16 & \cdots\cdots \quad \text{①}' \\ 4x + 3y = 1 & \cdots\cdots \quad \text{②} \end{cases}$$

という 2 つの式で考えていきます。

さて、②の左辺にある $4x + 3y$ と右辺にある 1 は $=$ で結ばれているので同じモノですね。ということは、①′ の左辺から $4x + 3y$ をひき、①′ の右辺から 1 をひいて、①′ の見かけを変えることができます。すると、

$$4x + 8y - (4x + 3y) = 16 - 1$$

となりますが、さらにこの式の見かけをマシにして、

$$5y = 15 \qquad \cdots\cdots \ \text{③}$$

とすることができます。

どうです？見事に y だけの式ができましたね。ここまでくれば、謎の数 y の正体は簡単にわかりますね。ではやってみます。③に、「等式を変形するためにやっても良いこと」

の (4) を使ってみます。この式の $5y$ のところで y の前についている 5 がじゃまなので、左辺と右辺に $\frac{1}{5}$ をかけることにしましょう。すると、

$$\frac{1}{5} \times 5y = \frac{1}{5} \times 15$$

となりますが、さらにこの式の見かけをマシにして、

$$y = 3 \qquad \cdots\cdots \text{④}$$

とすることができます。これで謎の数 y の正体がわかりました。y は 3 だったのです。

それでは、もう 1 つの謎の数 x の正体はどうすればわかるでしょうか。ここでもう一度、初めにあった 2 つの式を思い出してみましょう。

$$\begin{cases} x + 2y = 4 & \cdots\cdots \text{①} \\ 4x + 3y = 1 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

でしたね。もう、y は 3 であることがわかっています。だったら、①または②のうちの好きなほうを使えば、x の正体だってわかりますよね。ここでは、①を使ってみます。

$$y = 3$$

であることがわかっているので、①の y は 3 だと考えると、

$$x + 2 \times 3 = 4$$

が成り立っているわけです。この式の見かけをマシにすると、

$$x + 6 = 4$$

とすることができます。

さらに、「等式を変形するためにやっても良いこと」の (2) を思い出して、この式の左辺と右辺から 6 をひくと、

$$x + 6 - 6 = 4 - 6$$

となりますが、この式の見かけをマシにすれば、

$$x = -2$$

となりますね。これで謎の数 x の正体もわかりました。x は -2 だったのです。

以上で、連立方程式 $\begin{cases} x + 2y = 4 & \cdots\cdots \text{①} \\ 4x + 3y = 1 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$ の解は $x = -2$、$y = 3$ であることがわかりました。

連立方程式を解くときに大切なこととは

ここまで学んできてわかったと思いますが、謎の数が 2 つあると、謎の数を見つけるまでに色々なことをしなければなりません。基本となるのは「等式を変形するためにやっても良いことをうまく使い、2 つの式をうまく組み合わせて、謎の数が 1 つだけの式を作る」という考えです。もしこれがうまくいくと、片方の謎の数の正体がまずわかるわけです。そうすると、もともとの 2 つの式のどちらかを使って、もう片方の謎の数もわかるのです。

それではこの考えを使って、例題を解いてみることにしましょう。

例題 2　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x + y = 7 & \cdots\cdots \text{①} \\ 5x - y = 14 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x + y = 5 & \cdots\cdots \text{①} \\ x - 3y = -3 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x + 2y = 4 & \cdots\cdots \text{①} \\ 2x + 3y = 5 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$　(4) $\begin{cases} 4x + 7y = -2 & \cdots\cdots \text{①} \\ 6x - 5y = 28 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$

解答

(1) $\begin{cases} 2x + y = 7 & \cdots\cdots \text{①} \\ 5x - y = 14 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$ という連立方程式ですね。

まず、①と②をうまく組み合わせて謎の数が 1 つだけの式を作り、謎の数を 1 つ発見しましょう。①では左辺に y、②では左辺に $-y$ があります。また、②によると $5x-y$ と 14 は同じモノです。そこで、①の左辺と右辺に同じモノ $5x-y$ と 14 をたしてみます。すると、

$$2x+y+(5x-y)=7+14$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$7x=21$$

となります。（①と②をうまく組み合わせて謎の数が 1 つだけの式を作ることができました。ですから、謎の数を 1 つ発見する準備ができたことになります。）

この式の左辺と右辺に $\dfrac{1}{7}$ をかけると、

$$\frac{1}{7}\times 7x=\frac{1}{7}\times 21$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$x=3$$

となります。（これで謎の数 x の正体がわかりました。）

次はもうひとつの謎の数を発見しましょう。例えば①に、$x=3$ を使うと、

$$2\times 3+y=7$$

となるわけですが、さらにこの式の見かけをマシにして、

$$6+y=7$$

とすることができます。

さらに、この式の左辺と右辺から 6 をひいて、

$$6 + y - 6 = 7 - 6$$

とできるわけですが、さらに見かけをマシにすると、

$$y = 1$$

となります。（これでもう 1 つの謎の数 y の正体もわかりました。）

以上で、この連立方程式の解は $x = 3$、$y = 1$ であることがわかりました。

(2) $\begin{cases} x + y = 5 & \cdots\cdots ① \\ x - 3y = -3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ という連立方程式ですね。

まず、①と②をうまく組み合わせて謎の数が 1 つだけの式を作り、謎の数を 1 つ発見しましょう。①では左辺に x、②では左辺に x があります。また、②によると $x - 3y$ と -3 は同じモノです。そこで、①の左辺と右辺からに同じモノ $x - 3y$ と -3 をひいてみます。すると、

$$x + y - (x - 3y) = 5 - (-3)$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$4y = 8$$

となります。（①と②をうまく組み合わせて謎の数が 1 つだけの式を作ることができました。ですから、謎の数を 1 つ発見する準備ができたことになります。）

この式の左辺と右辺に $\dfrac{1}{4}$ をかけると、

$$\frac{1}{4} \times 4y = \frac{1}{4} \times 8$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$y = 2$$

となります。（これで謎の数 y の正体がわかりました。）

次はもうひとつの謎の数を発見しましょう。例えば①に、$y = 2$ を使うと、

$$x + 2 = 5$$

となるわけです。

さらに、この式の左辺と右辺から 2 をひいて、

$$x + 2 - 2 = 5 - 2$$

とできるわけですが、さらに見かけをマシにすると、

$$x = 3$$

となります。（これでもう 1 つの謎の数 x の正体もわかりました。）

以上で、この連立方程式の解は $x = 3$、$y = 2$ であることがわかりました。

(3) $\begin{cases} x + 2y = 4 & \cdots\cdots \text{①} \\ 2x + 3y = 5 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$ という連立方程式ですね。

まず、①と②をうまく組み合わせて謎の数が 1 つだけの式を作り、謎の数を 1 つ発見しましょう。ここでは x がなくなるようにたくらむことにします。

①では左辺に x、②では左辺に $2x$ があります。そこで、まず①の左辺と右辺に 2 をかけて、$2x$ という部品が出てくるように書きかえます。すると、

$$2 \times (x + 2y) = 2 \times 4$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$2x + 4y = 8 \qquad \cdots\cdots\ ①'$$

となります。これで、もともとの連立方程式を、

$$\begin{cases} 2x + 4y = 8 & \cdots\cdots & ①' \\ 2x + 3y = 5 & \cdots\cdots & ② \end{cases}$$

という連立方程式に取り替えて考えることができます。

これで ①′ の左辺と②の左辺には $2x$ があることになりました。また、②によると $2x + 3y$ と 5 は同じモノです。それでは ①′ の左辺と右辺から同じモノ $2x + 3y$ と 5 をひいてみましょう。すると、

$$2x + 4y - (2x + 3y) = 8 - 5$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$y = 3$$

となるわけです。(①′ と②をうまく組み合わせて謎の数が 1 つだけの式を作ることができただけではなく、謎の数 y の正体がわかりました。)

次はもうひとつの謎の数を発見しましょう。例えば、もともとの式のうちの①に、$y = 3$ を使うと、

$$x + 2 \times 3 = 4$$

となるわけですが、さらに見かけをマシにすると、

$$x + 6 = 4$$

となります。さらに、この式の左辺と右辺から 6 をひいて、

$$x + 6 - 6 = 4 - 6$$

とできるわけですが、、さらに見かけをマシにすると、

$$x = -2$$

となります。（これでもう 1 つの謎の数 x の正体もわかりました。）

以上で、この連立方程式の解は $x = -2$、$y = 3$ であることがわかりました。

(4) $\begin{cases} 4x + 7y = -2 & \cdots\cdots ① \\ 6x - 5y = 28 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ という連立方程式ですね。

まず、①と②をうまく組み合わせて謎の数が 1 つだけの式を作り、謎の数を 1 つ発見しましょう。ここでは x がなくなるようにたくらむことにします。

①の左辺と右辺に 3 をかけて、$12x$ という部品が出てくるように書きかえます。つまり、

$$3 \times (4x + 7y) = 3 \times (-2)$$

となりますが、さらに見かけをマシにして、

$$12x + 21y = -6 \qquad \cdots\cdots ①'$$

となります。

次に、②の左辺と右辺に 2 をかけて、$12x$ という部品が出てくるように書きかえます。つまり、

$$2 \times (6x - 5y) = 2 \times 28$$

となりますが、さらに見かけをマシにして、

$$12x - 10y = 56 \qquad \cdots\cdots ②'$$

となります。これで、もともとの連立方程式を、

$$\begin{cases} 12x + 21y = -6 & \cdots\cdots \quad ①' \\ 12x - 10y = 56 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

という連立方程式に取り替えて考えることができます。

これで ①$'$ の左辺と ②$'$ の左辺には $12x$ があることになりました。また、②$'$ によると $12x - 10y$ と 56 は同じモノです。それでは ①$'$ の左辺と右辺から同じモノ $12x - 10y$ と 56 をひいてみましょう。すると、

$$12x + 21y - (12x - 10y) = -6 - 56$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$31y = -62$$

となるわけです。（①$'$ と ②$'$ をうまく組み合わせて謎の数が 1 つだけの式を作ることができました。ですから、謎の数を 1 つ発見する準備ができたことになります。）

この式の左辺と右辺に $\dfrac{1}{31}$ をかけると、

$$\frac{1}{31} \times 31y = \frac{1}{31} \times (-62)$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$y = -2$$

となります。（これで謎の数 y の正体がわかりました。）

次はもうひとつの謎の数を発見しましょう。例えば、もともとの式のうちの①に、$y = -2$ を使うと、

$$4x + 7 \times (-2) = -2$$

となるわけですが、さらに見かけをマシにすると、

$$4x - 14 = -2$$

となります。さらに、この式の左辺と右辺に 14 をたして、

$$4x - 14 + 14 = -2 + 14$$

とできるわけですが、さらに見かけをマシにすると、

$$4x = 12$$

となります。さらに、この式の左辺と右辺に $\dfrac{1}{4}$ をかけると、

$$\frac{1}{4} \times 4x = \frac{1}{4} \times 12$$

とできるわけですが、さらに見かけをマシにすると、

$$x = 3$$

となります。（これでもう 1 つの謎の数 x の正体もわかりました。）

以上で、この連立方程式の解は $x = 3$、$y = -2$ であることがわかりました。

問 13. 例題 2 の解答で説明した連立方程式の解き方を真似して、次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x + y = -6 \\ x + y = -2 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 5x + y = 9 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 6x + 5y = 4 \\ 9x - 2y = -13 \end{cases}$

答えを見る

2.4　連立方程式の解き方その 2

　これまで学んできた方法で、どんな連立方程式も解くことができるのですが、実は違う方法でも連立方程式を解くことができます。その方法をこれから学んでいきます。ここまでいっしょうけんめい学習してきた人は、「連立方程式を解くには、2 つの式をうまく組み合わせて、文字が 1 つだけの式をつくることがポイントなんだ」ということが納得できていると思いますが、これから学ぶ方法でもポイントは同じです。文字を 1 つだけにする方法が、これまでの方法と少し違っているのです。

例題 3　連立方程式 $\begin{cases} 3x+y=7 & \cdots\cdots\cdot \text{①} \\ x+4y=6 & \cdots\cdots\cdot \text{②} \end{cases}$ を解け。

解答

　前の節で学んだ方法とは違う方法で解く方法を紹介します。

　まず、①に注目してみましょう。この式の左辺と右辺から $3x$ をひいてみます。すると、

$$3x+y-3x=7-3x$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$y=7-3x$$

となり、さらに、

$$y=-3x+7 \qquad \cdots\cdots\cdot \text{①}'$$

とすることができます。この ①$'$ は①の見かけを変えただけの式なので、①と ①$'$ は同じ価値、同じ内容を持っています。ですからここから先は、①の代わりに ①$'$ を使って考えることができます。つまり、もともとの連立方程式を

$$\begin{cases} y=-3x+7 & \cdots\cdots \text{①}' \\ x+4y=6 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

に取り替えて考えることができます。

ところで、①$'$ の中に入っている y と②の中に入っている y は、（いくつなのかはまだわかりませんが）もちろん同じモノですよね。また、①$'$ によると、y と $-3x+7$ は同じモノですよね。ということは、②の中の y を $-3x+7$ に取り替えてよいわけです。というわけで、

$$x + 4(-3x + 7) = 6 \qquad \cdots\cdots ②'$$

という式を作ることができます。これで、謎の数が 1 つだけ入っている式ができました。

それでは、この式を使って、謎の数 x の正体を見つけましょう。まず、かっこをはずします。すると、

$$x - 12x + 28 = 6$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$-11x + 28 = 6$$

となります。

次に左辺と右辺から 28 をひくと、

$$-11x + 28 - 28 = 6 - 28$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$-11x = -22$$

となります。

次に、左辺と右辺に -1 をかけると、

$$-1 \times (-11x) = -1 \times (-22)$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$11x = 22$$

となります。

最後に、左辺と右辺に $\dfrac{1}{11}$ をかけると、

$$\frac{1}{11} \times 11x = \frac{1}{11} \times 22$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$x = 2$$

となります。これで、謎の数 x を発見することができました。

それではもう 1 つの謎の数 y を見つけることにしましょう。もともとの方程式にあった 2 つの式のどちらかを使えばよいのですよね。ここでは、

$$3x + y = 7 \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

を使おうと思います。でも、思い出してください。たしか、この式は、

$$y = -3x + 7 \qquad \cdots\cdots \text{①}'$$

と同じなのでしたね。こっちのほうが使いやすそうです。そこで、この式で x を 2 にしてみると、

$$y = -3 \times 2 + 7$$

となりますが、さらにこの式の見かけをマシにすると、

$$y = 1$$

となります。これで y の正体もわかりました。

以上より、この連立方程式の解は、$x = 2$、$y = 1$ であることがわかりました。

次の問で、あなたに、今学んだ例題 3 の方法で連立方程式を解く練習をしてもらうことにします。しかしその前に、念のため例題 3 の方法を整理しておきましょう。

まず、もともとの 2 つの式のうちのどちらかの式を、

$$y = (\text{文字 } x \text{ だけが入った式})$$

という形に書きかえました。そして、

もう 1 つの式の中に入っている y　と　$y = (\text{文字 } x \text{ だけ入った式})$ という式の y は同じモノ

なので、「もう 1 つの式の中に入っている y」を「文字 x だけ入った式」に取り替えます。すると、「もう 1 つの式」は「文字 y がなくなって文字 x だけが残った式」になるわけです。

この式から、まず「x の正体」がわかます。

そして次に、「x の正体」と「$y = (\text{文字 } x \text{ だけ入った式})$」を使うと「$y$ の正体」もわかるわけです。

この説明では、まず、もともとの 2 つの式のうちのどちらかの式を、

$$y = (\text{文字 } x \text{ だけ入った式})$$

という形の式に書きかえることにしましたが、もちろん、まず、もともとの 2 つの式のうちのどちらかの式を、

$$x = (\text{文字 } y \text{ だけ入った式})$$

という形の式に書きかえてから解いていくこともできます。

それではいよいよあなたに、例題 3 の方法で連立方程式を解く練習をしてもらうことにします。

問 14. 例題 3 の方法をまねして、次の連立方程式を解け。

(1) $\begin{cases} y = x - 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 4y = 17 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} y = x - 5 \\ x - 3y = 13 \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

答えを見る

2.5　見かけが意地悪になっている連立方程式の解き方

「見かけが意地悪」というのは、例えば、式の中にかっこが入っていたり、分数や小数が入っていたり、連立方程式なのに、式が「一行」しか書いてなかったりするものです。「意地悪」といっても、小学校で学んだことや、中学 1 年で学んだことがしっかりわかっている人にとっては、「どーってことない話」です。それでは練習することにしましょう。

例題 4　連立方程式 $\begin{cases} 3x + 4y = 7 & \cdots\cdots ① \\ x + 3y = 2(x + y) & \cdots\cdots ② \end{cases}$ を解け。

解答

②を良く見てください。この式には「かっこ」が入っていて、今まで学んできた連立方程式に比べて式の形が複雑になっています。そこで、まず、②の見かけをマシにすることを考えましょう。$2(x + y)$ という部品は $2x + 2y$ に取り替えることができますよね。（大丈夫ですよね。分配法則って知ってますよね。）というわけで、②は

$$x + 3y = 2x + 2y$$

というように見かけを変えることができます。次に、この式の左辺と右辺から $2x$ をひいてみます。すると、

$$x + 3y - 2x = 2x + 2y - 2x$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$-x + 3y = 2y$$

となります。次にこの式の左辺と右辺から $2y$ をひいてみます。すると、

$$-x+3y-2y=2y-2y$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$-x+y=0 \qquad \cdots\cdots ②'$$

となります。これで、②の見かけを見慣れた形（つまり「なんとかエックスたすなんとかワイ＝数字」という形）にすることができました。ですからここから先は、②の代わりに ②′ を使うことができます。というわけで、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 3x+4y=7 & \cdots\cdots \quad ① \\ -x+y=0 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

を解くことになります。ここまで来れば、前の節や前の前の節で学んだ方法で解いていくことができますね。ですからここから先はあっさり説明します。

①と ②′ をうまく組み合わせて、謎の数が 1 つだけの式を作ります。

まず、②′ の左辺と右辺に 3 をかけます。すると、

$$3\times(-x+y)=3\times 0$$

となりますが、さらに見かけをマシにして、

$$-3x+3y=0$$

とできます。

$-3x+3y$ と 0 は同じモノということになったので、①の左辺と $-3x+3y$ をたし、右辺に 0 をたしてみます。すると、

$$3x+4y+(-3x+3y)=7+0$$

となりますが、さらに見かけをマシにして、

$$7y = 7$$

となります。この式の左辺と右辺に $\dfrac{1}{7}$ をかけると、

$$\frac{1}{7} \times 7y = \frac{1}{7} \times 7$$

となりますが、さらに見かけをマシにして、

$$y = 1$$

となるわけです。これで y の正体がわかりました。

次は x を発見しましょう。そのため ②$'$ を使うことにします。②$'$ の y を 1 にしてみると、

$$-x + 1 = 0$$

となります。次にこの式の左辺と右辺から 1 をひくと、

$$-x + 1 - 1 = 0 - 1$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$-x = -1$$

となります。次に左辺と右辺に -1 をかけると、

$$-1 \times (-x) = -1 \times (-1)$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$x = 1$$

となります。これで x の正体がわかりました。

以上より、この連立方程式の解は $x = 1$、$y = 1$ であることがわかりました。

問 15. 次の連立方程式を解け。

(1) $\begin{cases} x - 3y = 8 \\ 3x = 2(1 - y) \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3(x + 2y) - x = 16 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2(x + 1) + y = 1 \\ 3x - 2(2y - 1) = -5 \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 2(x - y) = 3(x + 1) \\ 3(x + y) = 2(y + 3) \end{cases}$

答えを見る

例題 5　連立方程式 $\begin{cases} x - 2y = 5 & \cdots\cdots ① \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ を解け。

解答

②を見てください。この式には $\frac{1}{3}$ や $\frac{1}{2}$ という分数があります。分数があると、計算ってめんどうなんですよね。そこで、「等式を変形するときにやっても良いこと」を利用して、②を分数のない式に書きかえようと思います。そのためには②の左辺と右辺に 6 をかければよいですね。（なぜ 6 なのかわかりますよね。一応言っておくと、6 を $\frac{1}{3}$ にかければ 2 ができますし、6 を $\frac{1}{2}$ にかければ 3 ができます。ですから、6 をかければ、$\frac{1}{3}$ と $\frac{1}{2}$ は同時に分数ではなくなるのです。）それでは、②の左辺と右辺に 6 をかけてみます。すると、

$$6 \times (\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y) = 6 \times 2$$

となりますね。ところで、この式の左辺に分配法則を使うと、この式は、

$$6 \times \frac{1}{3}x - 6 \times \frac{1}{2}y = 6 \times 2$$

となりますが、さらに見かけをマシにすると、

$$2x - 3y = 12 \qquad \cdots\cdots ②'$$

となります。これで、②を書きかえて、分数の入っていない式 ②′ ができました。ですからここから先は、②の代わりに ②′ を使うことができます。というわけで、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} x - 2y = 5 & \cdots\cdots \quad ① \\ 2x - 3y = 12 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

を解くことになります。ここまで来れば、前の節や前の前の節で学んだ方法で解いていくことができますね。ですからここから先はあなたが解いてください。

問 16. 例題 5 の説明を全部読んだ人のための問題です。例題 5 の連立方程式の解を求めなさい。

答えを見る

例題 6　連立方程式 $\begin{cases} 2x + y = 4 & \cdots\cdots\cdots \quad ① \\ 0.3x + 0.1y = 1.4 & \cdots\cdots\cdots \quad ② \end{cases}$ を解け。

解答

②を見てください。この式には 0.3 や 0.1 や 1.4 のような小数が入っています。でも、例題 5 をきちんと学んだ人にとっては、どうってことのない話ですよね。0.3 も 0.1 も 1.4 も 10 をかければ小数ではなくなりますよね。つまり、②の左辺と右辺に 10 をかけると

$$10 \times (0.3x + 0.1y) = 10 \times 1.4$$

となりますが、分配法則を使って見かけをマシにすると、

$$3x + y = 14 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad ②'$$

となるわけです。ですから、②に代わりに ②′ を使うことができます。というわけで、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 2x + y = 4 & \cdots\cdots \quad ① \\ 3x + y = 14 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。では、ここから先は全部あなたにまかせます。

問 17. 例題 6 の説明を全部読んだ人のための問題です。例題 6 の連立方程式の解を求めなさい。

答えを見る

問 18. 次の連立方程式を解け。

(1) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{5}y = 1 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x - y = -6 \\ x + \dfrac{3}{5}y = 12 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \dfrac{3}{4}x + \dfrac{1}{2}y = 9 \\ \dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{6}y = -1 \end{cases}$　(4) $\begin{cases} 0.3x + 0.2y = 1.8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 0.9x + 0.5y = 0.4 \\ 0.4x - 0.3y = -4 \end{cases}$　(6) $\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 0.7 \\ 5x + 0.6y = 9.4 \end{cases}$

答えを見る

例題 7　連立方程式 $3x - 2y = 7x - 8y = 15$ を解け。

解答

「あれっ、式が 1 つしかない。連立方程式って書いてあるのに。この問題、おかしい。」と思った人はいませんか？そう思った人は、もう一度この問題の式を良く見てくださいね。この問題の式をよく見ると、= が 2 つ入っているのがわかりますか？これ、いったいどういうことなのでしょう。じっくり考えてみます。

この式をよく見ると、まず、「$3x - 2y$」という式と「$3x - 2y$」という式が = で結ばれていますよね。つまり、「$3x - 2y$」と「$3x - 2y$」は等しいわけですね。

また、「$7x - 8y$」という式と「15」という数が = で結ばれていますよね。つまり、「$7x - 8y$」と「15」は等しいわけですね。

ということは、「$3x - 2y$」と「$7x - 8y$」と「15」は全部「等しい」わけです。だったら、この問題の方程式って、たとえば、

$$\begin{cases} 3x - 2y = 15 \\ 7x - 8y = 15 \end{cases}$$

と書いてあっても同じことなのではないでしょうか。（あなたはこの意見、賛成してくれますか？）

また例えば、今のとは少し違いますが、

$$\begin{cases} 3x-2y=7x-8y \\ 7x-8y=15 \end{cases}$$

と書いてあっても同じことなのではないでしょうか。

他にもまだまだありますが、やめておきます。その代わり、ここまでの話を整理しておきます。

$$「これこれ」=「ナントカ」=「ほにゃらら」$$

という形をしている連立方程式があるのでした。これって、結局、「これこれ」と「ナントカ」と「ほにゃらら」は全部等しいという意味なのだから、例えば、

$$\begin{cases} 「これこれ」=「ほにゃらら」 \\ 「ナントカ」=「ほにゃらら」 \end{cases}$$

と書いてあるのと同じだし、これとは少し違うけど、例えば、

$$\begin{cases} 「これこれ」=「ナントカ」 \\ 「ナントカ」=「ほにゃらら」 \end{cases}$$

と書いてあるのと同じだということです。

というわけで、この問題は、

$$3x-2y=7x-8y=15$$

という連立方程式の代わりに、例えば、

$$\begin{cases} 3x-2y=7x-8y \\ 7x-8y=15 \end{cases}$$

という連立方程式を解けばよいわけです。ここから先は、あなた一人でも解くことができますよね。

問 19. 例題 7 の説明を全部読んだ人のための問題です。例題 7 の連立方程式の解を求めなさい。

答えを見る

例題 8　連立方程式 $5x-2y-1=2x+3y=3x+4y-3$ を解け。

解答

例題 7 をきちんと学んだ人はきっとこの問題は困らないと思います。ですが念のため、途中まで説明しておきましょう。

$5x-2y-1=2x+3y=3x+4y-3$ という式は、「$5x-2y-1$」と「$2x+3y$」と「$3x+4y-1$」はみんな等しいという意味の式ですね。ですから、この連立方程式を、

$$\begin{cases} 5x-2y-1=2x+3y \\ 5x-2y-1=3x+4y-3 \end{cases}$$

という連立方程式に取り替えることもできますし、

$$\begin{cases} 5x-2y-1=3x+4y-3 \\ 2x+3y=3x+4y-3 \end{cases}$$

という連立方程式に取り替えることもできますし、

$$\begin{cases} 5x-2y-1=2x+3y \\ 3x+4y-3=2x+3y \end{cases}$$

という連立方程式に取り替えることもできます。（もちろんこのほかにもいろいろ考えられます。）

どれでも良いのですが、ここでは、最後のものに書きかえて解くことにします。説明の都合で、まず次のように、式に番号をつけておきます。

$$\begin{cases} 5x-2y-1=2x+3y & \cdots\cdots\ ① \\ 3x+4y-3=2x+3y & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

①と②はどちらも見慣れた形（つまり、「なんとかエックス」たす「なんとかワイ」＝数字) という形をしていません。ですから、この 2 つの式を見慣れた形の式に書きかえます。

ではまず、$5x-2y-1=2x+3y \quad \cdots\cdots$ ① を見慣れた形に書き直します。

この式の左辺と右辺から $2x+3y$ という式をひいてみます。すると、

$$5x-2y-1-(2x+3y)=2x+3y-(2x+3y)$$

となりますが、さらにマシにすると、

$$3x - 5y - 1 = 0$$

となります。次にこの式で左辺と右辺に 1 をたすと、

$$3x - 5y - 1 + 1 = 0 + 1$$

となりますが、さらにマシにすると、

$$3x - 5y = 1 \quad \cdots\cdots\ ①'$$

となります。

次に、$3x + 4y - 3 = 2x + 3y \quad \cdots\cdots$ ② を見慣れた形に書き直します。

この式の左辺と右辺から $2x + 3y$ という式をひいてみます。すると、

$$3x + 4y - 3 - (2x + 3y) = 2x + 3y - (2x + 3y)$$

となりますが、さらにマシにすると、

$$x + y - 3 = 0$$

となります。次にこの式で左辺と右辺に 3 をたすと、

$$x + y - 3 + 3 = 0 + 3$$

となりますが、さらにマシにすると、

$$x + y = 3 \quad \cdots\cdots\ ②'$$

となります。

これで、①と②を見慣れた形に書き直すことができました。①を ①′ に取替え、②を ②′ に取替えることができるわけです。ですから、ここから先は、

$$\begin{cases} 3x-5y=1 & \cdots\cdots \quad ①' \\ x+y=3 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

という連立方程式を解けばよいわけです。ここまで来れば、あなた一人でも解くことができますね。

問 20. 例題 8 の説明を全部読んだ人のための問題です。例題 8 の連立方程式の解を求めなさい。

答えを見る

問 21. 次の連立方程式を解け。

(1) $8x-4y=3x+6y=12$

(2) $7x+3y+2=5x+y=3x-2y-5$

答えを見る

2.6　解という言葉の意味がわっかていると解ける問題

連立方程式に限らず、方程式のことを学んでいると必ず「解」という言葉が出てきます。そして私たちは、とっくの昔に「解」という言葉の意味を学んでいます。意味、知ってますよね。

例題 9　連立方程式 $\begin{cases} 2x+y=9 & \cdots\cdots \quad ① \\ x+2y=12 & \cdots\cdots \quad ② \end{cases}$ について考えることにします。次の中から、この連立方程式の解を選んでください。

ア．$x=3$、$y=3$　　イ．$x=2$、$y=5$　　ウ．$x=4$、$y=3$

解答

この問題は、ある意味サービス問題です。だって、自分で連立方程式を解かなくても良いのですから。解の候補が問題文の中に書いてあるんですよ。この中から、本物の解を選べば良いのですよね。あなた、まさか、「どうやって選ぶの？」なんて言いませんよね。

「方程式」というのは謎の数を発見するための式で、「解」というのは謎の数の正体でしたね。ということは、この問題は「謎の数 x と y がある。$2x+y$ を計算すると 9 になり、$x+2y$ を計算すると 12 になる。では、x と y の正体は？」と聞かれたのですが、x と y の候補が 3 組書かれているということになります。だとしたら、ア. イ. ウ. のそれぞれについて、このとおりになるのかならないのか試せばよいですよね。

ではまず、ア. $x=3$、$y=3$ を試してみます。

- $2x+y$ がいくつになるのか計算してみると、

$$2 \times 3 + 3 = 6 + 3 = 9$$

  ですね。ちゃんと 9 になりました。第一関門突破です。

- $x+2y$ がいくつになるのか計算してみると、

$$3 + 2 \times 3 = 3 + 6 = 9$$

  ですね。本当は 12 になってほしかったのですが、ダメでした。というわけで、ア. は失格です。

次は、イ. $x=2$、$y=5$ を試してみます。

- $2x+y$ がいくつになるのか計算してみると、

$$2 \times 2 + 5 = 4 + 5 = 9$$

  ですね。ちゃんと 9 になりました。第一関門突破です。

- $x+2y$ がいくつになるのか計算してみると、

$$2 + 2 \times 5 = 2 + 10 = 12$$

  ですね。ちゃんと 12 になりました。第二関門も突破です。

  ということは、イ. は合格です。

最後に、ウ. $x=4$、$y=3$ を試してみます。

- $2x+y$ がいくつになるのか計算してみると、

$$2\times 4+3=8+3=11$$

ですね。本当は9になってほしかったのですが、ダメでした。というわけで、この時点でウ. は失格です。

以上の調査で、イ. $x=2$、$y=5$ がこの問題の答えであることがわかりました。

問 22. 連立方程式 $\begin{cases} x+2y=5 & \cdots\cdots\cdots ① \\ x+y=4 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$ について考えることにします。次の中から、この連立方程式の解を選んでください。

ア. $x=1$、$y=2$　　イ. $x=3$、$y=1$　　ウ. $x=2$、$y=3$　　エ. $x=3$、$y=-1$

答えを見る

では話を進めます。

例題 10　連立方程式 $\begin{cases} ax+by=5 & \cdots\cdots\cdots ① \\ bx+ay=2 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$ の解が $x=-1$、$y=2$ であるとしたら、a と b の値はそれぞれいくつですか？

解答

「えー、何この問題。意味わからない。」なんて思った人も多いかもしれません、そこで、まずこの問題の意味を説明しておきます。

この問題の連立方程式を良く見てください。普通、連立方程式って言ったら、

$$\begin{cases} 2x+y=9 \\ x+y=12 \end{cases}$$

とか、

$$\begin{cases} x+2y=4 \\ 4x+3y=2 \end{cases}$$

とか書いてあって、x や y の前にはちゃんと「数字」が書いてありますよね。でも、この問題の連立方程式はどうでしょうか。x や y の前に文字 a や b が書いてありますよね。つ

まり、この問題では、a と b は本当は「数」なんだけど、今は言いたくないのでいくつなのか秘密にしてあるのです。というわけで、もしかするとこの問題の連立方程式は、

a が 3、b が 2 になっていて、

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

なのかもしれないし、

a が -4、b が 5 になっていて、

$$\begin{cases} -4x + 5y = 5 \\ 5x - 4y = 2 \end{cases}$$

なのかもしれないし、

a が 1、b が -2 になっていて、

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -2x + y = 2 \end{cases}$$

なのかもしれないし $\cdots$ もっと違うものかもしれないのです。今の所、本当の連立方程式は、問題を出した人しか知らないのです。つまり連立方程式そのものが謎になっているのです。そこで、問題に書いてあることを手がかりにして、連立方程式の正体を当ててくださいというのがこの問題の意味なのです。

　ではこの問題を解くことにしましょう。この問題には「解が $x = -1$、$y = 2$ であるとしたら」という手がかりが書いてありますね。つまり、この問題の謎の連立方程式

$$\begin{cases} ax + by = 5 & \cdots\cdots \quad ① \\ bx + ay = 2 & \cdots\cdots \quad ② \end{cases}$$

では、謎の数 x の正体は -1 で、謎の数 x の正体は -1 であるということですよね。ここまで説明すれば、「解という言葉の意味」をわかっている人は、あと何をすればよいかわかりますよね。そうです、x ははっきり言って -1 で、y ははっきり言って 2 なのですから、

$$\begin{cases} a \times (-1) + b \times 2 = 5 & \cdots\cdots \quad ①' \\ b \times (-1) + a \times 2 = 2 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

が成り立っていると考えれば良いですよね。この式は × のマークが残っているので、見やすくするために × のマークを省いておきます。すると、

$$\begin{cases} -a+2b=5 & \cdots\cdots \quad ①' \\ -b+2a=2 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

となります。これが秘密の数 a と b を見つける手がかりとなる式です。ということは、この 2 つの式を連立方程式と思って解いてしまえば良いのではないでしょうか。（これまで学んだ連立方程式は、謎の数は x や y という文字で表されていましたが、謎の数が a や b という文字で表されていても別にかまわないですよね。）それでは、ここから先は、あなたにまかせます。

問 23. 例題 10 の説明を全部読んだ人のための問題です。例題 10 の答えを求めなさい。

答えを見る

問 24. 次の問に答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} ax+by=5 & \cdots\cdots\quad ① \\ ax-by=-1 & \cdots\cdots\quad ② \end{cases}$ の解が $x=2$、$y=-1$ であるとしたら、a と b の値はそれぞれいくつですか？

(2) 連立方程式 $\begin{cases} a-bx=y & \cdots\cdots\quad ① \\ ay-b=4 & \cdots\cdots\quad ② \end{cases}$ の解が $x=2$、$y=1$ であるとしたら、a と b の値はそれぞれいくつですか？

答えを見る

2.7　連立方程式を利用すると解くことができる文章題

方程式とは、謎の数を発見するために使う式のことでした。謎の数が 2 つあると、文字は 2 つ必要になります。また、「これこれこうするとこうなる」という話が 2 つあると、式が 2 つ必要になります。こんなとき、連立方程式が登場するのです。

例題 11　桃を 2 個、梨を 4 個買ったら代金は 440 円でした。また、桃を 3 個、梨を 2 個買ったら代金は 420 円でした。桃 1 個の値段と梨 1 個の値段はそれぞれいくらなのでしょうか。

解答

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  このお話では、「桃 1 個の値段」と「梨 1 個の値段」が謎の数です。そこで、これらの謎の数を表すために、文字を使うことにします。ここでは桃 1 個の値段は x 円で、梨 1 個の値段は y 円であるとしてみましょう。（文字は数の代わりに使うのでしたね。いくらなのかわからないから文字を使って、x 円とか y 円などと言うことにしたのです。）

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

  この問題には、「これこれこうするとこうなる」というお話が 2 つ出てきていますね。「桃を 2 個、梨を 4 個買ったら代金は 440 円でした」というお話と、「桃を 3 個、梨を 2 個買ったら代金は 420 円でした」というお話です。この 2 つのお話から、謎の 2 つの数を発見するための式が 2 つ作れそうですね。それでは作ってみることにします。

  まず、「桃を 2 個、梨を 4 個買ったら代金は 440 円でした」というお話から考えてみます。

  桃 1 個の値段は x 円で、梨 1 個の値段は y 円ということにしたのですから、

  $$\text{桃 2 個の代金は } 2 \times x(\text{円})\text{、つまり } 2x(\text{円})$$

  $$\text{梨 4 個の代金は } 4 \times y(\text{円})\text{、つまり } 4y(\text{円})$$

ですよね。ということは、桃 2 個の代金と梨 4 個の代金を合わせると、

$$2x + 4y\,(円)$$

ということになりますね。ところで、「桃を 2 個、梨を 4 個買ったら代金は 440 円でした」というのですから、$2x + 4y\,(円)$ というのは $440\,(円)$ に等しいということになるので、

$$2x + 4y = 440 \qquad \cdots\cdots ①$$

という式を作ることができますね。この式が、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式になるのです。

次に、「桃を 3 個、梨を 2 個買ったら代金は 420 円でした」というお話を考えてみます。

桃 1 個の値段は x 円で、梨 1 個の値段は y 円ということにしたのですから、

桃 3 個の代金は $3 \times x(円)$、つまり $3x(円)$

梨 2 個の代金は $2 \times y(円)$、つまり $2y(円)$

ですよね。ということは、桃 3 個の代金と梨 2 個の代金を合わせると、

$$3x + 2y\,(円)$$

ということになりますね。ところで、「桃を 3 個、梨を 2 個買ったら代金は 420 円でした」というのですから、$3x + 2y\,(円)$ というのは $420\,(円)$ に等しいということになるので、

$$3x + 2y = 420 \qquad \cdots\cdots ②$$

という式を作ることができますね。この式が、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式になるのです。

これで、

$$\begin{cases} 2x + 4y = 440 & \cdots\cdots ① \\ 3x + 2y = 420 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

連立方程式の解き方はもう大丈夫ですよね。ですから、さっき作った連立方程式を解くことは、あなたにおまかせします。

実は、この連立方程式を解くと $x = 100$、$y = 60$ という解が出てきます。そもそも x は桃 1 個の値段で、y は梨 1 個の値段ということにしたのですよね。ですから、この問題の答えは、

桃 1 個の値段は 100 円、梨 1 個の値段は 60 円

ということになります。

問 25. A、B、 2 種類のノートがある。A を 8 冊、B を 7 冊買うと代金は 1520 円になり、A を 6 冊、B を 9 冊買うと代金は 1440 円になる。A、B のノート 1 冊の値段をそれぞれ求めよ。 答えを見る

問 26. 50 円切手と 80 円切手を合わせて 12 枚買ったら代金は 720 円だった。50 円切手と 80 円切手をれぞれ何枚買ったか求めなさい。 答えを見る

例題 12　2 ケタの自然数がある。この数の十の位の数と一の位の数をたすと 6 になる。また十の位に書いてある数と一の位に書いてある数を入れかえてできる自然数はもとの 2 ケタの自然数より 18 大きい。もとの 2 ケタの自然数を求めよ。

解答

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

 この問題は、「もとの 2 ケタの自然数を求めよ」という問題ですよね。つまり、「もとの 2 ケタの自然数」が謎の数なのですよね。他には謎の数はありませんね。「あれっ、謎の数は 1 つだけか。じゃぁ、文字も 1 つでいいのかな？」と思った人はいませんか？実は、そう考えてしまうと、この問題は解けなくなってしまうのです。どういうことか説明します。問題を詳しく読んでみると、「十の位に書いてある数と一の位に書いてある数がどうのこうの」と書いてありますね。ですから、もとの 2 ケタの自然数の「十の位に書いてある数」と「一の位に書いてある数」が謎と考えるのが良さそうですね。そうすると、この問題には謎の数が 2 つあるということになります。というわけで、もとの 2 ケタの自然数の十の位の数を x、もとの 2 ケタの自然数の一の位の数を y とあらわしてみることにします。（もとの 2 ケタの自然数で、「十の位に書いてある数」や「一の位に書いてある数」は謎なので文字を使ってあらわしたのです。）

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

 お話を先に進める前に、まず、念のため確認してもらいたいことがあります。

 「27」って書いてあったら、あなたは普通何と読みますか？きっと「にじゅうなな」って読みますよね。「になな」ではなく、「に」のあとに「じゅう」をつけますよね。どうしてなのかというと、27 というのは 10 のかたまりが 2 個分と 1 が 7 個分合わさってできているからですよね。ですから、「十の位に 2、一の位に 7 が書いてある 27 という数の正体は、$10 \times 2 + 1 \times 7$ という計算をしてできる数である」ということですね。だったら、十の位に x、一の位に y が書いてあるときはどうなるのでしょう。10 のかたまりが x 個分と 1 が y 個分合わさってできているわけですから、

$$\text{エックスじゅうワイの正体} = 10 \times x + 1 \times y = 10x + y$$

 ということですね。

では、念のための確認はここまでにして、本題に入りましょう。

この問題には、「これこれこうするとこうなる」という話が 2 つ出てきますね。「もとの 2 ケタの自然数の十の位と一の位をたすと 6 になる」という話と、「もとの 2 ケタの自然数の十の位に書いてある数と一の位に書いてある数を入れかえてできる自然数は、もとの 2 ケタの自然数より 18 大きい」という話です。この 2 つの話から、謎の数 x と y を発見するための式を作ることにしましょう。

まず、「もとの 2 ケタの自然数の十の位と一の位をたすと 6 になる」という話から考えてみます。

もとの 2 ケタの自然数の十の位を x、一の位を y ということにしたのですから、x と y は、

$$x + y = 6 \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

という式を満たしているということですね。これで、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式ができました。

次に、「もとの 2 ケタの自然数の十の位と一の位を入れかえてできる自然数は、もとの 2 ケタの自然数より 18 大きい」という話を考えてみます。

なんか、ややこしい話ですよね。「十の位に書いてある数と一の位に書いてある数を入れかえてできる自然数」なんて書いてありますけど、どういうことかわかりますか？少し説明しておきましょう。もし仮に、もとの 2 ケタの自然数が、$\boxed{2}\boxed{3}$（にじゅうさん）だったら、十の位に書いてある数と一の位に書いてある数を入れかえると $\boxed{3}\boxed{2}$（さんじゅうに）ができますよね。ではもとの 2 ケタの自然数が、$\boxed{x}\boxed{y}$（エックスじゅうワイ）だったら、十の位に書いてある数と一の位に書いてある数を入れかえるとどうなるでしょう。もちろん、$\boxed{y}\boxed{x}$（ワイじゅうエックス）ですよね。ですから、

$$\text{もとの 2 ケタの自然数} = \text{エックスじゅうワイ} = 10x + y$$

$$\text{入れかえたできた 2 ケタの自然数} = \text{ワイじゅうエックス} = 10y + x$$

とあらわすことができますね。

ところで、「もとの 2 ケタの自然数の十の位と一の位を入れかえてできる自然数は、もとの 2 ケタの自然数より 18 大きい」というのですから「エックスじゅうワイ」に 18 をたすと、「ワイじゅうエックス」になるわけです。つまり、

$$(10x + y) + 18 = 10y + x \qquad \cdots\cdots \text{②}$$

が成り立っているわけです。これで、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式ができました。以上で、

$$\begin{cases} x + y = 6 & \cdots\cdots \text{①} \\ (10x + y) + 18 = 10y + x & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

連立方程式は、もうあなた一人でも解けますよね。おまかせします。

実は、この連立方程式を解くと、$x = 2$、$y = 4$ という解が出てきます。そもそも、x はもとの 2 ケタの自然数の十の位に書いてある数で、y はもとの 2 ケタの自然数の一の位に書いてある数ということにしたのですよね。ですからこの問題の答え、つまりもとの 2 ケタの自然数は 24 ということです。

問 27. 2 ケタの自然数がある。この自然数の十の位の数の 4 倍と、一の位の数の 3 倍は等しくなっている。また、この自然数の十の位と一の位を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より 18 大きくなる。もとの自然数を求めよ。 答えを見る

例題 13　A 町から峠を越えて B 町へ行くことにする。A 町から B 町までの距離は 18 km である。A 町から峠まで時速 4 km の速さで歩き、峠から B 町までは時速 6 km の速さで歩くと全部で 4 時間かかる。A 町から峠までの距離と、峠から B 町までの距離を求めよ。

解答

この問題には、「速さ」とか「距離」とか「時間」という話が出てきます。「速さ」とひと言で言っても、「時速」とか「分速」とか「秒速」なんてものがありましたよね。また、「距離」とひと言で言っても、「メートル」とか「キロメートル」とか「センチメートル」なんてものがありましたよね。そして、「時間」ひと言で言っても、「時間」とか「分」とか「秒」なんてものがありましたよね。こういう話は小学校で学んでいると思いますが、もし、あなたがこういう話に不安を感じているならば、この先を読む前にぜひ復習しておいてください。(せめて、(このシリーズ)の「文字式 1」のテキストを探して、「数量を文字であらわすことその 2」という単元の中から「速さ」や「距離」や「時間」の関係について説明してあるところを探し、全部きちんと復習してください。)それでは、「速さ」や「距離」や「時間」の関係についてきちんと理解している人は、この先を読むことにしましょう。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  この問題には、謎の数が 2 つ出てきますよね。問題には「A 町から峠までの距離と、峠から B 町までの距離を求めよ」なんて書いてあるわけですから「A 町から峠までの距離」と「峠から B 町までの距離」が謎の数ですよね。そこで、A 町から峠までの距離を x km、峠から B 町までの距離を y km と考えることにします。

  念のための注意をしておきます。「距離」ととひと言で言っても、「メートル」とか「キロメートル」とか「センチメートル」などいろいろな単位があるのでしたよね。ここでは、問題をよく読んで、km(キロメートル)という単位を使うことにしたのですが、それが一番良いですよね。あなたもそう思いますよね。

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

  この問題には、「これこれこうするとこうなる」という話が 2 つ出てきますね。「A 町から B 町までの距離は 18 km である」という話と「A 町から峠まで時速 4 km の速さで歩き、峠から B 町までは時速 6 km の速さで歩くと全部で 4 時間かかる」という話です。この 2 つの話から、謎の数 x と y を発見するための式を作ることに

しましょう。

まず、「A 町から B 町までの距離は 18 km である」という話から考えてみます。

A 町から B 町までいくとき、途中、峠を通過していくわけです。ですから、これって結局、「A 町から峠までの距離」と「峠から B 町までの距離」をたすと 18 km になるってことですよね。A 町から峠までの距離を x km、峠から B 町までの距離を y km と考えることにしたのですから、

$$x + y = 18 \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

という式が成り立っているということですね。これで、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式ができました。

次に、「A 町から峠まで時速 4 km の速さで歩き、峠から B 町までは時速 6 km の速さで歩くと全部で 4 時間かかる」という話について考えてみます。

この問題のように、「速さ」、「距離」、「時間」が出てくる話では、この 3 つのうちどれを主役にして考えるのかしっかり決めることが大切です。「A 町から峠まで時速 4 km の速さで歩き、峠から B 町までは時速 6 km の速さで歩くと全部で 4 時間かかる」という話は「時間」についての話をしていますね。つまり、「A 町から峠まで時速 4 km の速さで歩いたときの時間」と「峠から B 町までは時速 6 km の速さで歩いたときの時間」をたすと 4 時間になるってことですよね。ですから、この話は時間が主役と考えるのが良さそうですね。

そこで、先に、「A 町から峠まで時速 4 km の速さで歩いたときの時間」と「峠から B 町までは時速 6 km の速さで歩いたときの時間」を文字で表すことにしましょう。

A 町から峠までかかる時間を文字で表すと

A 町から峠までの距離は今の所わからないので x km にしたのでした。この距離を時速 4 km で歩くのですから、かかる時間は $\dfrac{x}{4}$ 時間ですよね。

峠から B 町までかかる時間を文字で表すと

峠からB町までの距離は今の所わからないので y km にしたのでした。この距離を時速 6 km で歩くのですから、かかる時間は $\dfrac{y}{6}$ 時間ですよね。

ということは、「A町から峠までかかる時間」と「峠からB町までかかる時間」の合計は、

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{6}\ (\text{時間})$$

ですね。ところで、この問題によると、「A町から峠までかかる時間」と「峠からB町までかかる時間」の合計は4時間のはずなので、

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=4 \qquad \cdots\cdots\ ②$$

という式が成り立っているわけです。これで、謎の数 x と y を発見するための2つ目の式ができました。以上で、

$$\begin{cases} x+y=18 & \cdots\cdots\ ① \\ \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{6}=4 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。連立方程式は、もうあなた一人でも解けますよね。おまかせします。

実は、この連立方程式を解くと、$x=12$、$y=6$ という解が出てきます。そもそも、x はA町から峠までの距離で、y は峠からB町までの距離ということにしたのですよね。ですからこの問題の答えは、

A町から峠までの距離は 12 km で峠からB町までの距離は 6 km

ということになります。

問 28. 家から 1800 m 離れた駅へ行くのに、初めは毎分 60 m の速さで歩いていたが、遅れそうな気がしたので途中から速さを毎分 80 m に変えたところ、家から駅まで行くのにかかった時間は 25 分だった。毎分 60 m の速さで歩いた道のりと、毎分 80 m の速さで歩いた道のりをそれぞれ求めなさい。 答えを見る

例題 14　ある中学校の昨年の生徒数は、男女合わせて 355 人であった。今年は昨年と比べて男子生徒の数は 8 % 増加し、女子生徒の数は 5 % 減少したため、全体では 5 人増加した。以下の問に答えなさい。

(1)　昨年の男子生徒の数、女子生徒の数をそれぞれ求めなさい。

(2)　(1) の答えを使って、今年の男子生徒の数、女子生徒の数を求めなさい。

解答

さて、この問題には %（パーセント）なんてものが出てきました。「百分率」ってやつですよね。割合を表す数の仲間ですよね。小学校で学んでいると思います。でも、良くわからないまま中学生になってしまう人、とても多いんですよね。そういう人は今すぐ自分で百分率の復習をしてください。（せめて、（このシリーズ）の「文字式 1」のテキストを探して、「数量を文字であらわすことその 2」という単元の中から「割合」や「百分率」について説明してあるところを探し、全部きちんと復習してください。）良くわからないまま先に進むと、大変なことになります。余計な時間がかかってしまうのです。

では、百分率のことをきちんとわかっている人は、先に進むことにしましょう。

(1) 昨年の男子の人数と女子の人数をを求める問題でしたね。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  この問題には、謎の数が 2 つでてきます。もちろん、「昨年の男子生徒の数」と「昨年の女子生徒の数」のことです。そこで、昨年の男子生徒の数は x 人で、昨年の女子生徒の数は y 人だったと考えることにしましょう。

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

この問題には、「これこれこうするこうなる」という話が 2 つ出てきますね。「昨年の生徒数は、男女合わせて 355 人であった」という話と「今年は昨年と比べて男子生徒の数は 8% 増加し、女子生徒の数は 5% 減少したため、全体では 5 人増加した」という話です。

まず、「昨年の生徒数は、男女合わせて 355 人であった」という話」から考えてみましょう。

昨年の男子生徒の数は x 人、昨年の女子生徒の数は y 人と考えることにしたのですから、

$$x + y = 355 \quad \cdots\cdots \text{①}$$

ということですね。これで、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式ができました。

次に、「今年は昨年と比べて男子生徒の数は 8 % 増加し、女子生徒の数は 5 % 減少したため、全体では 5 人増加した」という話について考えてみましょう。

何か、ややこしい話ですね。でもお話のとおりに、お話に出てくるものをお話に出てくる順に式にしていけば大丈夫です。（このお話は、「全体では 5 人増加した」という「オチ」なので「人数」を主役にするとうまくいきそうです。）

まず、「今年は昨年と比べて男子生徒の数は 8 % 増加し」って書いてありますね。今私たちは、昨年の男子の数を x 人としているわけですが、今年はそこから 8 % 増えたわけです。ということは、今年は昨年に比べて $0.08 \times x$(人) 増えていることになりますね。（百分率のことがわかっている人は納得できますよね。納得できない人は、百分率の復習を今すぐはじめてください。）

さらに「(今年は昨年と比べて）女子生徒の数は 5 % 減少した」って書いてありますね。今私たちは、昨年の女子の数を y 人としているわけですが、今年はそこから 5 % 減ったわけです。ということは、今年は昨年に比べて $0.05 \times y$(人)

減っていることになりすね。（百分率のことがわかっている人は納得できますよね。納得できない人は、百分率の復習を今すぐはじめてください。）

つまり、

$$\text{男子は昨年に比べて } 0.08x(\text{人}) \text{ 増加}$$
$$\text{女子は昨年に比べて } 0.05x(\text{人}) \text{ 減少}$$

ということです。

そうすると、男子は $0.08x$(人) 増えて、女子は $0.05x$(人) 減ったのですから、全体では、

$$0.08x - 0.05y(\text{人})$$

増えていることになります。

最後に、このお話の「オチ」は「(今年は昨年に比べて) 全体では 5 人増加した」ということなのですから、

$$0.08x - 0.05y = 5 \quad \cdots\cdots \text{②}$$

が成り立っていることになりますね。これで、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式ができました。

以上で、

$$\begin{cases} x + y = 355 & \cdots\cdots \text{①} \\ 0.08x - 0.05y = 5 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

連立方程式は、もうあなた一人でも解けますよね。おまかせします。

実は、この連立方程式を解くと、$x = 175$、$y = 180$ という解が出てきます。

そもそも、x は昨年の男子生徒の数で、y は昨年の女子生徒の数ということに

したのですよね。ですからこの問題の答えは、

昨年の男子生徒の数は 175 人で昨年の女子生徒の数は 180 人

ということになります。

(2) (1) では、昨年の男子生徒の数と女子生徒の数を求めることができました。たしか、

昨年の男子生徒の数は 175 人で昨年の女子生徒の数は 180 人

ということでしたね。これをもとにして、今年の男子生徒の数と、女子生徒の数を求めることにします。

まず男子ですが、今年は昨年に比べて 8％ 増えたのでしたね。ですから、

$$0.08 \times 175 = 14\,(\text{人})$$

増えたということですね。ということは、今年の男子の人数は、

$$175 + 14 = 189\,(\text{人})$$

ですよね。

次に女子ですが、今年は昨年に比べて 5％ 減ったのでしたね。ですから、

$$0.05 \times 180 = 9\,(\text{人})$$

減ったということですね。ということは、今年の女子の人数は、

$$180 - 9 = 171\,(\text{人})$$

ですよね。

問 29. ある中学校の生徒数は男女合わせて 150 人である。男子の 65％ と女子の 40％ は運動部に入っていて、運動部に入っている生徒は全部で 80 人である。この中学校の男子生徒、女子生徒の数をそれぞれ求めなさい。

答えを見る

例題 15　2 種類の食塩水 A と B がある。食塩水 A の濃度は 3% で食塩水 B の濃度は 8% である。食塩水 A と食塩水 B を混ぜて濃度が 5% の食塩水を 500 g 作ろうと思う。食塩水 A と食塩水 B をそれぞれ何 g ずつ混ぜればよいか。

解答

さて、「濃度」なんて言葉が出てきました。「濃度」って、「どれぐらい濃いのかということを数で表したもの」ですよね。ところで、例えばあなただったら、「水と食塩を用意して濃度 6% の食塩水を作ってください」と言われたら、「水」と「食塩」を何 g ずつ使いますか。もし、この質問に答えられなかったら、この先を読むと大変なことになります。今すぐ、小学校の教科書などを探して、「濃度」の復習をしてください。

それでは、「濃度」のことがきちんとわかっている人は、先に進むことにしましょう。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  この問題には、謎の数が 2 つでてきます。食塩水 A と食塩水 B を混ぜて新しい食塩水を作ろうとしているわけですが、「食塩水 A は何 g 使えばよいのか」ということと「食塩水 B は何 g 使えばよいのか」ということが謎なのですね。そこで、食塩水 A は x g 使い、食塩水 B は y g 使うと考えることにしましょう。

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

  この問題には、「これこれこうするこうなる」という話が 2 つ出てきますね。「えっ、そんなの何にも書いてないよー」って思った人はいませんか？そういう人はしっかりもう一度問題を読んでください。「食塩水 A と食塩水 B を混ぜると 500 g になる」という話と「食塩水 A と食塩水 B を混ぜて濃度が 5% になる」という話が書いてあるのです。わかりましたか？

  ではまず、「食塩水 A と食塩水 B を混ぜると 500 g になる」という話から考えることにします。これは、食塩水の重さ」が主役の話であるということに注意してください。

  食塩水 A は x g 使い、食塩水 B は y g 使うと考えることにしたのですから、

$$x + y = 500 \qquad \cdots\cdots\ ①$$

ですよね。

次に、「食塩水 A と食塩水 B を混ぜて濃度が 5％ になる」という話を考えることにします。これは、「濃度」が主役の話であるということに注意してください。

実は、「濃度」が主役の話をしていくとき、よく、「重さ」の話に取り替えて議論を進めることがあります。この問題の場合は、「重さ」といっても「食塩水の重さ」ではなく「食塩水に溶けている食塩の重さ」に注目するのです。そのほうが、話がわかりやすくなるのです。どういうことなのか、ゆっくり順番に説明します。

まず、混ぜる前の食塩水のことを考えることにします。

食塩水 A は濃度が 3％ でした。そしてこの食塩水を x g 使うことにしてあります。では、食塩水 A を x g 用意すると、その中には何 g 食塩が溶けているのでしょう。「濃度」の意味がちゃんとわかっている人にとっては、どうってことのない質問ですね。濃度が 3％ ということは、「全体を 100 等分したうちの 3 個分は食塩だ」ということですよね。ですから、

$$x\,\mathrm{g}\text{ の食塩水 A の中に溶けている食塩の重さは } x \times \frac{3}{100}\,\mathrm{g}$$

ということになります。

食塩水 B は濃度が 8％ でした。そしてこの食塩水を y g 使うことにしてあります。では、食塩水 B を y g 用意すると、その中には何 g 食塩が溶けているのでしょう。食塩水 A のときと同じように考えるると、

$$y\,\mathrm{g}\text{ の食塩水 B の中に溶けている食塩の重さは } y \times \frac{8}{100}\,\mathrm{g}$$

ということになります。

次は、混ぜたあとのことを考えてみます。

混ぜると最後に、濃度 5％ の食塩水が 500 g できるのでしたね。それでは、最後にできた「濃度 5％ の食塩水が 500 g」の中にはどれだけの食塩が溶けているいるのでしょうか。濃度が 5％ ということは、「全体を 100 等分したうちの 5 個分は食塩だ」ということですよね。ですから、

混ぜてできた 500 g の食塩水の中に溶けている食塩の重さは $500 \times \dfrac{5}{100}$ g

ということになります。

これで 2 つ目の式を作る準備ができました。「混ぜたあとの食塩水に溶けている食塩」っていったいどこから来たのでしょう。もちろん、混ぜる前の「x g の食塩水 A」と混ぜる前の「y g の食塩水 B」の中に溶けていたものですよね。ですから、混ぜる前の「x g の食塩水 A の中に溶けていた食塩」と混ぜる前の「y g の食塩水 B の中に溶けていた食塩」が合わさって、混ぜたあとの「500 g の食塩水の中に溶けている食塩」になるんですよね。ということは、

$$x \times \frac{3}{100} + y \times \frac{8}{100} = 500 \times \frac{5}{100}$$

という式が成り立つということですね。つまり、

$$\frac{3}{100}x + \frac{8}{100}y = 25 \cdots\cdots \text{②}$$

という式が成り立つということです。

これで、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式ができました。以上で、

$$\begin{cases} x + y = 500 & \cdots\cdots \text{①} \\ \dfrac{3}{100}x + \dfrac{8}{100}y = 25 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

連立方程式は、もうあなた一人でも解けますよね。おまかせします。

実は、この連立方程式を解くと、$x = 300$、$y = 200$ という解が出てきます。そもそも、x は使うことにする食塩水 A の重さで、y は使うことにする食塩水 B の重さということにしたのですよね。ですからこの問題の答えは、

食塩水 A は 300 g 使い、食塩水 B は 200 g 使う

ということになります。

問 30.　2 種類の食塩水 A と B がある。食塩水 A の濃度は 4％ で食塩水 B の濃度は 8％ である。食塩水 A と食塩水 B を混ぜて濃度が 5％ の食塩水を 400 g 作ろうと思う。食塩水 A と食塩水 B をそれぞれ何 g ずつ混ぜればよいか。 答えを見る

問の解答

問 1.

(1) 例えば謎の数を x という文字であらわすことにすると

> なぞの数があり、その数を 2 倍してからさらに 3 をたしてできる数と、その数を -3 倍してからさらに 10 をたしてできる数は同じになる。

という話は

$$2x + 3 = -3x + 10$$

とあらわすことができます。

(2) 例えば謎の数を a という文字であらわすことにすると

> なぞの数があり、その数を 2 乗してからさらに 6 をたしてできる数と、その数を -5 倍してできる数は同じになる。

という話は

$$a^2 + 6 = -5a$$

とあらわすことができます。

(3) 例えば 2 つの謎の数を x、y という文字であらわすことにすると

> なぞの数が 2 つあり、一方の数を 2 倍してからさらに 1 をたしてできる数と、他方の数を 5 倍してからさらに 7 をひいてできる数は同じになる。

という話は

$$2x + 1 = 5y - 7$$

とあらわすことができます。

本文へ戻る

問 2.

(1) $a+7=-6$

(2) $-3x+5=-2x+2$

(3) $b^2+5=-3b+3$

本文へ戻る

問 3.

(1) $2a+3=b+3$

(2) $-3x-y=-5$

本文へ戻る

問 4. 『方程式 $2x+y=1$ について、例 8 ではまだ見つけていない解を、あと 3 組見つけてください。』という問題でしたね。

例えば、

$$x \text{ は } 0 \text{ で } y \text{ は } 1$$

とか、

$$x \text{ は } 100 \text{ で } y \text{ は } -199$$

とか、

$$x \text{ は } \frac{5}{2} \text{ で } y \text{ は } -4$$

などまだまだいくらでも見つけることができます。

本文へ戻る

問 5. 『$2x+3y=4$ という方程式には、解がいくらでも無数にあると思われます。では、違う解を 5 組見つけてください。』という問題でしたね。

例えば、

$$x \text{ は } -7 \text{ で } y \text{ は } 6$$

とか、

$$x \text{ は } -4 \text{ で } y \text{ は } 4$$

とか、

$$x \text{ は } -1 \text{ で } y \text{ は } 2$$

とか、

$$x \text{ は } 2 \text{ で } y \text{ は } 0$$

とか、

$$x \text{ は } 5 \text{ で } y \text{ は } -2$$

などがあります。（これで 5 組ですね。）

この他にも、

$$x \text{ は } 1 \text{ で } y \text{ は } \frac{2}{3}$$

とか、

$$x \text{ は } 0 \text{ で } y \text{ は } \frac{4}{3}$$

とか、

$$x \text{ は } \frac{1}{2} \text{ で } y \text{ は } 1$$

などまだまだいくらでも見つけることができます。 本文へ戻る

問 6. 答えは 20 ページに書いてあります。 本文へ戻る

問 7. 本文のこの問題の直後に答えが書いてあります。 本文へ戻る

問 8. 謎の数が 2 つあり、式も 2 つある次のような方程式について考える問題でしたね。

$$\begin{cases} 2x+y=-6 & \cdots\cdots ① \\ x+y=-2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

(1) まず①式だけを良く見て、①式のとおりになっている x と y の組をできるだけたくさん見つけるのでしたね。

例えば、

x は -6 で y は 6

とか、

x は -5 で y は 4

とか、

x は -4 で y は 2

とか、

x は -3 で y は 0

とか、

x は -2 で y は -2

とか、

x は -1 で y は -4

とか、

x は 0 で y は -6

とか、

x は 1 で y は -8

とか、

x は 2 で y は -10

とか、

$$x \text{ は } 3 \text{ で } y \text{ は } -12$$

などがあります。この他にも、

$$x \text{ は } \frac{1}{2} \text{ で } y \text{ は } -7$$

とか、

$$x \text{ は } -\frac{5}{2} \text{ で } y \text{ は } -1$$

などまだまだいくらでも見つけることができます。

(2) 次に、②式を良く見て、(1) で見つけたたくさんの x と y の組を 1 組 1 組②式のとおりになるかどうかを試し、①式と②式を両方とも満たしている組を見つけるのでしたね。

(1) で見つけたたくさんの x と y の組のうち

$$x + y = -2 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

を満たしているのは、

$$x \text{ は } -4 \text{ で } y \text{ は } 2$$

だけですね。

本文へ戻る

問 9. 謎の数が 2 つあり、式も 2 つある次のような方程式について考える問題でしたね。

$$\begin{cases} x + y = 13 & \cdots\cdots \quad ① \\ 3x - y = -1 & \cdots\cdots \quad ② \end{cases}$$

(1) まず①式だけを良く見て、①式のとおりになっている x と y の組をできるだけたくさん見つけるのでしたね。

例えば、

$$x \text{ は } -2 \text{ で } y \text{ は } 15$$

とか、

$$x \text{ は } -1 \text{ で } y \text{ は } 14$$

とか、

$$x \text{ は } 0 \text{ で } y \text{ は } 13$$

とか、

$$x \text{ は } 1 \text{ で } y \text{ は } 12$$

とか、

$$x \text{ は } 2 \text{ で } y \text{ は } 11$$

とか、

$$x \text{ は } 3 \text{ で } y \text{ は } 10$$

とか、

$$x \text{ は } 4 \text{ で } y \text{ は } 9$$

とか、

$$x \text{ は } 5 \text{ で } y \text{ は } 8$$

とか、

$$x \text{ は } 6 \text{ で } y \text{ は } 7$$

とか、

$$x \text{ は } 7 \text{ で } y \text{ は } 6$$

などがあります。この他にも、

$$x \text{ は } \frac{1}{2} \text{ で } y \text{ は } \frac{25}{2}$$

とか、

$$x \text{ は } 7.8 \text{ で } y \text{ は } 5.2$$

などまだまだいくらでも見つけることができます。

(2) 次に、②式を良く見て、(1) で見つけたたくさんの x と y の組を 1 組 1 組②式のとおりになるかどうかを試し、①式と②式を両方とも満たしている組を見つけるのでしたね。(1) で見つけたたくさんの x と y の組のうち

$$3x - y = -1 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

を満たしているのは、

x は 3 で y は 10

だけですね。

本文へ戻る

問 10. $\begin{cases} 3x + 2y = 18 & \cdots\cdots ① \\ x + 2y = 14 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ という方程式を 25 ページの「おさらい」の方法で解く問題でしたね。つまり、まず①をよく見て、x と y がそれぞれいくつだったら①のとおりになるのか考えるとそのような x と y の組は 1 組だけではなく、たくさんいくらでもみつけられるのですが、その中から②のとおりになるものを選ぶ方法ですよね。

ではまず、①をよく見て、x と y がそれぞれいくつだったら①のとおりになるのか考えましょう。すると、例えば、

x は -2 で y は 12

とか、

x は 0 で y は 9

とか、

x は 2 で y は 6

とか、

x は 4 で y は 3

とか、

$$x \text{ は } 6 \text{ で } y \text{ は } 0$$

などがあります。この他にも、

$$x \text{ は } \frac{5}{3} \text{ で } y \text{ は } \frac{13}{2}$$

とか、

$$x \text{ は } -4.6 \text{ で } y \text{ は } 15.9$$

などまだまだいくらでも見つけることができます。

では次に、今見つけたたくさんの x と y の組の中から②のとおりになるものを選びましょう。ひとつひとつ試していくと、②のとおりになるものは

$$x \text{ は } 2 \text{ で } y \text{ は } 6$$

だけですね。 本文へ戻る

問 11. 空欄に正しい数や式を書く問題でしたね。

(1) $3x + 2 = 2x - 5$ が成り立っているとき、この等式の左辺と右辺に 5 をたして、

$$3x + 2 + \boxed{5} = 2x - 5 + \boxed{5}$$

と書きかえてもよい。この式の見かけを少しマシにすると、

$$3x + \boxed{7} = 2x$$

となる。

(2) $3x + 2 = 2x - 5$ が成り立っているとき、この等式の左辺と右辺に $2y - 2$ という式をたして、

$$3x + 2 + \left(\boxed{2y - 2}\right) = 2x - 5 + \left(\boxed{2y - 2}\right)$$

と書きかえてもよい。この式の見かけを少しマシにすると、

$$3x + 2y = 2x + 2y - \boxed{7}$$

となる。

本文へ戻る

問 12. 謎の数 x と y があり、この 2 つの数が、

$$2x - 5y = 4 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

という等式と

$$-3x - 7y = 2 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

という等式を満たしているときの話でしたね。

(1) $2x - 5y$ と 4 は①によると同じモノなので、

$$-3x - 7y = 2 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

という等式の左辺から $2x - 5y$ をひき、右辺から 4 をひきます。すると、

$$-3x - 7y - (2x - 5y) = 2 - 4$$

となります。この等式をさらにマシにすると、

$$-5x - 2y = -2$$

となりますね。

(2) (1) を解いた人は、

$$2x - 5y = 4 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

という等式と

$$-3x - 7y = 2 \quad \cdots\cdots \quad ②$$

という 2 つの等式のうち、②を $-5x - 2y = -2$ に取り替えることができます。そうすると、①、②という 2 つの式を考える代わりに、

$$2x - 5y = 4$$

$$5x - 2y = -2$$

という 2 つの式を考えれば良いということになりますね。

本文へ戻る

問 13. 例題 2 の解答で説明した連立方程式の解き方を真似して解くと、解は以下のようになることがわかります。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 2x + y = -6 \\ x + y = -2 \end{cases}$ の解は $x = -4$、$y = 2$ です。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 5x + y = 9 \end{cases}$ の解は $x = 2$、$y = -1$ です。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$ の解は $x = 1$、$y = -1$ です。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 6x + 5y = 4 \\ 9x - 2y = -13 \end{cases}$ の解は $x = -1$、$y = 2$ です。

本文へ戻る

問 14. 例題 3 の解答で説明した連立方程式の解き方を真似して解くと、解は以下のようになることがわかります。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} y = x - 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ の解は $x = 3$、$y = 1$ です。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 4y = 17 \end{cases}$ の解は $x = 5$、$y = -3$ です。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} y = x - 5 \\ x - 3y = 13 \end{cases}$ の解は $x = 1$、$y = -4$ です。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ の解は $x = -3$、$y = 4$ です。

本文へ戻る

問 15. カッコの付いている式がある連立方程式を解く問題でしたね。

(1) $\begin{cases} x - 3y = 8 & \cdots\cdots\ ① \\ 3x = 2(1 - y) & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$

②の見かけを変えると

$$3x + 2y = 2 \qquad \cdots\cdots\ ②'$$

となります。ですから、②を ②′’ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} x - 3y = 8 & \cdots\cdots\ ① \\ 3x + 2y = 2 & \cdots\cdots\ ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x = 2$、$y = -2$ となります。

(2) $\begin{cases} 3(x + 2y) - x = 16 & \cdots\cdots\ ① \\ 4x + 3y = 5 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$

①の見かけを変えると

$$2x + 6y = 16 \qquad \cdots\cdots\ ①'$$

となります。ですから、①を ①′ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 2x + 6y = 16 & \cdots\cdots\ ①' \\ 4x + 3y = 5 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x = -1$、$y = 3$ となります。

(3) $\begin{cases} 2(x + 1) + y = 1 & \cdots\cdots\ ① \\ 3x - 2(2y - 1) = -5 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$

①の見かけを変えると

$$2x + y = -1 \qquad \cdots\cdots\ ①'$$

となります。また②の見かけを変えると

$$3x - 4y = -7 \qquad \cdots\cdots\ ②'$$

となります。

ですから、①を ①′ に取り替え、②を ②′ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 2x + y = -1 & \cdots\cdots\ ①' \\ 3x - 4y = -7 & \cdots\cdots\ ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x = -1$、$y = 1$　となります。

(4) $\begin{cases} 2(x - y) = 3(x + 1) & \cdots\cdots\ ① \\ 3(x + y) = 2(y + 3) & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$

①の見かけを変えると

$$-x - 2y = 3 \qquad \cdots\cdots\ ①'$$

となります。また②の見かけを変えると

$$3x + y = 6 \qquad \cdots\cdots\ ②'$$

となります。

ですから、①を ①′ に取り替え、②を ②′ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} -x - 2y = 3 & \cdots\cdots\ ①' \\ 3x + y = 6 & \cdots\cdots\ ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x=3$、$y=-3$　となります。

本文へ戻る

問 16. 例題 5 の説明では、

$$\begin{cases} x-2y=5 & \cdots\cdots \text{①} \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y=2 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

という連立方程式を

$$\begin{cases} x-2y=5 & \cdots\cdots \text{①} \\ 2x-3y=12 & \cdots\cdots \text{②}' \end{cases}$$

という連立方程式に取り替えるところまで説明しましたね。

この連立方程式を解くと　$x=9$、$y=2$　となります。

本文へ戻る

問 17. 例題 6 の説明では、

$$\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots\cdots \text{①} \\ 0.3x+0.1y=1.4 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$ という連立方程式を

$$\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots\cdots \text{①} \\ 3x+y=14 & \cdots\cdots \text{②}' \end{cases}$$

という連立方程式に取り替えるところまで説明しましたね。

この連立方程式を解くと　$x=10$、$y=-16$　となります。

本文へ戻る

問 18.

(1) $$\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{3}{5}y=1 & \cdots\cdots \text{①} \\ 3x-4y=4 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

①の左辺と右辺に 10 をかけて見かけを変えると

$$5x-6y=10 \qquad \cdots\cdots \text{①}'$$

となります。

ですから、①を ①′ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 5x - 6y = 10 & \cdots\cdots \quad ①' \\ 3x - 4y = 4 & \cdots\cdots \quad ② \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x = 8$、$y = 5$　となります。

(2) $$\begin{cases} \dfrac{2}{3}x - y = -6 & \cdots\cdots \ ① \\ x + \dfrac{3}{5}y = 12 & \cdots\cdots \ ② \end{cases}$$

①の左辺と右辺に 3 をかけて見かけを変えると

$$2x - 3y = -18 \qquad \cdots\cdots \ ①'$$

となります。また②の左辺と右辺に 5 をかけて見かけを変えると

$$5x + 3y = 60 \qquad \cdots\cdots \ ②'$$

となります。

ですから、①を ①′ に取り替え、②を ②′ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 2x - 3y = -18 & \cdots\cdots \quad ??' \\ 5x + 3y = 60 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x = 6$、$y = 10$　となります。

(3) $$\begin{cases} \dfrac{3}{4}x + \dfrac{1}{2}y = 9 & \cdots\cdots \ ① \\ \dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{6}y = -1 & \cdots\cdots \ ② \end{cases}$$

①の左辺と右辺に 4 をかけて見かけを変えると

$$3x + 2y = 36 \qquad \cdots\cdots\ ①'$$

となります。また②の左辺と右辺に 6 をかけて見かけを変えると

$$3x - 5y = -6 \qquad \cdots\cdots\ ②'$$

となります。

ですから、①を ①$'$ に取り替え、②を ②$'$ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 3x + 2y = 36 & \cdots\cdots \quad ①' \\ 3x - 5y = -6 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x = 8$、$y = 6$ となります。

(4) $\begin{cases} 0.3x + 0.2y = 1.8 & \cdots\cdots\ ① \\ 2x - y = 5 & \cdots\cdots\ ② \end{cases}$

①の左辺と右辺に 10 をかけて見かけを変えると

$$3x + 2y = 18 \qquad \cdots\cdots\ ①'$$

となります。

ですから、②を ②$'$ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 & \cdots\cdots \quad ①' \\ 2x - y = 5 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x = 4$、$y = 3$ となります。

(5) $\begin{cases} 0.9x + 0.5y = 0.4 & \cdots\cdots\cdots ① \\ 0.4x - 0.3y = -4 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$

①の左辺と右辺に 10 をかけて見かけを変えると

$$9x + 5y = 4 \qquad \cdots\cdots\cdots ①'$$

となります。また②の左辺と右辺に 10 をかけて見かけを変えると

$$4x - 3y = -40 \qquad \cdots\cdots\cdots ②'$$

となります。

ですから、①を ①′ に取り替え、②を ②′ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 9x + 5y = 4 & \cdots\cdots ①' \\ 4x - 3y = -40 & \cdots\cdots ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x = -4$、$y = 8$　となります。

(6) $\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 0.7 & \cdots\cdots\cdots ① \\ 5x + 0.6y = 9.4 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$

①の左辺と右辺に 10 をかけて見かけを変えると

$$2 - 3y = 7 \qquad \cdots\cdots\cdots ①'$$

となります。また②の左辺と右辺に 10 をかけて見かけを変えると

$$50x + 6y = 94 \qquad \cdots\cdots\cdots ②'$$

となります。

ですから、①を ①$'$ に取り替え、②を ②$'$ に取り替えて、もともとの連立方程式の代わりに、

$$\begin{cases} 2-3y=7 & \cdots\cdots \quad ①' \\ 50x+6y=94 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

を解けば良いのです。

この連立方程式を解くと　$x=2$、$y=-1$　となります。

本文へ戻る

問 19. 例題 7 の説明では、

$$3x-2y=7x-8y=15$$

という方程式は、例えば、

$$\begin{cases} 3x-2y=7x-8y \\ 7x-8y=15 \end{cases}$$

という連立方程式と同じであるというところまで説明しましたね。

この連立方程式を解くと　$x=9$、$y=6$　となります。

本文へ戻る

問 20. 例題 8 の説明では、

$$5x-2y-1=2x+3y=3x+4y-3$$

という方程式は、例えば、

$$\begin{cases} 3x-5y=1 & \cdots\cdots \quad ①' \\ x+y=3 & \cdots\cdots \quad ②' \end{cases}$$

という連立方程式と同じであるというところまで説明しましたね。

この連立方程式を解くと　$x=2$、$y=1$　となります。

本文へ戻る

問 21. 式が 1 行しかない連立方程式を解く問題でしたね。

(1) $8x-4y=3x+6y=12$ という方程式は、例えば、

$$\begin{cases} 8x-4y=3x+6y & \cdots\cdots\cdots ① \\ 3x+6y=12 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

という連立方程式と同じです。

この連立方程式の 2 つの式の見かけを見慣れた形、(つまり、「なんとかエックス」たす「なんとかワイ」=数字) という形に変えると、

$$\begin{cases} x-2y=0 & \cdots\cdots ①' \\ 3x+6y=12 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

となります。

この連立方程式を解くと、 $x=2$、$y=1$ となります。

(2) $7x+3y+2=5x+y=3x-2y-5$ という方程式は、例えば、

$$\begin{cases} 7x+3y+2=5x+y & \cdots\cdots\cdots ① \\ 7x+3y+2=3x-2y-5 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

という連立方程式と同じです。

この連立方程式の 2 つの式の見かけを見慣れた形、(つまり、「なんとかエックス」たす「なんとかワイ」=数字) という形に変えると、

$$\begin{cases} x+y=-1 & \cdots\cdots ①' \\ 4x+5y=-7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

となります。

この連立方程式を解くと、 $x=2$、$y=-3$ となります。

本文へ戻る

問 22.

連立方程式 $\begin{cases} x+2y=5 & \cdots\cdots ① \\ x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ について考えることにします。次の中から、この連立方程式の解を選んでください。

ア. $x=1$、$y=2$　イ. $x=3$、$y=1$　ウ. $x=2$、$y=3$　エ. $x=3$、$y=-1$

という問題でしたね。

「方程式の解」という言葉の意味を知っている人だったら、ア、イ、ウ、エの中から $x+2y$ を計算すると 5 になり、$x+y$ を計算すると 4 になるものを探せば良いということがわかりますね。

答えはイ. ですね。

本文へ戻る

問 23. 例題 10 の説明では、あとは

$$\begin{cases} -a+2b=5 & \cdots\cdots ①' \\ -b+2a=2 & \cdots\cdots ②' \end{cases}$$

という連立方程式を解いて謎の数 a と b を求めれば良いというところまで説明しました。

この連立方程式を解くと　$a=3$、$b=4$　となります。

本文へ戻る

問 24. 「方程式の解」という言葉の意味が理解できているか確認する問題ですね。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} ax+by=5 & \cdots\cdots ① \\ ax-by=-1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ の解が $x=2$、$y=-1$ なのですから、

方程式の解という言葉の意味がわかっている人は

$$\begin{cases} 2a-b=5 & \cdots\cdots ①' \\ 2a+b=-1 & \cdots\cdots ②' \end{cases}$$

と考えることになりますね。あとは、この連立方程式を解いて謎の数 a と b を求めれば良いわけです。

この連立方程式を解くと　$a = 1$、$b = -3$　となります。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} a - bx = y & \cdots\cdots ① \\ ay - b = 4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ の解が $x = 2$、$y = 1$ なのですから、

方程式の解という言葉の意味がわかっている人は

$$\begin{cases} a - 2b = 1 & \cdots\cdots ①' \\ a - b = 4 & \cdots\cdots ②' \end{cases}$$

と考えることになりますね。あとは、この連立方程式を解いて謎の数 a と b を求めれば良いわけです。

この連立方程式を解くと　$a = 7$、$b = 3$　となります。

本文へ戻る

問 25.　『A、B、２種類のノートがある。A を８冊、B を７冊買うと代金は 1520 円になり、A を６冊、B を９冊買うと代金は 1440 円になる。A、B のノート１冊の値段をそれぞれ求めよ。』という問題でしたね。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  このお話では、「ノート A １冊の値段」と「ノート B １冊の値段」が謎の数です。そこで、これらの謎の数を表すために、文字を使うことにします。ここではノート A １冊の値段は x 円で、ノート B １冊の値段は y 円であるとしてみましょう。（文字は数の代わりに使うのでしたね。いくらなのかわからないから文字を使って、x 円とか y 円などと言うことにしたのです。）

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

  この問題には、「これこれこうするとこうなる」というお話が２つ出てきていますね。「A を８冊、B を７冊買うと代金は 1520 円になる」というお話と、「A を６冊、B を９冊買うと代金は 1440 円になる」というお話です。この２つのお話から、謎の２つの数を発見するための式が２つ作れそうですね。それでは作ってみること

にします。

まず、「A を 8 冊、B を 7 冊買うと代金は 1520 円になる」というお話から考えてみます。

ノート A 1 冊の値段は x 円で、ノート B 1 冊の値段は y 円ということにしたのですから、

ノート A 8 冊の代金は $8 \times x$(円)、つまり $8x$ (円)

ノート B 7 冊の代金は $7 \times y$(円)、つまり $7y$ (円)

ですよね。ということは、ノート A 8 冊の代金とノート B 7 冊の代金を合わせると、

$$8x + 7y \,(円)$$

ということになりますね。ところで、「A を 8 冊、B を 7 冊買うと代金は 1520 円になる」というのですから、$8x + 7y$ (円) というのは 1520 (円) に等しいということになるので、

$$8x + 7y = 1520 \qquad \cdots\cdots\cdot \ ①$$

という式を作ることができますね。この式が、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式になるのです。

次に、「A を 6 冊、B を 9 冊買うと代金は 1440 円になる」というお話を考えてみます。

ノート A 1 冊の値段は x 円で、ノート B 1 冊の値段は y 円ということにしたのですから、

ノート A 6 冊の代金は $6 \times x$(円)、つまり $6x$ (円)

ノート B 9 冊の代金は $9 \times y$(円)、つまり $9y$ (円)

ですよね。ということは、ノート A 6 冊の代金とノート B 9 冊の代金を合わせると、

$$6x+9y\,(\text{円})$$

ということになりますね。ところで、「A を 6 冊、B を 9 冊買うと代金は 1440 円になる」というのですから、$6x+9y\,(\text{円})$ というのは $1440\,(\text{円})$ に等しいということになるので、

$$6x+9y=1440 \quad \cdots\cdots \text{②}$$

という式を作ることができますね。この式が、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式になるのです。

これで、

$$\begin{cases} 8x+7y=1520 & \cdots\cdots \text{①} \\ 6x+9y=1440 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

連立方程式の解き方はもう大丈夫ですよね。ですから、さっき作った連立方程式を解くことは、あなたにおまかせします。

実は、この連立方程式を解くと $x=120$、$y=80$ という解が出てきます。そもそも x はノート A 1 冊の値段で、y はノート B 1 冊の値段ということにしたのですよね。ですから、この問題の答えは、

ノート A 1 冊の値段は 120 円、ノート B 1 冊の値段は 80 円

ということになります。

本文へ戻る

問 26. 『50 円切手と 80 円切手を合わせて 12 枚買ったら代金は 720 円だった。50 円切手と 80 円切手をれぞれ何枚買ったか求めなさい。』という問題でしたね。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  このお話では、「50 円切手を買った枚数」と「80 円切手を買った枚数」が謎の数です。そこで、50 円切手をを x 枚買い、80 円切手をを y 枚買ったとしてみましょう。（文字は数の代わりに使うのでしたね。いくらなのかわからないから文字を使って、x 枚とか y 枚などと言うことにしたのです。）

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

  この問題には、「これこれこうするとこうなる」というお話が 2 つ出てきていますね。「合わせて 12 枚買った」というお話と、「全部の代金は 720 円だった」というお話です。この 2 つのお話から、謎の 2 つの数を発見するための式が 2 つ作れそうですね。それでは作ってみることにします。

  まず、「合わせて 12 枚買った」というお話から考えてみます。

  50 円切手を x 枚買い、80 円切手をを y 枚買ったのですから、

  $$80\text{ 円切手と }80\text{ 円切手を合わせた枚数は }x+y\,(\text{枚})$$

  とあらわすことができます。ところで、「合わせて 12 枚買った」というのですから、$x+y\,$(枚) というのは $12\,$(枚) に等しいということになるので、

  $$x+y=12 \qquad \cdots\cdots\cdots \text{①}$$

  という式を作ることができますね。この式が、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式になるのです。

  次に、「全部の代金は 720 円だった」というお話を考えてみます。

50 円切手を x 枚買い、80 円切手をを y 枚買ったのですから、

50 円切手 x 枚の代金は $50 \times x$(円)、つまり $50x$ (円)

80 円切手 y 枚の代金は $80 \times y$(円)、つまり $80y$ (円)

ですよね。ということは、50 円切手 x 枚の代金と、80 円切手 y 枚の代金を合わせると、

$$50x + 80y \,(\text{円})$$

ということになりますね。ところで、「全部の代金は 720 円だった」というのですから、$50x + 80y$ (円) というのは 720 (円) に等しいということになるので、

$$50x + 80y = 720 \quad \cdots\cdots \text{②}$$

という式を作ることができますね。この式が、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式になるのです。

これで、

$$\begin{cases} x + y = 12 & \cdots\cdots \text{①} \\ 50x + 80y = 720 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

実は、この連立方程式を解くと $x = 8$、$y = 4$ という解が出てきます。そもそも x は 50 円切手の枚数で、y は 80 円切手の枚数ということにしたのですよね。ですから、この問題の答えは、

50 円切手を 8 枚、80 円切手を 4 枚買った

ということになります。

本文へ戻る

問 27. 『2 ケタの自然数がある。この自然数の十の位の数の 4 倍と、一の位の数の 3 倍は等しくなっている。また、この自然数の十の位と一の位を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より 18 大きくなる。もとの自然数を求めよ。』という問題でしたね。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  この問題は、「もとの 2 ケタの自然数を求めよ」という問題ですよね。つまり、「もとの 2 ケタの自然数」が謎の数なのですよね。他には謎の数はありませんね。「あれっ、謎の数は 1 つだけか。じゃぁ、文字も 1 つでいいのかな？」と思った人はいませんか？実は、そう考えてしまうと、この問題は解けなくなってしまうのです。どういうことか説明します。問題を詳しく読んでみると、「十の位に書いてある数と一の位に書いてある数がどうのこうの」と書いてありますね。ですから、もとの 2 ケタの自然数の「十の位に書いてある数」と「一の位に書いてある数」が謎と考えるのが良さそうですね。そうすると、この問題には謎の数が 2 つあるということになります。というわけで、もとの 2 ケタの自然数の十の位の数を x、もとの 2 ケタの自然数の一の位の数を y とあらわしてみることにします。（もとの 2 ケタの自然数で、「十の位に書いてある数」や「一の位に書いてある数」は謎なので文字を使ってあらわしたのです。）

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

  お話を先に進める前に、まず、念のため確認してもらいたいことがあります。

  「27」って書いてあったら、あなたは普通何と読みますか？きっと「にじゅうなな」って読みますよね。「にななな」ではなく、「に」のあとに「じゅう」をつけますよね。どうしてなのかというと、27 というのは 10 のかたまりが 2 個分と 1 が 7 個分合わさってできているからですよね。ですから、「十の位に 2、一の位に 7 が書いてある 27 という数の正体は、$10 \times 2 + 1 \times 7$ という計算をしてできる数である」ということですね。だったら、十の位に x、一の位に y が書いてあるときはどうなる

のでしょう。10 のかたまりが x 個分と 1 が y 個分合わさってできているわけですから、

$$\text{エックスじゅうワイの正体} = 10 \times x + 1 \times y = 10x + y$$

ということですね。

では、念のための確認はここまでにして、本題に入りましょう。

この問題には、「これこれこうするとこうなる」という話が 2 つ出てきますね。「もとの自然数の十の位の数の 4 倍と、一の位の数の 3 倍は等しくなっている。」という話と、「もと自然数の十の位と一の位を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より 18 大きくなる。」という話です。この 2 つの話から、謎の数 x と y を発見するための式を作ることにしましょう。

まず、「もとの自然数の十の位の数の 4 倍と、一の位の数の 3 倍は等しくなっている。」という話から考えてみます。

もとの 2 ケタの自然数の十の位を x、一の位を y ということにしたのですから、x と y は、

$$4x = 3y \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

という式を満たしているということですね。これで、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式ができました。

次に、「もと自然数の十の位と一の位を入れかえてできる自然数は、もとの自然数より 18 大きくなる。」という話を考えてみます。

なんか、ややこしい話ですよね。「十の位に書いてある数と一の位に書いてある数を入れかえてできる自然数」なんて書いてありますけど、どういうことかわかりますか？少し説明しておきましょう。もし仮に、もとの 2 ケタの自然数が、$\boxed{2}\boxed{3}$（に

じゅうさん）だったら、十の位に書いてある数と一の位に書いてある数を入れかえると $\boxed{3}\boxed{2}$（さんじゅうに）ができますよね。ではもとの 2 ケタの自然数が、$\boxed{x}\boxed{y}$（エックスじゅうワイ）だったら、十の位に書いてある数と一の位に書いてある数を入れかえるとどうなるでしょう。もちろん、$\boxed{y}\boxed{x}$（ワイじゅうエックス）ですよね。ですから、

$$\text{もとの 2 ケタの自然数} = \text{エックスじゅうワイ} = 10x + y$$

$$\text{入れかえたできた 2 ケタの自然数} = \text{ワイじゅうエックス} = 10y + x$$

とあらわすことができますね。

ところで、「もとの 2 ケタの自然数の十の位と一の位を入れかえてできる自然数は、もとの 2 ケタの自然数より 18 大きい」というのですから「エックスじゅうワイ」に 18 をたすと、「ワイじゅうエックス」になるわけです。つまり、

$$(10x + y) + 18 = 10y + x \cdots\cdots ②$$

が成り立っているわけです。これで、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式ができました。以上で、

$$\begin{cases} 4x = 3y & \cdots\cdots ① \\ (10x + y) + 18 = 10y + x & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

実は、この連立方程式を解くと、$x = 6$、$y = 8$ という解が出てきます。そもそも、x はもとの 2 ケタの自然数の十の位に書いてある数で、y はもとの 2 ケタの自然数の一の位に書いてある数ということにしたのですよね。ですからこの問題の答え、つまりもとの 2 ケタの自然数は 68 ということです。

本文へ戻る

問 28. 『家から 1800 m 離れた駅へ行くのに、初めは毎分 60 m の速さで歩いていたが、遅れそうな気がしたので途中から速さを毎分 80 m に変えたところ、家から駅まで行くのにかかった時間は 25 分だった。毎分 60 m の速さで歩いた道のりと、毎分 80 m の速さで歩いた道のりをそれぞれ求めなさい。』という問題でしたね。

この問題には、「速さ」とか「距離」とか「時間」という話が出てきます。「速さ」とひと言で言っても、「時速」とか「分速」とか「秒速」なんてものがありましたよね。また、「距離」とひと言で言っても、「メートル」とか「キロメートル」とか「センチメートル」なんてものがありましたよね。そして、「時間」ひと言で言っても、「時間」とか「分」とか「秒」なんてものがありましたよね。こういう話は小学校で学んでいると思いますが、もし、あなたがこういう話に不安を感じているならば、この先を読む前にぜひ復習しておいてください。（せめて、（このシリーズ）の「文字式 1」のテキストを探して、「数量を文字であらわすことその 2」という単元の中から「速さ」や「距離」や「時間」の関係について説明してあるところを探し、全部きちんと復習してください。）それでは、「速さ」や「距離」や「時間」の関係についてきちんと理解している人は、この先を読むことにしましょう。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  この問題には、謎の数が 2 つ出てきますよね。問題には「毎分 60 m の速さで歩いた道のりと、毎分 80 m の速さで歩いた道のりをそれぞれ求めなさい。」なんて書いてあるわけですから「毎分 60 m の速さで歩いた道のり」と「毎分 80 m の速さで歩いた道のり」が謎の数ですよね。そこで、毎分 60 m の速さで歩いた道のりを x m、毎分 80 m の速さで歩いた道のりを y m と考えることにします。

  念のための注意をしておきます。「距離」ととひと言で言っても、「メートル」とか「キロメートル」とか「センチメートル」などいろいろな単位があるのでしたよね。ここでは、問題をよく読んで、m（メートル）という単位を使うことにしたのですが、それが一番良いですよね。あなたもそう思いますよね。

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

この問題には、「これこれこうするとこうなる」という話が 2 つ出てきますね。「家から 1800 m 離れた駅へ行く。」という話と「初めは毎分 60 m の速さで歩いていたが、遅れそうな気がしたので途中から速さを毎分 80 m に変えたところ、家から駅まで行くのにかかった時間は 25 分だった。」という話です。この 2 つの話から、謎の数 x と y を発見するための式を作ることにしましょう。

まず、「家から 1800 m 離れた駅へ行く。」という話から考えてみます。

家から駅へ行ったわけですが、初めは（毎分 60 m の速さで）x m 歩き、残りは（毎分 80 m の速さで）y m 歩いたわけです。とにかく合計 $x+y$ m 歩いたわけです。ところで家から駅までは 1800 m あるわけですから、

$$x + y = 1800 \qquad \cdots\cdots ①$$

という式が成り立っているということですね。これで、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式ができました。

次に、「家から駅まで行くのにかかった時間は 25 分だった。」という話について考えてみます。

この問題のように、「速さ」、「距離」、「時間」が出てくる話では、この 3 つのうちどれを主役にして考えるのかしっかり決めることが大切です。「家から駅まで行くのにかかった時間は 25 分だった。」という話は「時間」についての話をしていますね。つまり、「初め毎分 60 m の速さで歩いたときの時間」と「残りを毎分 80 m の速さで歩いたときの時間」をたすと 25 分になるってことですよね。ですから、この話は時間が主役と考えるのが良さそうですね。

そこで、先に、「初め毎分 60 m の速さで歩いていた時間」と「残りを毎分 80 m の速さで歩いていたの時間」を文字で表すことにしましょう。

初め毎分 60 m の速さで歩いていた時間を文字で表すと

初め毎分 60 m の速さで歩いていた距離は今の所わからないので x m にしたのでした。この距離を分速 60 km で歩くのですから、かかる時間は $\frac{x}{60}$ 分ですよね。

残りを毎分 80 m の速さで歩いていた時間を文字で表すと

残りを毎分 80 m の速さで歩いていた距離は今の所わからないので y m にしたのでした。この距離を時速 80 km で歩くのですから、かかる時間は $\frac{y}{80}$ 時間ですよね。

ということは、「初め毎分 60 m の速さで歩いていたの時間」と「残りを毎分 80 m の速さで歩いていたの時間」の合計は、

$$\frac{x}{60}+\frac{y}{80}\,(\text{分})$$

ですね。ところで、この問題によると、合計は 25 分のはずなので、

$$\frac{x}{60}+\frac{y}{80}=25 \quad \cdots\cdots \text{②}$$

という式が成り立っているわけです。これで、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式ができました。以上で、

$$\begin{cases} x+y=1800 & \cdots\cdots \text{①} \\ \dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{80}=25 & \cdots\cdots \text{②} \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

実は、この連立方程式を解くと、 $x=600$、$y=1200$ という解が出てきます。そもそも、x は初め毎分 60 m の速さで歩いていた距離 (m) で、y は残りを毎分 80 m の速さで歩いていた距離 (m) ということにしたのですよね。ですからこの問題の答えは、

毎分 60 m の速さで歩いていた距離は 600 m で毎分 80 m の速さで歩いていた距離は 1200 m

ということになります。

本文へ戻る

問 29. 『ある中学校の生徒数は男女合わせて 150 人である。男子の 65 % と女子の 40 % は運動部に入っていて、運動部に入っている生徒は全部で 80 人である。この中学校の男子生徒、女子生徒の数をそれぞれ求めなさい。』という問題でしたね。

さて、この問題には % (パーセント) なんてものが出てきました。「百分率」ってやつですよね。割合を表す数の仲間ですよね。小学校で学んでいると思います。でも、良くわからないまま中学生になってしまう人、とても多いんですよね。そういう人は今すぐ自分で百分率の復習をしてください。(せめて、(このシリーズ) の「文字式 1」のテキストを探して、「数量を文字であらわすことその 2」という単元の中から「割合」や「百分率」について説明してあるところを探し、全部きちんと復習してください。) 良くわからないまま先に進むと、大変なことになります。余計な時間がかかってしまうのです。

では、百分率のことをきちんとわかっている人は、先に進むことにしましょう。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

  この問題には、謎の数が 2 つでてきます。もちろん、「男子生徒の数」と「女子生徒の数」のことです。そこで、男子生徒の数は x 人で、女子生徒の数は y 人であると考えることにしましょう。

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

  この問題には、「これこれこうするこうなる」という話が 2 つ出てきますね。「男女合わせて 150 人」という話と「男子の 65 % と女子の 40 % は運動部に入っていて、運動部に入っている生徒は全部で 80 人」という話です。

  まず、「男女合わせて 150 人」という話」から考えてみましょう。

  男子生徒の数は x 人、女子生徒の数は y 人と考えることにしたのですから、

$$x + y = 150 \qquad \cdots\cdots \ ①$$

ということですね。これで、謎の数 x と y を発見するための 1 つ目の式ができました。

次に、「男子の 65％と女子の 40％は運動部に入っていて、運動部に入っている生徒は全部で 80 人」という話について考えてみましょう。

何か、ややこしい話ですね。でもお話のとおりに、お話に出てくるものをお話に出てくる順に式にしていけば大丈夫です。（このお話は、「全部で 80 人」という「オチ」なので「人数」を主役にするとうまくいきそうです。）

まず、「男子の 65％」って書いてありますね。今私たちは、男子の数を x 人としているわけですから、男子の 65％は $0.65x$ 人ということになりますね。（百分率のことがわかっている人は納得できますよね。納得できない人は、百分率の復習を今すぐはじめてください。）

さらに「女子の 40％」って書いてありますね。今私たちは、女子の数を y 人としているわけですから、女子の 40％は $0.40x$ 人ということになりますね。（百分率のことがわかっている人は納得できますよね。納得できない人は、百分率の復習を今すぐはじめてください。）

すると、「男子の 65％と女子の 40％は運動部に入っていて」ということですから、運動部に入っている生徒は全部で $0.65x + 0.40y$ 人とあらわすことができます。

そして、「運動部に入っている生徒は全部で 80 人」ということなのですから、

$$0.65x + 0.40y = 80 \ \cdots\cdots \ ②$$

が成り立っていることになりますね。これで、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式ができました。

以上で、

$$\begin{cases} x+y=150 & \cdots\cdots \ ① \\ 0.65x+0.40y=80 & \cdots\cdots \ ② \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

実は、この連立方程式を解くと、 $x=80$、$y=70$ という解が出てきます。そもそも、x は男子生徒の数で、y は女子生徒の数ということにしたのですよね。ですからこの問題の答えは、

男子生徒の数は 80 人で女子生徒の数は 70 人

ということになります。

本文へ戻る

問 30. 『2 種類の食塩水 A と B がある。食塩水 A の濃度は 4％ で食塩水 B の濃度は 8％ である。食塩水 A と食塩水 B を混ぜて濃度が 5％ の食塩水を 400 g 作ろうと思う。食塩水 A と食塩水 B をそれぞれ何 g ずつ混ぜればよいか。』という問題でしたね。

さて、「濃度」なんて言葉が出てきました。「濃度」って、「どれぐらい濃いのかということを数で表したもの」ですよね。ところで、例えばあなただったら、「水と食塩を用意して濃度 6％ の食塩水を作ってください」と言われたら、「水」と「食塩」を何 g ずつ使いますか。もし、この質問に答えられなかったら、この先を読むと大変なことになります。今すぐ、小学校の教科書などを探して、「濃度」の復習をしてください。

それでは、「濃度」のことがきちんとわかっている人は、先に進むことにしましょう。

- まず、問題をよく読んで、謎の数を文字であらわしてみましょう。

この問題には、謎の数が 2 つでてきます。食塩水 A と食塩水 B を混ぜて新しい食塩水を作ろうとしているわけですが、「食塩水 A は何 g 使えばよいのか」ということと「食塩水 B は何 g 使えばよいのか」ということが謎なのですね。そこで、食塩水 A は x g 使い、食塩水 B は y g 使うと考えることにしましょう。

- 次に、問題をよく読んで、方程式を作ってみましょう。

  この問題には、「これこれこうするこうなる」という話が2つ出てきますね。「えっ、そんなの何にも書いてないよー」って思った人はいませんか？そういう人はしっかりもう一度問題を読んでください。「食塩水Aと食塩水Bを混ぜると400gになる」という話と「食塩水Aと食塩水Bを混ぜて濃度が5％になる」という話が書いてあるのです。わかりましたか？

  ではまず、「食塩水Aと食塩水Bを混ぜると400gになる」という話から考えることにします。これは、食塩水の重さ」が主役の話であるということに注意してください。

  食塩水Aはxg使い、食塩水Bはyg使うと考えることにしたのですから、

  $$x + y = 400 \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

  ですよね。

  次に、「食塩水Aと食塩水Bを混ぜて濃度が5％になる」という話を考えることにします。これは、「濃度」が主役の話であるということに注意してください。

  実は、「濃度」が主役の話をしていくとき、よく、「重さ」の話に取り替えて議論を進めることがあります。この問題の場合は、「重さ」といっても「食塩水の重さ」ではなく「食塩水に溶けている食塩の重さ」に注目するのです。そのほうが、話がわかりやすくなるのです。どういうことなのか、ゆっくり順番に説明します。

  まず、混ぜる前の食塩水のことを考えることにします。

  食塩水Aは濃度が4％でした。そしてこの食塩水をxg使うことにしてあります。では、食塩水Aをxg用意すると、その中には何g食塩が溶けているのでしょう。「濃度」の意味がちゃんとわかっている人にとっては、どうってことのない質問で

すね。濃度が 4％ということは、「全体を 100 等分したうちの 4 個分は食塩だ」ということですよね。ですから、

$$x\,\mathrm{g}\text{ の食塩水 A の中に溶けている食塩の重さは } x \times \frac{4}{100}\,\mathrm{g}$$

ということになります。

食塩水 B は濃度が 8％でした。そしてこの食塩水を y g 使うことにしてあります。では、食塩水 B を y g 用意すると、その中には何 g 食塩が溶けているのでしょう。食塩水 A のときと同じように考えるると、

$$y\,\mathrm{g}\text{ の食塩水 B の中に溶けている食塩の重さは } y \times \frac{8}{100}\,\mathrm{g}$$

ということになります。

次は、混ぜたあとのことを考えてみます。

混ぜると最後に、濃度 5％の食塩水が 400 g できるのでしたね。それでは、最後にできた「濃度 5％の食塩水が 400 g」の中にはどれだけの食塩が溶けているいるのでしょうか。濃度が 5％ということは、「全体を 100 等分したうちの 5 個分は食塩だ」ということですよね。ですから、

$$\text{混ぜてできた 500 g の食塩水の中に溶けている食塩の重さは } 400 \times \frac{5}{100}\,\mathrm{g}$$

ということになります。

これで 2 つ目の式を作る準備ができました。「混ぜたあとの食塩水に溶けている食塩」っていったいどこから来たのでしょう。もちろん、混ぜる前の「x g の食塩水 A」と混ぜる前の「y g の食塩水 B」の中に溶けていたものですよね。ですから、混ぜる前の「x g の食塩水 A の中に溶けていた食塩」と混ぜる前の「y g の食塩水 B の中に溶けていた食塩」が合わさって、混ぜたあとの「400 g の食塩水の中に溶け

ている食塩」になるんですよね。ということは、

$$x \times \frac{4}{100} + y \times \frac{8}{100} = 400 \times \frac{5}{100}$$

という式が成り立つということですね。つまり、

$$\frac{4}{100}x + \frac{8}{100}y = 20 \cdots\cdots ②$$

という式が成り立つということです。これで、謎の数 x と y を発見するための 2 つ目の式ができました。以上で、

$$\begin{cases} x + y = 400 & \cdots\cdots \quad ① \\ \dfrac{4}{100}x + \dfrac{8}{100}y = 20 & \cdots\cdots \quad ② \end{cases}$$

というように、謎の数 x と y を発見するための連立方程式ができました。

- 出来上がった連立方程式を解いて、答えを見つけましょう。

実は、この連立方程式を解くと、 $x = 300$、$y = 100$ という解が出てきます。そもそも、x は使うことにする食塩水 A の重さで、y は使うことにする食塩水 B の重さということにしたのですよね。ですからこの問題の答えは、

食塩水 A は 300 g 使い、食塩水 B は 100 g 使う

ということになります。

本文へ戻る