文字式2

2017年5月8日

目次

このテキ	ストの値	しいかた	3
第1章	おさら	∪.	7
1.1	「何の	ために文字をつかうの?」「× や ÷ のマークは使わない」	7
1.2	文字の	値がはっきり決まると、式の値もはっきり決まる	9
第2章	式の計	算	13
2.1	「項」	とか「係数」とか「次数」という用語について	13
2.2	文字式	の見かけをマシにするため、分配法則を使おう	22
2.3	まとめ	られるかまとめられないかそれが問題だ	31
2.4	文字式	どうしをたしたり、ひいたりする練習をしよう	36
2.5	文字式	に文字式をかけたり、文字式を文字式でわったりする練習をしよう	39
第3章	文字式	を利用して真実を追究しよう	75
3.1	文字は	ありとあらゆる数の代わりになることもできる	75
3.2	3.2 文字式を使って証拠を見せよう		76
	3.2.1	どうすれば決着がつくかな?	76
	3.2.2	決着をつけるには	78
	3.2.3	文字式を使って証拠を見せる練習をしよう	84
第4章	等式の	変形	99

このテキストの使いかた

日頃の学習では・・・

テキストをていねいに読んでいきましょう。

このテキストは、きちんと言葉を使ってていねいな説明が書かれています。記号や数式が並んでいるだけの、意味不明のものではありません。ひとことひとこと言葉を大切にして、解き方ではなく考え方を学び取るようにしてください。そして、書いてあることに対して、「あーそういうことか」とか「えーよくわからない」とか「これ、ちがうんじゃないの?」といった反応をしてください。数学は自分の頭を使って考えていく科目ですから立ち止まって考えることがとても大切なのです。

● テスト直前に勉強を始めるのではなく、テストで力を発揮できるように前もって準備をしておきましょう。

数学のように、自分の頭を使って「あーでもない、こーでもない」と考えながら学んでいく科目では、学習を始めてからしばらくの間はなかなか成果が出ない事があります。しかし少し我慢をして学習を続けていくうちに、あるとき、驚くような力が付いていることに気づくことがあります。 つまり、実力は初めのうちはゆっくり伸びていき、あとからぐんと伸びることが多いのです。

● 例題を学ぶときには、解答を読む前に、できればまず自分の力で解くことができる かどうか試してみましょう。

数学の学習では、誰かから教わっただけのことよりも自分で悩んで考えたことの

ほうがよく身につきます。紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみま しょう。

- 例題の学習ができたら、この問題がテストに出ても自分の力だけで解けるかどうか 想像してみましょう。そして心配なものには印を付けておきましょう。□ 日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。
- 問はもちろん、まず自分の力で解くことができるかどうか試してみてください。
 紙と筆記用具を使って実際に答案を書いてみてください。それができたらテキストの解答をていねいに読んで自分の考えと比べてみましょう。そうすれば理解が深まるでしょう。
- 問を解き終わって答え合わせをしたら、間違ったものには印を付けておきましょう。 日頃から自分の実力をつかんでおくとテスト対策がしやすくなります。
- ひとつのひとつの節を読み終わったら、どんなことをその節で学んだのか思い出して「あらすじ」を言えるようにしておきましょう。紙と筆記用具を用意して、誰かにあらすじを伝えるにはどんなふうに説明すればよいか考え、文章を書いてみるととても効果があります。

中学生に「今日は学校の数学の授業でどんなことを勉強したの?」と聞いてみると、「えーと、何だっけ、そうだ、傾きとか習った。」と断片的なことを言えたりすることはあるのですが、改めて、「へえ、ところで傾きってなんなの?」と聞いてみると「えー、何だっけ、そうだ、なんか計算したり直線を描いてた。」ぐらいの答えしか返ってこないことが多いのです。専門用語を正しく言えるようになることも必要なことかもしれませんが、そんなことより大切なのは「どんなお話を学んだのか」ということです。数学は意味の無い記号操作を学ぶ科目ではなく、ちゃんとしたストーリーがあるものを学んでいるのです。ですから「お話のあらすじ」を理

解しておくことが大切なのです。

定期テスト対策では・・・

「日頃の学習」のところにも書いてありますが、数学のような科目は力がつくまでに時間のかかる科目です。テストに備えて十分な日数を確保しておきましょう。そして、「日頃の学習」で心配な例題や間違った問にちゃんと印を付けているとテスト対策が楽になります。

- テキストから試験範囲の例題や問を探して、印のついていないものがちゃんと解けるかどうか試してみましょう。
- 印を付けた例題や問を繰り返し復習して、テストに出ても大丈夫な問題を少しでも 増やしておきましょう。

第1章

おさらい

1.1 「何のために文字をつかうの?」「 \times や \div のマークは使わない」

私たちはすでに、「文字は数の代わりに使う」ということと、「× や ÷ のマークは使わない」ということを学習しています。このことについて、ここで簡単におさらいをしておきます。

もし、誰かが「a という数があります。」と言ったら、この人は頭の中に、一つ数を思い浮かべたことになります。そして、この、a という数は、3 かも知れないし、5 かも知れないし、0.467 かも知れないし、-8.5 かも知れないし、 $\frac{3}{5}$ かも知れないし、 \cdots というようにいろいろな数になる可能性を持っています。

そして次に、この人が「a という数を 3 倍してさらに 5 をたしてできる数のことを考えましょう。」と言ったとします。a という数はいろいろな数になれるのですから、「a という数を 3 倍してさらに 5 をたしてできる数」もいろいろな数になることが出来ます。(だって、例えば a が 3 のときは「a という数を 3 倍してさらに 5 をたしてできる数」は 14 だし、a が 5 のときは「a という数を 3 倍してさらに 5 をたしてできる数」は 20 ですよね。)この人は、a という数がいくつなのかまだ決めていないのかも知れないし、決めていても秘密にしているわけです。ですから、「a という数を 3 倍してさらに 5 をたして

できる数」を計算するとしたら、 $a \times 3 + 5$ という「式」を書くしかありません。これ以上、計算を進められないのです。文字を使うときの約束事に従えば、 \times のマークをやめるので、3a + 5 という「式」を書くことになりますね。

つまり、もしあなたが 3a+5 という式を見たら、あなたは次のように思わなくてはいけません。

「いくつなのかは決まってない数 a があるんだね。そして、その数を 3 倍してさらに 5 をたして出来る数のことを考えているんだね。」

例題 1 次の問に答えなさい。

- (1) いくつなのか、はっきりと決まっていない数x があるとします。この数x を -5 倍 してから、さらに2 をひいてできる数を「式」で表すとどうなりますか。
- (2) いくつなのか、はっきりと決まっていない二つの数 a と b があるとします。この二つの数 a と b をかけてから、さらに 2 でわって出来る数を「式」で表すとどうなりますか。

解答

(1) x という数を -5 倍してから、さらに 2 をひくのですから、

$$x \times (-5) - 2$$

という計算をすることになりますね。x はいくつなのか、はっきり決まっていないので、これ以上計算を進めることは出来ません。しかし、文字を使うときの約束事に従って \times のマークを使わないようにすると、

$$-5x - 2$$

と答えればよいですね。

という計算をすることになりますね。a とb はいくつなのか、はっきり決まっていないので、これ以上計算を進めることは出来ません。しかし、文字を使うときの約束事に従って \times と \div のマークを使わないようにすると、

 $\frac{1}{2}ab$

とか、

 $\frac{ab}{2}$

と答えればよいですね。

1.2 文字の値がはっきり決まると、式の値もはっきり決まる

例題 2 3x+5 という式について考えることにします。

- (1) この式、つまり 3x + 5 という式は、どんなことを考えた人が書く式ですか?きちんと、文で説明してください。

解答

前の節をきちんと勉強した人にとっては易しい問題ですね。

- (1) 3x + 5 という式は、次のようなことを考えている人が書く式です。
 「いくつなのかは、はっきりと決まっていない数 x があるとします。そして、この数 x を 3 倍してさらに 5 をたして出来る数のことを考えます。」
- (2) 3x+5ってもともと $3\times x+5$ という計算をしている式ですよね。ということは、 もし x が 4 だったら、

$$3 \times 4 + 5 = 12 + 5 = 17$$

と計算を進めることが出来ますね。答えは17ですね。

さて、いま学んだばかりの例題2について振り返ってみます。

まず、3x+5という式がありましたね。これは、「xを 3倍してさらに 5をたして出来る数」のことですよね。しかし、x がいくつなのかはっきりとは決まっていないのでこれ以上計算を進めることが出来ません。しかし、もし、例えば「x は 4 だよ」と決められてしまうと、計算を進めることが出来ます。 $3\times4+5$ を計算することになるので、結果は 17ですね。つまり、3x+5 という式の中の「x という文字」に「4 という数」を当てはめて計算を進めたのです。このように、式の中の文字の所に数を当てはめて計算することを、数学では「代入する」と言っています。この話では、文字 x の所に数 4 を代入するのですから、「x に 4 を代入する」と詳しく言うこともあります。式の中の文字に数が「代入」されると計算を進めることが出来るようになるので、最後には何か一つ数が出来ます。最後に出来た数のことを、「式の値」と呼んでいます。ですから、この話では「3x+5 という式の x に 4 を代入すると、3x+5 という式の値は 17 になる。」と言ったりするのです。

例題 3 x=5 のとき、8-2x という式の値を求めなさい。

解答

8-2xって、もともと $8-2\times x$ という計算をしているのですよね。だったら、x が 5 だったら、

$$8-2 \times 5 = 8-10 = -2$$

ですよね。

問 1. 次の問に答えなさい。

- (1) x = 3 のとき 4x + 2 という式の値を求めなさい。
- (2) a = -5 のとき -2a 3 という式の値を求めなさい。

答えを見る

例題 4 a=-3 のとき -a という式の値を求めなさい。

解答

この問題ですが、頭の中が混乱して、わけがわからなくなってしまう人が多い問題です。混乱しないようにするためには、式の意味をしっかり考えることが大切です。

では、-a という式の意味をしっかり考えてみましょう。-a という式は「-1 という数を a という数にかけて出来る数」を意味していますね。(正負の数のところで学習しましたね。覚えていますか?忘れてしまった人は今すぐ復習してくださいね。)

ということは、もし a という数が -3 だとしたら、-a という数は、 $\lceil -1$ を -3 にかけて出来る数」ということになりますね。ですから、a=-3 のとき、

$$-a = (-1) \times (-3) = 3$$

と計算できますね。

問 2. x = -5 のとき -x - 3 という式の値を求めなさい。

答えを見る

例題 5 x=-4 のとき $\frac{12}{x}$ という式の値を求めなさい。

解答

式の意味をしっかりまず考えましょう。 $\frac{12}{x}$ ってもともと $12\div x$ という計算をしているんですよね。だったら、x=-4 のときは、 $\frac{12}{x}$ って、

$$\frac{12}{x} = 12 \div (-4) = -3$$

と計算を進めることが出来ますね。

問3. 次の問に答えなさい。

- (1) x = -7 のとき、 $\frac{14}{x}$ という式の値を求めなさい。
- (2) x = -7 のとき、 $\frac{12}{x}$ という式の値を求めなさい。

答えを見る

例題 6 x=-5 のとき、 x^2 という式の値を求めなさい。

解答

式の意味をしっかりまず考えましょう。

 x^2 という式ですが、これって「x を 2 個かけて出来る数」のことですよね。ということは、もしx が-5 だったら、-5 を 2 個かけて出来る数」を作ればよいですね。ですから、

x=-5 のとき、

$$x^2 = (-5) \times (-5) = 25$$

ですよね。

12

問 4. 次の問に答えなさい。

- (1) a = -3 のとき a^2 という式の値を求めなさい。
- (2) a = -3 のとき $-a^2$ という式の値を求めなさい。

答えを見る

第2章

式の計算

2.1 「項」とか「係数」とか「次数」という用語について

今度は、例えば、-3x-2y+4 という式について考えてみることにします。この式は、(-3x)+(-2y)+4 という式と同じですよね。このように考えると、-3x-2y+4 という式は「x を -3 倍して出来る部品」と「y を -2 倍して出来る部品」と「4 という部品」をたして出来ていると思えますね。

さらに、例えば、4a という式について考えることにします。この式は「a を 4 倍して出来る部品」を一つだけ、たして出来ていると思えますね。

これまで見てきたように、文字の入った式は、いくつかの部品をたして出来ていると思 うことができます。そして、数学では、それぞれの部品のことを**項**と呼んでいます。

例題 7 次の式はどんな部品をたして出来ているのか考えて、その式の項を全部言いな

さい。

(1) -6y

(2) -3a - 2b

(3) x - 3y - 3

 $(4) \quad -2a^2 - 5b + 3a - 6$

解答

- (1) -6y という式は -6y という部品を 1 個だけたして出来た式ですね。ですから -6y という式の項は -6y (だけ) です。
- (2) -3a-2b という式は (-3a)+(-2b) という式と同じですね。ですから -3a-2b という式は、-3a という部品と -2b という部品をたして出来ているということです。つまり、-3a-2b という式の項は、-3a と -2b です。
- (3) x-3y-3 という式は x+(-3y)+(-3) という式と同じですね。ですから x-3y-3 という式は、x という部品と -3y という部品と -3 という部品をたして出来ているということです。つまり、 x-3y-3 という式の項は、x と -3y と -3 です。
- (4) $-2a^2-5b+3a-6$ という式は $(-2a^2)+(-5b)+3a+(-6)$ という式と同じですね。ですから $-2a^2-5b+3a-6$ という式は、 $-2a^2$ という部品と -5b という部品と -6 という部品をたして出来ているということです。つまり、 $-2a^2-5b+3a-6$ という式の項は、 $-2a^2$ と -5b と 3a と -6 です。
- 問 5. 次の式はどんな部品をたして出来ているのか考えて、その式の項を全部言いな さい。

$$(1) -5a^2$$

(2)
$$x^2 - 6x + 9$$

$$(3) -4a - 5b$$

$$(4) 5a - 8b - 1$$

答えを見る

では、話を進めることにしましょう。

まず、部品が1個だけの式のことを考えることにします。たとえば、 $\lceil 3x \rfloor$ とか、 $\lceil -7a \rfloor$ とか「y」とか「-b」とか「 x^2 」とか「-5ab」とか「 $\frac{x}{5}$ 」などです。また、 $\lceil 5 \rfloor$ とか「-7」のように数が1個だけの式も、部品が1個だけの式と思うことができます。このような、部品が1個だけの式は、どれも、必ず、「ある数」と「いくつかの文字」がかけられているだけです。

例えば、-7a という式は「-7」という数と「a」という文字がかけられているだけです。 (つまり、数 1 個と文字 1 個ですね。)

また例えば、-5ab という式は「-5」という数と「a」という文字と「b」という文字がかけられているだけです。(つまり数 1 個と文字 2 個ですね。)

また例えば、5という式は「5」という数だけで出来ていますが、数が1個と文字が0個かかられているだけと思うことができます。(文字は0個でも良いのです。)

さらにまた、例えば、 x^2 という式は、「x」という文字が 2 個かけられているだけです。 (数 0 個と文字 2 個ということですね。) この、 x^2 という式ですが、次のように思うこともできます。 x^2 という式は $1 \times x \times x$ と同じですね。(あえて 1 もつけてみました。わかりましたか?) つまり、 x^2 という式は「1」という数と「x」という文字ともう 1 個「x」という文字をかけて出来ているのです。(つまり、数 1 個と文字 2 個ということですね。)

例題 8 次の式はどれも部品が 1 個だけの式です。どんな数とどんな文字がかけられているのか言いなさい。また、その式の係数を言いなさい。

(1)
$$9a$$
 (2) $-6xy$ (3) $-x^2$

解答

- (1) 9a という式は、「9 という数」と「a という文字」がかけられて出来ています。係数とはこれらのうちの数のことですから、 9a という式の係数は 9 です。
- (2) -6xy という式は「-6 という数」と「x という文字」と「y という文字」がかけられて出来ています。係数とはこれらのうちの数のことですから、-6xy という式の係数は -6 です。
- (3) $-x^2$ という式は、「-1 という数」と「x という文字」と「x という文字」がかけられて出来ています。係数とはこれらのうちの数のことですから、 $-x^2$ という式の係数は -1 です。

問 6. 次の式はどれも部品が 1 個だけの式です。どんな数とどんな文字がかけられているのか言いなさい。また、その式の係数を言いなさい。

$$(1) -2x^2$$
 (2) xy (3) $-a^2b^2$ 答えを見る

まだまだ係数の学習は続きます。これまでは、部品が 1 個だけの式について係数の学習をしてきましました。では次に、部品が 1 個、2 個、3 個、 \cdot ・・つまり部品が複数ある式のことを考えることにします。例えば、「x-3y」とか「2a+5b」とか「 $3x^2+5x+1$ 」とか「2y-3」のような式です。

このような、部品が複数ある式は、いくつかの部品を「たして」出来ていると考えられるのでしたね。(念のため言っておきますが、数学では、それぞれの部品のことを、「項」と呼ぶのでしたよね。覚えていますか?)例えば、「2a+5b」という式は、「2a」という項と「5b」という項を「たして」出来ています。また例えば、「x-3y」という式は、「x+(-3y)」と同じなので、「x」という項と「-3y」という項を「たして」出来ています。

このように、式を 1 個 1 個の部品(つまり項)に分けてから、ひとつひとつの部品(つまり項)について、「係数」を考えてみることにします。すると、例えば「2a+5b」という式の中にある「2a」という項の係数は「2」です。また、「2a+5b」という式の中にある「5b」という項の係数は「5」です。

今説明したように、部品が複数ある式では、それぞれの部品 (つまり項) に注目すると、 ひとつひとつの部品 (つまり項) の「係数」というものを考えることが出来るわけです。

まだよく分からないという人もいるかもしれません。そこでこれから例題を使って説明 することにします。

例題9 次の式はいくつかの部品(つまり項)がたし合わされて出来ている式です。どんな部品(つまり項)がたし合わされているのかを考えて、まず、その式の項を全部言いなさい。次に、それぞれの部品の係数を言いなさい。

(1)
$$4x - 7y$$
 (2) $-3a - b + 2c^2$ (3) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3}$

解答

(1) まずこの式の項を全部探しましょう。 4x-7y という式は 4x+(-7y) という式と同じですね。ですからこの式は、4x という部品と-7y という部品がたし合わされて出来ています。つまり、この式の項は、4x と-7y です。

次に、それぞれの項の係数を見つけましょう。係数というのは、それぞれの部品 (つまり項) の中にある数のことでしたね。ですから、4x という項の係数は 4 で、-7y という項の係数は -7 ですね。

(2) まずこの式の項を全部探しましょう。 $-3a-b+2c^2$ という式は $(-3a)+(-b)+(2c^2)$ という式と同じですね。ですからこの式は、-3a という部品と -b という部品と $2c^2$ という部品がたし合わされて出来ています。つまり、この式の項は、-3a と -b と $2c^2$ です。

次に、それぞれの項の係数を見つけましょう。係数というのは、それぞれの部品(つまり項)の中にある数のことでしたね。ですから、-3a という項の係数は-3 で、-b という項の係数は-1 で $2c^2$ という項の係数は2 ですね。(もしかして、-b という項の係数はどうして-1 なの?-b には数なんか書いてないじゃん。」なぁんて言ってたりしないですよね。そういう人は、例題8 の(3) などをよく復習してください。)

(3) まずこの式の項を全部探しましょう。 $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}$ という式は $\left(\frac{x}{2}\right)+\left(-\frac{y}{3}\right)$ という式と同じですね。ですからこの式は、 $\frac{x}{2}$ という部品と $-\frac{y}{3}$ という部品がたし合わされて出来ています。つまり、この式の項は、 $\frac{x}{2}$ と $-\frac{y}{3}$ です。

次に、それぞれの項の係数を見つけることにしましょう。係数というのは、それぞれの部品(つまり項)の中にある数のことでしたね。この式には2つの項がありました。まず、 $\frac{x}{2}$ という項ですが、この部品は $\frac{1}{2}x$ と見かけを変えることができますね。ですから、 $\frac{x}{2}$ という項の係数は $\frac{1}{2}$ ですね。また、 $-\frac{y}{3}$ という項ですが、こ

の部品は $\frac{1}{3}y$ と見かけを変えることが出来ますね。ですから、 $-\frac{y}{3}$ という項の係数は $-\frac{1}{3}$ ですね。

言い回しについての補足

例題 9 の解答では、 $\lceil -7y$ という項の係数は -7」のような答え方をしています。しかし、学校の授業や学校で使う教科書などでは、 $\lceil y$ の係数は -7」のように答えていることが多いようです。どちらの言い回しでも正解です。

問 7. 次の式はどれも、いくつかの部品(つまり項)がたし合わされて出来ています。どんな部品(つまり項)がたし合わされて出来ているのか考えて、その式の項を全部言いなさい。また、文字が入っている項の係数を言いなさい。(文字が入っていない項、つまり数だけの項の係数は言わなくて良いです。)

(1)
$$9x + y$$
 (2) $\frac{a}{5} - 6b$

$$(3) \ a-b+3$$
 $(4) \ 3x^2-5x+1$ 答えを見る

では次に「次数」という言葉について学びます。

まず、部品が1個だけの式について考えることにします。例えば、 $3x^2$ という式で考えることにしましょう。この式は、 $3\times x\times x$ という式と同じですね。ですから $3x^2$ という式は、[3 という数」と [x という文字」と [x という文字」をかけてできています。ではここで、文字が何個かけられているのか気にしてください。この式では文字は x と x なので、文字は 2 個かけられていますね。このようなとき、 $[3x^2$ という式の次数は 2 である」ということがあります。つまり、部品が 1 個だけの式の場合、[x] 次数を答えなさい」といわれたら、その式ではいくつの文字がかけられているのか数えて答えればよいのです。別の式でも考えてみます。今度も部品が 1 個だけの式で考えます。そうですねぇ、今度は[a] 6[a] という式にしましょう。この式は [a] [a] [a] という式と同じですね。ですから、[a] という式は、[a] という数」と [a] という文字」と [a] という式は、[a] という文字」をかけてできています。ここで文字が何個かけられているのか気にすると、この式では文字は [a] と [a]

つまり、部品が1個だけの式では、かけ合わされている文字の個数を、その式の**次数**というわけです。

例題 10 次の式の次数を答えなさい。

(1) -5a

 $(2) 7b^2$

(3) 3xy

 $(4) -2a^2b$

解答

式の中にいくつ文字がかけられているのか考えればよいですよね。

- (1) -5a という式は -5 と a をかけてできている式ですね。ですから文字は a だけ、つまり 1 個です。よってこの式の次数は 1 ということになります。
- (2) $7b^2$ という式は 7 と b と b をかけてできている式ですね。ですから文字は b と b の 2 個です。よってこの式の次数は 2 ということになります。
- (3) 3xy という式は 3 と x と y をかけてできている式ですね。ですから文字は x と y の 2 個です。よってこの式の次数は 2 ということになります。
- (4) $-2a^2b$ という式は -2 と a と a と b をかけてできている式ですね。ですから文字は a と a と b の 3 個です。よってこの式の次数は 3 ということになります。

問 8. 次の式の次数を答えなさい。

(1) 12x

 $(2) -3c^2$

(3) -6ab

 $(4) -2xy^2$

答えを見る

では今度は、部品がいくつかある式の次数について考えることにします。例えば、 $3x^2-5x-6$ という式で考えてみます。この式には3つの部品があります。 $3x^2$ という部品と-5x という部品と-6 という部品です。そこでそれぞれの部品について、次数を考えてみましょう。

まず、 $3x^2$ という部品ですが、この式は「3 という数」と「x という部品」と「x という部品」をかけてできているのですから、文字は2 個ですね。ですからこの式の次数は2 です。

次に -5x という部品ですが、この式は「-5 という数」と「x という部品」をかけてできているのですから、文字は 1 個ですね。ですからこの式の次数は 1 です。

最後に-6という部品ですが、この式は[-6という数」だけでできているのですから、 文字は0個ですね。ですからこの式の次数は0です。

ここまで考えたことを整理してみます。 $3x^2-5x-6$ という式には $3x^2$ という部品と-5x という部品と-6 という部品があります。そして、 $3x^2$ という部品の次数は2 で、-5x という部品の次数は1 で、-6 という部品の次数は0 です。では、この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのはいくつでしょう。もちろん2 ですね。このようなとき、 $\lceil 3x^2-5x-6 \rceil$ という式の次数は2 である」ということがあります。つまり、部品がいくつかある式の場合、「次数を答えなさい」と言われたら、各部品の次数を調べ、そのうち最も大きい数を答えればよいのです。

いま説明したように、部品がいくつかある式では、各部品の次数のうち、最も大きいも のを、その式の次数というわけです。

例題 11 次の式の次数を答えなさい。

$$(1) -5a + 4$$

(2)
$$2x - 7x^2 + 4$$

(3)
$$2a + 5b$$

$$(4) \quad y + x^2 + 3x$$

解答

式の中にあるそれぞれの部品の次数を調べ、そのうち最も大きい数を答えればよいで すね。

(1) -5a + 4 という式には -5a という部品と 4 という部品があります。

まず、-5a という部品の次数を調べます。この部品は「-5 という数」と「a という文字」をかけてできているのですから、文字は1 個だけです。ですからこの部品の次数は1 です。

次に、4 という部品の次数を調べます。この部品は「4 という数」だけでできているのですから、文字は0 個です。ですからこの部品の次数は0 です。

これで全ての部品の次数がわかりました。この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのは1ですね。ですから-5a+4という式の次数は1ですね。

(2) $2x - 7x^2 + 4$ という式には 2x という部品と $-7x^2$ という部品と 4 という部品があります。

まず、2x という部品の次数を調べます。この部品は「2 という数」と「x という文字」をかけてできているのですから、文字は1 個だけです。ですからこの部品の次数は1です。

次に $-7x^2$ という部品の次数を調べます。この部品は $\lceil -7$ という数」と $\lceil x$ という文字」と $\lceil x$ という文字」をかけてできているのですから、文字は2個です。ですからこの部品の次数は2です。

最後に、4という部品の次数を調べます。この部品は「4という数」だけでできているのですから、文字は0個です。ですからこの部品の次数は0です。

これで全ての部品の次数がわかりました。この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのは 2 ですね。ですから $2x-7x^2+4$ という式の次数は 2 ですね。

(3) 2a + 5b という式には 2a という部品と 5b という部品があります。

まず、2a という部品の次数を調べます。この部品は「2 という数」と「a という文字」をかけてできているのですから、文字は1 個だけです。ですからこの部品の次数は1です。

次に 5b という部品の次数を調べます。この部品は「5 という数」と「b という文字」をかけてできているのですから、文字は 1 個だけです。ですからこの部品の次数は 1 です。

これで全ての部品の次数がわかりました。この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのは1ですね。ですから2a+5bという式の次数は1ですね。

(4) $y+x^2+3x$ という式には y という部品と x^2 という部品と 3x という部品があります。

まず、y という部品の次数を調べます。この部品は「y という文字」だけをかけてできているのですから、文字は 1 個です。ですからこの部品の次数は 1 です。

次に x^2 という部品の次数を調べます。この部品は $\lceil x$ という文字」と $\lceil x$ という文字」をかけてできているのですから、文字は2個です。ですからこの部品の次数は2です。

最後に、3x という部品の次数を調べます。この部品は「3 という数」「x という文字」をかけてでできているのですから、文字は1 個です。ですからこの部品の次数は1 です。

これで全ての部品の次数がわかりました。この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのは 2 ですね。ですから $y+x^2+3x$ という式の次数は 2 ですね。

問 9. 次の式の次数を答えなさい。

$$(1) 7 - 3x$$

$$(2) 2a + 7b - 5$$

(3)
$$2y - 5x^2 + 4$$

(4)
$$2x^2 - 7y^2 + 4$$

答えを見る

2.2 文字式の見かけをマシにするため、分配法則を使おう

あなたは、「分配法則」ってどんな法則だったか覚えていますか?「分配法則」は、数 学を学習する人は絶対に忘れてはいけない法則です。念のためおさらいします。 - 重要な事実:分配法則の復習 –

- \Box 、 \triangle 、 \bigcirc という 3 つの数があるとします。
- (1) \square 、 \triangle 、 \bigcirc がどんな数だとしても、 $(\square + \triangle) \times \bigcirc$ の計算結果と $\square \times \bigcirc + \triangle \times \bigcirc$ の計算結果は同じになります。
- (2) \square 、 \triangle 、 \bigcirc がどんな数だとしても、(\square - \triangle)× \bigcirc の計算結果と \square × \bigcirc - \triangle × \bigcirc の計算結果は同じになります。

思い出せましたか?心配な人は、正負の数のテキスト(このシリーズの)を探して、分配 法則を復習しましょう。

問 **10.** 念のための問題です。あなたが、分配法則を正しく理解できているか試すことに しましょう。

- (1) $\{(-9) + 5\} \times 7$ の計算結果と $(-9) \times 7 + 5 \times 7$ の計算結果は同じだと思いますか。 計算をしないで答えてください。つまり、2 つの式の形をじっと見るだけで、答え てください。
- (2) $\{(-12) 6\} \times (-8)$ の計算結果と $(-12) \times (-8) 6 \times (-8)$ の計算結果は同じだと思いますか。計算をしないで答えてください。つまり、2 つの式の形をじっと見るだけで、答えてください。

答えを見る

では、話を進めることにしましょう。

たしか、文字は数の代わりに使うのでしたね。それでは、あなたに質問です。

質問

- (1) a がどんな数だとしても、 $7 \times a + 2 \times a$ と $(7 + 2) \times a$ は同じになりますか?
- (2) a がどんな数だとしても、 $5 \times a 3 \times a$ と $(5-3) \times a$ は同じになりますか?

どうですか?答えはわかりましたか?大丈夫ですよね。分配法則を正しく理解してる人だったらわかりますよね。(1) の答えは「同じになる」です。(2) の答えも「同じになる」です。

ところで、この質問に出てきた式には「×」のマークが書いてありました。たしか「×」のマークはなるべく使わない約束です。ですから、この質問の答えを「×」のマークを使わないで言うとことにするとどうなるかというと、次のようになりますね。

- (1) 「a がどんな数だとしても、7a + 2a と (7 + 2)a は同じになる。」
- (2) 「a がどんな数だとしても、5a 3a と (5 3)a は同じになる。」

また、ところで、(7+2)a や (5-3)a は「かっこ」の中を計算することが出来ますね。そうすると、この質問の答えは次のように書くことが出来ます。

- (1) 「a がどんな数だとしても、7a+2a と (7+2)a は同じで、さらに 9a とも同じになる。」
- (2) 「a がどんな数だとしても、5a-3a と (5-3)a は同じで、さらに 2a とも同じになる。」

このように順番に考えてくると、結局、7a+2a という式は 9a という式と同じで、5a-3a という式は 2a いう式と同じということがわかりました。分配法則を使うことにより式の形を簡単にすることができたのです。

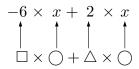
例題 12 これまでの説明が良く理解できた人のための問題です。次の式の見掛けを変えて、簡単な式にしなさい。

(1)
$$-6x + 2x$$
 (2) $8b - b$

解答

(1) -6x + 2x という式はよく見ると分配法則を使える式であることがわかります。順番にゆっくり見ていくことにします。

まず、この-6x + 2x という式ですが、もともと $-6 \times x + 2 \times x$ という式ですね。たしか、分配法則によると、 \square 、 \triangle 、 \bigcirc がどんな数だとしても、 $\square \times \bigcirc + \triangle \times \bigcirc$ の計算結果と ($\square + \triangle$) × \bigcirc の計算結果は同じになるのでしたよね。ところで、 $-6 \times x + 2 \times x$ という式は、ちょうどこの分配法則の話に出てくる $\square \times \bigcirc + \triangle \times \bigcirc$ という式と形が同じではありませんか。次を見てください。



 $-6 \times x + 2 \times x$ という式は、分配法則の話に出てくる

- $\square \times \bigcirc + \triangle \times \bigcirc$ という式と形が同じ。 \square が -6、 \triangle が 2、 \bigcirc が x の役割となっている。

というわけで、分配法則を使ってこの式の見かけを変えることが出来るはずです。 今、□、△、○ がそれぞれ何なのかに注意しましょう。分配法則を使えば、次のよ うに変形できますね。

$$-6 \times x + 2 \times x = (-6+2) \times x$$

さらに、「かっこ」の中を計算することが出来るので、

$$(-6+2) \times x = -4 \times x$$

となります。「 \times 」のマークは省略すると、 $-4 \times x$ は -4x と書くことが出来ます。 これで、 $-6 \times x + 2 \times x$ という式は、分配法則を使うと、-4x と見かけをかえら れる事がわかりました。

(2) 今度は、(1) の説明のようなくどい説明はやめておきます。数学っぽい式変形をお 見せしましょう。念のため、あなたに、-bと $-1 \times b$ は同じであるということを注 意しておきます。次のように変形は進みます。

$$8b-b=8\times b-1\times b$$
 ここで、分配法則を使っているのですよ!
$$=(8-1)\times b$$

$$=7\times b$$

$$=7b$$

問 11. これまでの説明が良く理解できた人のための問題です。次の式の見掛けを変え て、簡単な式にしなさい。

(1)
$$7x - 3x$$

(2)
$$a - 4a$$

$$(3) -2y + 5y$$

$$(4) -3b - 6b$$

(5)
$$\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}x$$

(6)
$$y - \frac{1}{3}y$$

答えを見る

では、話を進めましょう。

例題 13 次の式は、実はどれも見かけに無駄があります。式の見かけを変えて、簡単な式にしなさい。

(1)
$$7x + 5 - 9x - 3$$

$$(2) \quad -3 + a - 9 - 5a$$

解答

(1) 7x+5-9x-3 という式ですね。この式はもともと 7x+5+(-9x)+(-3) という式ですよね。ですから、この式には 4 つの部品(つまり項)があります。4 つの項とは、もちろん、「7x」、「5」、「-9x」、「-3」のことです。この 4 つの項のうち、「7x」と「-9x」は仲間で、「5」と「-3」は仲間なのです。どういうことか説明しましょう。「7x」と「-9x」はどちらも「ナントカ x」という形の式です。前の例題で学習したように、こういう式は分配法則を使って、1 つにまとめることが出来ましたね。ですから、「7x」と「-9x」は仲間なのです。また、「5」と「-3」はどちらも「ただの数」なので、計算して「1 つの数」にまとめられます。ですから、「5」と「-3」は仲間なのです。ここまで説明しておけば、あなたは、この問題は次のように計算すれば良いということがわかるでしょう。

(2) もうくどい説明はやめておきましょう。この式では、 $\lceil a \rfloor$ と $\lceil -5a \rfloor$ が仲間で、 $\lceil -3 \rfloor$

と[-9]が仲間ですね。ですから、

$$-3 + a - 9 - 5a = a - 5a - 3 - 9$$

$$= 1 \times a - 5 \times a - 3 - 9$$

$$= (1 - 5) \times a + (-3 - 9)$$

$$= -4 \times a + (-12)$$

$$= -4a - 12$$

となるわけですね。2行目から3行目へ移るとき、分配法則を使っているのです よ。分配法則によって、a-5a が -4a にまとまるのです。

問 12. 次の式を簡単にしなさい。

$$(1) -3x + 2 + 7x$$

$$(2) -3x + 2 + 3x$$

(3)
$$2x - 6 - 5x + 7$$

$$(4) 2x - 6 - 5x + 6$$

(5)
$$15a - 7 + 4a + 3$$

(6)
$$5-2b-12+7b$$

答えを見る

例題 14 分配法則が良く理解できている人のための問題です。-(6x-5) という式につ いて考えることにします。実は、この式は、次のうちのどれか1つの式と同じなのです。 どれと同じなのでしょうか。

$$\mathcal{T}$$
. $6x-5$

$$1 - 6x + 5$$

$$-6x-5$$

解答

前に、「大切な約束事その4」というのがありました。そこでは、「-1という数と文字 のかけ算では × のマークを省略するだけでなく、1 も省略する。 – のマークは残ること に注意しよう。」ということを学習しました。(覚えていますか?)このことがよく理解で きている人だったら、

-(6x-5) という式は -1 という数と 6x-5 という文字式をかけて出来ている

ということがわかると思います。つまり、-(6x-5) という式は $(-1) \times (6x-5)$ という 式と同じなのです。

ではここで分配法則を思い出してみましょう。たしか、

$$\bigcirc \times (\Box + \triangle)$$

の計算結果と

$$\bigcirc \times \Box + \bigcirc \times \triangle$$

の計算結果は同じになるのでしたよね。ところで、 $(-1) \times (6x-5)$ という式は、分配法 則に出てくる

$$\bigcirc \times (\Box + \triangle)$$

という式と形が同じではないですか。 $(\bigcirc$ は -1、 \square は 6x、 \triangle は -5 ですね。) というこ とは、この式は

$$\bigcirc \times \Box + \bigcirc \times \triangle$$

という形に見かけを変えることが出来るはずです。○ が、前から、かっこの中にいる□ と △ へ分配されるのです。次のように計算を進めることが出来ます。

$$(-1) \times (6x - 5) = (-1) \times 6x + (-1) \times (-5)$$
$$= -6x + 5$$

ですから、この問題の答えはウですね。

問 13. 分配法則が良く理解できている人のための問題です。-(2a+5) という式につい て考えることにします。実は、この式は、次のうちのどれか1つの式と同じなのです。ど れと同じなのでしょうか。

$$7. -2a - 5$$
 $1. 2a + 5$

イ.
$$2a+5$$

ウ.
$$-2a+5$$

工.
$$2a-5$$

答えを見る

問 14. 次の式を変形し、かっこのない式にしなさい。

$$(1) -(3x-8)$$

$$(2) -(6a+4)$$

$$(3) -(-4b-3)$$

$$(4) -(-7y+3)$$

答えを見る

例題 15 例題 14、問 13、問 14 が良く理解できた人のための問題です。次の式はどれも、 実は見かけに無駄な所があります。式の見かけを変えて、簡単な式にしなさい。

(1)
$$5a + (7a - 3)$$
 (2) $5a - (7a - 3)$ 解答

(1) 5a + (7a - 3) という式には、+(7a - 3) という部分があります。この部分は、+7a - 3 と同じですね。ですから、5a + (7a - 3) という式は5a + 7a - 3 という式と同じです。ところで、5a + 7a - 3 という式では、 $\lceil 5a \rfloor$ と「 $7a \rfloor$ は仲間ですね。ですから、「 $5a \rfloor$ と「 $7a \rfloor$ は分配法則を使ってまとめることが出来ます。このように考えて、次のような変形をすればよいのです。じっくりたどってみてください。

$$5a + (7a - 3) = 5a + 7a - 3$$

$$= 5 \times a + 7 \times a - 3$$

$$= (5 + 7) \times a - 3$$

$$= 12 \times a - 3$$

$$= 12a - 3$$

(2) 5a-(7a-3) という式には、-(7a-3) という部分があります。前の例題 (例題 22 のことです)を学んだ人はもうわかると思いますが、この部分は、-7a+3 と同じですね。ですから、 5a-(7a-3) という式は 5a-7a+3 という式と同じです。ところで、5a-7a+3 という式では、「5a」と「-7a」は仲間ですね。ですから、「5a」と「-7a」は分配法則を使ってまとめることが出来ます。このように考えて、次のような変形をすればよいのです。じっくりたどってみてください。

$$5a - (7a - 3) = 5a - 7a + 3$$

$$= 5 \times a - 7 \times a + 3$$

$$= (5 - 7) \times a + 3$$

$$= -2 \times a + 3$$

$$= -2a + 3$$

問 15. 次の式を簡単にしなさい。

(1)
$$3x + (-5x + 4)$$

(2)
$$3x - 2 + (-5x + 4)$$

(3)
$$3x - (-5x + 4)$$

$$(4) 3x - 2 - (5x + 4)$$

$$(5) 2a - 3 + (6 - 7a)$$

(6)
$$2a-3-(6-7a)$$

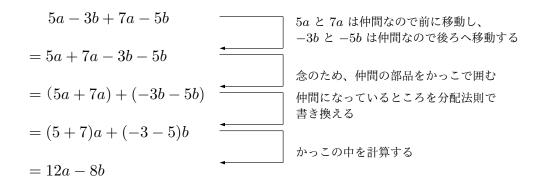
答えを見る

文字が2種類以上ある式でも、分配法則を使うと式の見かけがマシになることがあります。

例題 16 5a-3b+7a-5b という式は、実は見かけに無駄な所があります。式の見かけを変えて、簡単な式にしなさい。

解答

5a-3b+7a-5b という式はもともと、5a+(-3b)+7a+(-5b) という式のことですね。ですからこの式は「5a」、「-3b」、「7a」、「-5b」 という部品からできています。これらの部品のうち、「5a」と「7a」は仲間です。どういうことかというと、どちらも「ナントか a」という形の式ということです。よってこの 2 つの部品は、分配法則使って 1 つにまとめることができます。また「-3b」と「-5b」は仲間ですね。どういうことかというと、どちらも「ナントか b」という形の式ということです。よってこの 2 つの部品は、分配法則を使って 1 つにまとめることができます。というわけで次のように計算を進めることができます。



問 16. 次の式はどれも、実は見かけに無駄な所があります。式の見かけを変えて、簡単 な式にしなさい。

(1)
$$6a - 3b + 2a - 4b$$

(2)
$$2x + 3y - 5x + 7$$

$$(3) -2a + 3b + 2 + 4a - 3b$$

(4)
$$5x + 2 - 3y + 2x + 5y - 9$$

答えを見る

まとめられるかまとめられないかそれが問題だ 2.3

前の節で、分配法則を使うと式の見かけをマシにできるということを学びました。散ら ばっている部品をまとめて、式の見かけを簡単にできるのでしたね。ではあなたに質問 です。

質問 ある数があるとします。その数がいくつであるのかいいたくないので、今はその数 を a と呼ぶことにします。次の主張のうち正しいのはどれでしょう。

ア. 3a + 5a と 8a は同じ数である。 イ. $3a + 5a^2$ と $8a^2$ は同じ数である。

ウ. $3a + 5a^2$ と $8a^3$ は同じ数である。

エ. $3a + 5a^2$ と $15a^2$ は同じ数である。

オ. $3a + 5a^2$ と $15a^3$ は同じ数である。

カ. $3a^2 + 5a^2$ と $8a^2$ は同じ数である。

キ. $3a^2 + 5a^2$ と $8a^4$ は同じ数である。

ク. $3a^2 + 5a^2$ と $15a^2$ は同じ数である。

ケ. $3a^2 + 5a^2$ と $15a^4$ は同じ数である。

では10分待ちます。じっくり考えてください。

はい、10分たちました。ちゃんと悩んでくれましたか?

この質問に出てくる a は、「ある数」なのですよね。a は 2 かも知れないし 5 かも知れ ないしかも知れないし-4かも知れないし7.65かも知れないし $\frac{5}{3}$ かも知れないんですよ ね。こういうことをしっかり頭に入れておいて、ア.からケ.まで1つ1つ順番に考えて

みます。

ア. について

3a+5a では、3a という部品と 5a という部品があります。どちらの部品も「ナントカ a」という形をしています。ですからこの 2 つの部品には分配法則を使うことができます。分配法則を使うと、

$$3a + 5a = (3+5)a = 8a$$

と変形できますね。ということは、a がどんな数でも 3a+5a と 8a は同じ数になるということですよね。

イ. について

 $3a+5a^2$ では、3a という部品と $5a^2$ という部品があります。つまり「ナントカ a」という形をしている部品と、「ナントカ a2 乗」という形をしている部品があるわけです。この 2 つの部品には分配法則を使って良いのでしょうか?

そもそも分配法則というのは、

$$2 \times 5 + 4 \times 5$$
 の答えと $(2+4) \times 5$ の答えは同じになる

とか、

$$6 \times 4 + 2 \times 4$$
 の答えと $(6+2) \times 4$ の答えは同じになる

というような話ですよね。もう少し、一般的に言うと、 \bigcirc 、 \triangle 、 \square という 3 つの数があるとき、

$$\bigcirc \times \square + \triangle \times \square$$
の答えと $(\bigcirc + \triangle) \times \square$ の答えは同じになる

という話ですね。つまり、 $\bigcirc \times \Box$ という部品の中の \Box と $\triangle \times \Box$ という部品の中の \Box が共通だから分配法則が使えるんですよね。

ところで、今悩んでいる質問の式 $[3a+5a^2]$ はそもそも、

$$3 \times a + 5 \times a \times a$$

という式のことですよね。この式、形が分配法則と合っていませんね。ですからきっと、これ以上見かけを簡単にできそうもないですね。でももしかすると次のように考えた人もいるかもしれません。 $3\times a+5\times a\times a$ という式では「 $3\times a$ という部品の中のa」と「 $5\times a\times a$ という部品の中に2つあるa のうちの最後のa」が共通になっていると思うことができます。ですから分配法則を使って、

$$3 \times a + 5 \times a \times a = (3 + 5 \times a) \times a$$

と計算を進めることができます。この計算を、中学生流に「×」のマークを省略して する場合は、

$$3a + 5a^2 = (3 + 5a)a$$

ということですね。この式変形は正しい変形です。つまり、 $3a+5a^2$ という式の見かけを (3+5a)a に変えても良いのです。でもこれでもやはり、この質問にあったように、 $3a+5a^2$ という式の見かけを $8a^2$ に変えられそうにもありません。本当に無理なのでしょうか。そこで初心に帰ってみましょう。

そもそもこの話に出てくる a というのは「ある数」なのでした。ですから、前にも言っておいたとおり、a は 2 かも知れないし 5 かも知れないしかも知れないし -4 かも知れないし 7.65 かも知れないし $\frac{5}{3}$ かも知れないんですよね。では例えば a が 1 のときでも考えてみることにしましょう。このとき、 $3a+5a^2$ と $8a^2$ はそれぞれいくつになるでしょうか。まず、 $3a+5a^2$ のほうですが、今は a が 1 なので、

$$3a + 5a^2 = 3 \times 1 + 5 \times 1^2 = 3 + 5 \times 1 = 3 + 5 = 8$$

となりますね。一方 $8a^2$ のほうですが、今は a が 1 なので、

$$8a^2 = 8 \times 1^2 = 8 \times 1 = 8$$

ですね。おや、どちらも 8 になりました。ということはやはり、 $3a+5a^2$ と $8a^2$ は見かけが違うだけで、本当は同じ式なのでしょうか。もっと調べてみることにしましょう。そうですねぇ、今度は a を 3 にでもしましょうか。まず、 $3a+5a^2$ のほうですが、今は a が 3 なので、

$$3a + 5a^2 = 3 \times 3 + 5 \times 3^2 = 9 + 5 \times 9 = 9 + 45 = 54$$

となりますね。一方 $8a^2$ のほうですが、今は a が 3 なので、

$$8a^2 = 8 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$$

ですね。というわけで、計算結果がくい違いました。もし $3a+5a^2$ と $8a^2$ は見かけが違うだけで、本当は同じ式だとしたら、a がいくつであっても、 $3a+5a^2$ と $8a^2$ の計算結果は同じでなくてはなりませんね。今 a を 3 にしてみたら、計算結果が違ったのですから $3a+5a^2$ という式は見かけを $8a^2$ に変えられないということですね。

アとイの解答をきちんと読んで理解ができた人には、もうくどい説明はいらないで しょう。ここから先は、あっさり説明します。

ウ. について

 $3a + 5a^2$ と $8a^3$ は同じ数ではありません。

注意してほしいことがあります。よく、次のように考えて計算を進める人がいます。まず 3a にある 3 と $5a^2$ の中にある 5 をたして 8 を作ります。そして次に 3a にある a と $5a^2$ の中にある a^2 をかけて a^3 を作り、さっき作った a^3 をくっつけて「答えは a^3 です。」と計算してしまうのです。この考え、めちゃくちゃですよね。イの解答をきちんと読んで理解ができた人は、この考えがいかにめちゃくちゃなのかわかりますよね。

エ. について

 $3a + 5a^2$ と $15a^2$ は同じ数ではありません。

オ. について

 $3a + 5a^2$ と $15a^3$ は同じ数ではありません。

カ. について

 $3a^2 + 5a^2$ と $8a^2$ は同じ数です。

念のため、分配法則を使って計算するとどうなるか書いておきます。 $3a^2+5a^2$ という式はそもそも、 $3\times a^2+\times 5a^2$ という式と同じであるということを思い出しておいてください。

$$3a^2 + 5a^2 = 3 \times a^2 + 5 \times a^2 = (3+5) \times a^2 = 8a^2$$

と変形できますね。

キ. について

 $3a^2 + 5a^2$ と $8a^4$ は同じ数ではありません。

ク. について

 $3a^2 + 5a^2$ と $15a^2$ は同じ数ではありません。

ケ. について

 $3a^2 + 5a^2$ と $15a^4$ は同じ数ではありません。

では、今までで考えていた「質問」が良く理解できた人は、次の例題を学ぶことにしましょう。

例題 17 $2x^2 - 3x + 7 - 5x - 7x^2 - 5$ という式は、実は見かけに無駄な所があります。 式の見かけを変えて、簡単な式にしなさい。

解答

 $2x^2 - 3x + 7 - 5x - 7x^2 - 5$ という式を良くみてください。

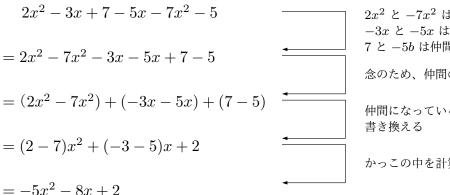
この中には $2x^2$ と $-7x^2$ という部品があります。この2つの部品は「どちらも「ナント

カ x^2 」という形をしているので、分配法則を使ってまとめることができます。

また、この中には-3xと-5xという部品があります。この2つの部品は「どちらも 「ナントカx」という形をしているので、分配法則を使ってまとめることができます。

さらに、この中には7という数と-5xという数がありす。どちらも「数」なので計算 してまとめることができます。

というわけで次のように計算をしていくことができます。



 $2x^2$ と $-7x^2$ は仲間なので前に移動、 -3x と -5x は仲間なので真ん中に移動、 7と -5b は仲間なので後ろへ移動する

念のため、仲間の部品をかっこで囲む

仲間になっているところを分配法則で

かっこの中を計算する

問 17. 次の式はどれも、実は見かけに無駄な所があります。式の見かけを変えて、簡単 な式にしなさい。

$$(1) \ a^2 - 3a + 5 + 2a^2 - 4a + 4$$

(2)
$$2x^2 + 3 - 5x^2 + 7$$

$$(3) -2a^2 + 2a + 4a - 3a^2$$

$$(4) \ 5y^2 - 3y + 2y^2 + 5y - 9$$

答えを見る

文字式どうしをたしたり、ひいたりする練習をしよう

まずはじめに、あなたが「かっこのの使い方」をちゃんとわかっているか確認しましょ う。次の質問に答えてください。

質問 「5a-7b」という式から「8a+13b」という式をひいてくださいといわれたら、と りあえずどんな式を書けばよいですか?次のうちから、正しいほうを選びなさい。

ア.
$$5a-7b-8a+13b$$
 イ. $(5a-7b)-(8a+13b)$ 大丈夫ですよね。正しいのは、イですよ。「もともと、かたまりだったもの」にはちゃん

と「かっこ」をつけるようにしてください。そうしないと間違いのもとになります。

例題 18 2x + 3y という式と 3x - y という式を「たしたら」どうなるのか考えることにします。

- (2) (1) で書いた式を計算して、見かけを簡単にしなさい。

解答

(1) 2x + 3y という式と 3x - y という式をたすのですから、とりあえず、

$$(2x+3y) + (3x-y)$$

と書けばよいですね。もともとかたまりだった 2x + 3y と 3x - y には、ちゃんと「かっこ」をつけておくことが大切です。

(2)(1)で、とりあえず、

$$(2x+3y) + (3x-y)$$

という式が出来ましたね。ところでこの式の(2x+3y)というところですが、2x+3yと同じですね。また、+(3x-y)の所ですが、+3x-yと同じですね。ですから、まず、

$$(2x+3y) + (3x - y) = 2x + 3y + 3x - y$$

と計算を進めることが出来ます。

ところで、この、2x+3y+3x-y という式ですが、「2x」と「3x」は仲間なのでまとめることが出来ますね。また、「3y」と「-y」は仲間なのでまとめることが出来ます。というわけで、次のように計算を進めることが出来ます。

$$2x + 3y + 3x - y = 2x + 3x + 3y - y$$
$$= (2+3)x + (3-1)y$$
$$= 5x + 2y$$

1 行目から 2 行目へ移るときに、分配法則を使ったのですよ。注意してくださいね。 **例題 19** 2x+3 という式から 3x-1 という式を「ひいたら」どうなるのか考えることに します。

- (1) 「2x+3 という式から 3x-1 という式をひいてください。」と言われたら、とりあえずどんな式を書けばよいですか。
- (2) (1) で書いた式を計算して、見かけを簡単にしなさい。

解答

(1) 2x + 3y という式から 3x - y という式をひくのですから、とりあえず、

$$(2x+3y)-(3x-y)$$

と書けばよいですね。もともとかたまりだった 2x + 3y と 3x - y には、ちゃんと「かっこ」をつけておくことが大切です。

(2) (1) で、とりあえず、

$$(2x+3y)-(3x-y)$$

という式が出来ましたね。ところでこの式の (2x+3y) というところですが、2x+3 と同じですね。また、-(3x-y) の所ですが、-3x+y と同じですね。ですから、まず、

$$(2x+3y) + (3x - y) = 2x + 3y - 3x + y$$

と計算を進めることが出来ます。

ところで、この、2x+3y-3x+y という式ですが、「2x」と「-3x」は仲間なのでまとめることが出来ますね。また、「3y」と「+y」は仲間なのでまとめることが出来ます。というわけで、次のように計算を進めることが出来ます。

$$2x + 3y - 3x + y = 2x - 3x + 3y + y$$
$$= (2 - 3)x + (3 + 1)y$$
$$= -x + 4y$$

1 行目から 2 行目へ移るときに、分配法則を使ったのですよ。注意してくださいね。 **間 18.** 3x-4y という式に 7x+6y という式を「たしたら」どうなるのか考えることに

- (1) 「3x-4y という式と 7x+6y という式をたしてください。」と言われたら、とりあ
 - (2) (1) で書いた式を計算して、見かけを簡単にしなさい。

えずどんな式を書けばよいですか。

答えを見る

問 19. 3x - 4y という式から 7x + 6y という式を「ひいたら」どうなるのか考えることにします。

- (1) 「3x 4y という式から 7x + 6y という式をひいてください。」と言われたら、とりあえずどんな式を書けばよいですか。
- (2) (1) で書いた式を計算して、見かけを簡単にしなさい。

答えを見る

問 20. 次の計算をしなさい。

します。

$$(1) (3a+5b)+(6a-3b)$$

$$(2) (-2x+9y)+(3x-8y)$$

$$(3) (5x-4y)+(-8x+4y)$$

$$(4) (a+3b) + (9b-8a)$$

$$(5) (6x+4y)-(2x+3y)$$

(6)
$$(5x-3y)-(8x-5y)$$

$$(7) (-2x+11y)-(-7x-6y)$$

$$(8) (9b-a) - (-9b-a)$$

答えを見る

2.5 文字式に文字式をかけたり、文字式を文字式でわったり する練習をしよう

まず、あなたに思い出してもらいたいことがあります。いくつかおさらいすることにしましょう。

思い出してもらいたいことその1

以前に、文字式を書くときの「大切な約束事」をいくつか学びました。「 \times 」のマークを省略するとか、数は文字より前に書くとか、・・・、そういった約束がありましたね。ですから、a という文字と、-2 という数をかけて出来る式は -2a と書くことになるのですよね。つまり、あなたは -2a という式をを見たら、「-2 と a がかけてある」と思わなくてはいけません。

思い出してもらいたいことその2

以前、「かけ算の結合法則」と呼ばれているものを学びましたね。(これは、小学校でも学んでいます。)どういう法則かと言うと、「いくつかの数があるとき、それらの数を全部かけたときの答えは、どんな順番でかけ算をしても同じになる。」という法則です。例えば、 $5 \times (3 \times 8)$ と $(5 \times 3) \times 8$ ではかけ算をしていく順番が違っていますが、答えは同じになります。また、さらに、「かけ算の交換法則」と呼ばれているものも、前に学びましたね。(これも、小学校でも学んでいます。)どういう法則かというと「かけ算では、かける数とかけられる数を入れかえて計算しても答えは同じになる。」という法則です。例えば、 7×9 の答えと 9×7 の答えは同じになるのです。

「かけ算の結合法則」と「かけ算の交換法則」のおかげで、いくつかの数をかけ算したいとき、あなたはかけ算していく順番を自由に変えることができます。例えば、5と3と8を全部かけるとき、5と3をかけてから最後に8をかけても良いし、8と3をかけてから最後に5をかけても良いし、3と8をかけてから最後に5をかけても良いし・・・・・ということです。

それでは本題に入りましょう。

例題 20 3a という式に -4b という式をかけるとどうなるのか考えなさい。

解答

3a という式は、そもそも 3 という数と a という文字をかけて出来ているのですね。つまり、

$$3a = 3 \times a$$

ですよね。

また-4bという式は、そもそも-4という数とbという文字をかけて出来ているのですね。つまり、

$$-4b = -4 \times b$$

ですよね。

そうすると、3b という式に -4b という式をかけるということは、結局、「3 という数」と「a という文字」と「-4 という数」と「b という文字」をかけるということになります。つまり、

$$3a \times (-4b) = 3 \times a \times (-4) \times b$$

ということですよね。4つのものをかけ算することになりましたが、この式はかけ算だけの式なので、どれとどれを先にかけ算してもよいですよね。(結合法則と交換法則のおかげですよ。)そこで、3と-4をまずかけてしまいましょう。だって、3と-4は数だから計算出来ちゃいますよね。そうすると次のように計算が進むわけです。

$$3a \times (-4a) = 3 \times a \times (-4) \times b$$
$$= 3 \times (-4) \times a \times b$$
$$= -12 \times a \times b$$
$$= -12ab$$

例題 21 3a という式に -4a という式をかけるとどうなるのか考えなさい。

解答

3a という式は、そもそも 3 という数と a という文字をかけて出来ているのですね。つまり、

$$3a = 3 \times a$$

ですよね。

また-4aという式は、そもそも-4という数とaという文字をかけて出来ているのですね。つまり、

$$-4a = -4 \times a$$

ですよね。

そうすると、3a という式に -4a という式をかけるということは、「3 という数」と「a という文字」と「-4 という数」と「a という文字」をかけるということになります。つまり、

$$3a \times (-4a) = 3 \times a \times (-4) \times a$$

ということですよね。4つのものをかけ算することになりましたが、この式はかけ算だけの式なので、どれとどれを先にかけ算してもよいですね。(結合法則と交換法則のおかげですよ。)そこで、3と-4をまずかけてしまいましょう。だって、3と-4は数だから計算出来ちゃいますよね。そうすると次のように計算が進むわけです。

$$3a \times (-4a) = 3 \times a \times (-4) \times a$$
$$= 3 \times (-4) \times a \times a$$
$$= -12 \times a \times a$$
$$= -12a^{2}$$

問 **21.** -2x という式に 7y という数をかけるとどうなるのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数や文字を書きなさい。

-2x という式は、そもそも という数と という文字をかけて出来ています。

つまり、

$$-2x = (-2) \times x$$

ですよね。

また 7y という式は、そもそも \square という数と \square という文字をかけて出来ています。 つまり、

$$7y = 7 \times y$$

ですよね。

そうすると、-2x という式に 7y という式をかけるということは、「 という数」と「 という文字」と「 という文字」をかけるということになります。つまり、

$$-2x \times 7y = (-2) \times x \times 7 \times y$$

ですよね。4つのものをかけ算することになりましたが、この式はかけ算だけの式なので、どれとどれを先にかけ算してもよいですね。(結合法則と交換法則のおかげですよ。)そこで、 と をまずかけてしまいましょう。だって、 と は数だから計算出来ちゃいますよね。そうすると、次のように計算が進むわけです。

$$-2x \times 7y = (-2) \times x \times 7 \times y$$
$$= (-2) \times 7 \times x \times y$$
$$= \boxed{ } \times \boxed{ }$$
$$= \boxed{ }$$

答えを見る

問 **22.** -2x という式に 7x という数をかけるとどうなるのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数や文字を書きなさい。

-2x という式は、そもそも oxedow という数と oxedow という文字をかけて出来ています。 つまり、

$$-2x = (-2) \times x$$

ですよね。

また 7x という式は、そもそも という数と という文字をかけて出来ています。 つまり、

$$7x = 7 \times x$$

ですよね。

そうすると、-2x という式に 7x という式をかけるということは、「 $\$ という数」と「 $\$ という文字」と「 $\$ という数」と「 $\$ という文字」をかけるということになります。つまり、

$$-2x \times 7x = (-2) \times x \times 7 \times x$$

ですよね。4つのものをかけ算することになりましたが、この式はかけ算だけの式なので、 どれとどれを先にかけ算してもよいのですね。(結合法則と交換法則のおかげですよ。)そ こで、 と をまずかけてしまいましょう。だって、 と は数だから計 算出来ちゃいますよね。そうすると、次のように計算が進むわけです。

$$-2x \times 7x = (-2) \times x \times 7 \times x$$
$$= (-2) \times 7 \times x \times x$$
$$= \boxed{ } \times \boxed{ }$$
$$= \boxed{ }$$

問 **23.** 次の計算をしなさい。

答えを見る

(1) $5x \times 6y$

(2) $3a \times (-7a)$

 $(3) -a \times 5b$

 $(4) -2x \times (-3x)$

(5) $10x \times \frac{2}{5}y$

(6) $-\frac{3}{8}a \times 24b$

(7) $15x \times \left(-\frac{2}{3}y\right)$

 $(8) - \frac{3}{10}a \times \frac{5}{9}a$

答えを見る

それでは話を進めます。

例題 22 $(-3a)^2$ という式について考えることにします。

- (1) $(-3a)^2$ という式には「にじょう」を意味するマークが付いています。 $(-3a)^2$ という式は、何を二乗しているのですか。
- (2) $(-3a)^2$ という式の見かけを変えてみてください。

解答

- $(1) (-3a)^2$ という式は -3a を二乗しています。つまり、-3a を 2 個かけているのです。
- (2) (1) でわかったように、 $(-3a)^2$ という式は -3a を 2 個かけているのです。ですから次のように計算を進めることができます。(ここから先は、例題??や例題??が理解できていれば大丈夫なはずです。)

$$(-3a)^{2} = (-3a) \times (-3a)$$

$$= (-3) \times a \times (-3) \times a$$

$$= (-3) \times (-3) \times a \times a$$

$$= 9 \times a^{2}$$

$$= 9a^{2}$$

例題 23 $-(-3a)^2$ という式について考えることにします。

- (1) $-(-3a)^2$ という式には「にじょう」を意味するマークが付いています。 $-(-3a)^2$ という式では、二乗されているのは何ですか。
- (2) $-(-3a)^2$ という式の見かけを変えてみてください。

解答

- (1) $-(-3a)^2$ という式は「-1 という数」と「-3a を二乗したもの」をかけてできた式です。つまり、この式の中では、二乗されているのは -3a です。
- (2) (1) でわかったように、 $-(-3a)^2$ という式は「-1 という数」と「-3a を二乗したもの」をかけてできた式です。ですから次のように計算を進めることができます。

(ここから先は、例題 20 や例題 21 が理解できていれば大丈夫なはずです。)

$$-(-3a)^2 = (-1) \times (-3a) \times (-3a)$$
$$= (-1) \times (-3) \times a \times (-3) \times a$$
$$= (-1) \times (-3) \times (-3) \times a \times a$$
$$= -9 \times a^2$$
$$= -9a^2$$

問 24. 次の計算をしなさい。

$$(1) (-7x)^2$$

$$(2) - (-7x)^2$$

$$(3) \ 2a \times (-5a)^2$$

$$(4) (-7a)^2 \times 4a$$

$$(5) \frac{3}{5}x \times (5x)^2$$

(6)
$$(-3) \times (-7x)^2$$

答えを見る

では次に、わり算の練習をしたいのですが、その前にあなたに思い出してもらいたいことがあります。

思い出してもらいたいことその3

分数を約分するときの話

例えば、 $(5 \times 8) \div (15 \times 4)$ という計算について考えてみましょう。「ナントカ」わる「ほにゃらら」という計算の答えは、分数で答えると $\frac{+ \nu + \nu}{}$ でしたね。ですからとりあえず、

$$(5\times8) \div (15\times4) = \frac{5\times8}{15\times4}$$

ってことですね。次は分子のかけ算 5×8 と分母のかけ算 15×4 を行っても良いのですが、どうせあとで約分が待ってますよね。ですからこういうかけ算は今は行わないで、このまま約分に取りかかったほうがいいですよね。そこで次のように計算が進みます。

$$\frac{5\times8}{15\times4} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}\times\overset{2}{\cancel{8}}}{\overset{1}{\cancel{5}}\times\overset{4}{\cancel{4}}}$$

いいですか、分子の5と分母の15で約分し、分子の8と分母の4で約分したのですよ。

さらに計算をしていくと、

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}} \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\overset{1}{\cancel{5}} \times \overset{\cancel{4}}{\cancel{4}}} = \frac{2}{3}$$

とできますね。この計算法の特徴は、初めからあったかけ算をそのまま放っておくという点にあります。つまり、初めからあった 5×8 とか 15×4 というかけ算は放っておき、先に約分に取りかかっているのです。もちろん、先にかけ算してしまっても正しい答えを出すことはできます。その場合は次のように計算は進みます。まず、

$$(5 \times 8) \div (15 \times 4) = 40 \div 60$$

となりますね。次に、

$$40 \div 60 = \frac{40}{60}$$

とできますね。最後に約分をすれば、

$$\frac{\cancel{40}}{\cancel{60}} = \frac{2}{3}$$

となりますよね。

というわけで、 $(5\times8)\div(15\times4)$ の計算を 2 通りやってみました。「初めからあるかけ 算を放っておいて先に約分をする方法」と、「先にかけ算をしてしまってあとから約分する方法」です。 どちらのほうがいいというわけではありません。 時と場合に応じて、あなたが使い分ける必要があるのです。 これから練習する文字式のわり算では、前者、つまり「初めからあるかけ算を放っておいて先に約分をする方法」」が威力を発揮します。

それではわり算の話に入ることにしましょう。

例題 24 12xy という式を 4y という式でわるとどうなるのか考えなさい。

解答

念のための注意をしておきます。12xy というのはそもそも $12 \times x \times y$ のことで、4y というのはそもそも $4 \times y$ のことですね。ですから、あなたは 12xy という式を見たら、「12 と x と y をかけているんだな」と思わなくてはなりませんし、4y という式を見たら、「4

と y と y をかけているんだな」と思わなくてはならないのです。これだけのことを注意しておいて、本題に入ることにしましょう。

「 $12xy\div 4y$ 」の答えは、分数で答えると、とりあえず、「 $\frac{12xy}{4y}$ 」ですね。かけ算のマークも復活させておくと、「 $\frac{12\times x\times y}{4\times y}$ 」ということですね。あとは、この例題の前に説明した方法で、約分をして計算を進めていきます。すると

$$\frac{12 \times x \times y}{4 \times y} = \frac{\overset{3}{\cancel{12}} \times x \times \overset{1}{\cancel{y}}}{\overset{\cancel{4}}{\cancel{1}} \times \overset{\cancel{y}}{\cancel{y}}}$$
$$= \frac{3 \times x \times 1}{1 \times 1}$$
$$= 3x$$

となりますね。

問 **25.** $-6a^2b$ という式を 2ab という式でわるとどうなるか考えようと思います。次の文の空欄に正しい数や式を書きなさい。

となるわけです。次はこの式を約分していきます。すると、

$$\frac{(-6) \times a \times a \times b}{2 \times a \times b} = \frac{2 \times a \times b}{2 \times a \times b}$$

$$= \frac{2 \times a \times b}{2 \times a \times b}$$

$$= \frac{2 \times a \times b}{2 \times a \times b}$$

$$= \frac{2 \times a \times b}{2 \times a \times b}$$

$$= \frac{2 \times a \times b}{2 \times a \times b}$$

となりますね。

問 26. 次の計算をしなさい。

 $(1) 8xy \div 4y$

(2) $24x^2 \div 4x$

 $(3) -18xy^2 \div 6y$

 $(4) -18a^2b \div (-9ab)$

答えを見る

ではわり算の話を続けていきます。しかしその前に、あなたに思い出してほしいことが あります。

思い出してもらいたいことその4

まず、分数の意味を思い出してみてください。そもそも、

<u>ナントカ</u> という分数は「ナントカ」: 「ほにゃらら」というわり算の答え

なのでしたね。

次に、逆数を使うとわり算をかけざんに直すことができるということを思い出してください。どういうことかというと、

「ナントカ」: 「ほにゃらら」というわり算は、 「ナントカ」×「ほにゃららの逆数」というかけ算に直せる

ということでしたね。

というわけで、

- ナントカ ほにゃらら
- 「ナントカ」÷「ほにゃらら」というわり算の答え
- 「ナントカ」×「ほにゃららの逆数」というかけ算の答え

は全て同じになるのでしたね。

ですから例えば、

$$\frac{a}{5}$$
, $a \div 5$, $a \times \frac{1}{5}$

はみんな同じなのです。さらに付け加えると、かけ算は順番を変えられるので(つまり、 かけ算は交換法則が成り立つので)、

$$a \times \frac{1}{5} \ge \frac{1}{5} \times a$$
 は同じ

です。ですから結局、

$$\frac{a}{5}$$
, $a \div 5$, $a \times \frac{1}{5}$, $\frac{1}{5} \times a$

はみんな同じなのです。このようなことを、もう少し複雑な式で考えてみましょう。例えば、 $\frac{5x}{3}$ という式について考えることにします。さっきと同じように考えると、

$$\frac{5x}{3}$$
 と $\frac{1}{3} \times 5x$ は同じ

であることがわかります。またもちろん、

$$\frac{1}{3} \times 5x$$
 と $\frac{1}{3} \times 5 \times x$ は同じ

です。3つの数のかけ算はどこを先にかけても良いのですから、

$$\frac{1}{3} \times 5 \times x$$
 と $\frac{5}{3} \times x$ は同じ

です。かけ算のマークを省略すれば、

です。以上で、結局、

$$\frac{5x}{3}$$
 と $\frac{5}{3}x$ は同じ

ということがわかりました。この話がきちんと理解できたかどうか、次の問で確認することにしましょう。

問 27. 次の文の空欄に正しい数や式を書きなさい。

 $\frac{\triangle}{7}$ と $\frac{1}{7} \times \triangle$ は同じですから、

$$-\frac{2x}{7}$$
 と $-\frac{1}{7}$ × は同じ

であることがわかります。またもちろん、

$$-\frac{1}{7} \times 2x$$
 と $-\frac{1}{7} \times \square \times \square$ は同じ

です。3つの数のかけ算はどこを先にかけても良いのですから、

$$-\frac{1}{7} \times 2 \times x$$
 と $\times x$ は同じ

です。かけ算のマークを省略すれば、

$$-\frac{2}{7} \times x$$
 と は同じ

です。以上で、結局、

$$-\frac{2x}{7}$$
 と は同じ

ということがわかりました。

答えを見る

問 28. 次の文の空欄に正しい数や式を書きなさい。

問27をいっしょうけんめい考えると、

$$-\frac{2x}{7}$$
 と $-\frac{2}{7}x$ は同じ

ということがわかりました。同じように考えると、

$$\frac{3a}{2}$$
 と は同じ

であることがわかります。また、

と
$$-\frac{8}{3}x$$
 は同じ

ということもわかります。

答えを見る

では本題に戻ることにしましょう。文字式のわり算の話でしたね。

例題 25 $6ab^2$ という式を $-\frac{3}{2}a$ という式でわるとどうなるのか考えなさい。

解答

この例題の前で学んだことによると、 $-\frac{3}{2}a$ と $-\frac{3a}{2}$ は同じですね。そこで、 $6ab^2$ という式を $-\frac{3}{2}a$ という式でわる代わりに、 $6ab^2$ という式を $-\frac{3a}{2}$ でわることにします。

「 \div $\left(-\frac{3a}{2}\right)$ 」をすることと「 \times $\left(-\frac{2}{3a}\right)$ 」をすることは同じことなのですよね。ですから、次のように計算を進めることが出来ます。

$$6a^{2}b \div \left(-\frac{3a}{2}\right) = 6a^{2}b \times \left(-\frac{2}{3a}\right)$$
$$= -\frac{6a^{2}b \times 2}{3a}$$

ここまでくれば、あとは 47 ページの例題 24 と同じように、かけ算のマークを復活して 約分をする方法で計算を進めることができますね。ではやってみます。

$$-\frac{6a^2b \times 2}{3a} = -\frac{6 \times a \times a \times b}{3 \times a}$$
$$= -\frac{\cancel{6} \times \cancel{a} \times a \times b}{\cancel{3} \times \cancel{a}}$$
$$= -\frac{2 \times 1 \times a \times b}{1 \times 1}$$
$$= -2ab$$

となりますね。

例題 26 $-\frac{3}{2}x^2$ という式を $-\frac{9}{4}x$ という式でわるとどうなるのか考えなさい。

解答

例題 25 の前で学んだことによると、 $-\frac{3}{2}x^2$ と $-\frac{3x^2}{2}$ は同じですね。また、 $-\frac{9}{4}x$ と $-\frac{9x}{4}$ は同じですね。そこで、 $-\frac{3}{2}x^2$ という式を $-\frac{9}{4}x$ という式でわる代わりに、 $-\frac{3x^2}{2}$ という式を $-\frac{9x}{4}$ でわることにします。

「 \div $\left(-\frac{9x}{4}\right)$ 」をすることと、「 \times $\left(-\frac{4}{9x}\right)$ 」をすることは同じことですね。ですから、次のように計算を進めることが出来ます。

$$-\frac{3x^2}{2} \div \left(-\frac{9x}{4}\right) = -\frac{3x^2}{2} \times \left(-\frac{4}{9x}\right)$$
$$= \frac{3x^2 \times 4}{2 \times 9x}$$

ここまでくれば、あとは 47 ページの例題 24 と同じように、かけ算のマークを復活して 約分をする方法で計算を進めることができますね。ではやってみます。

$$\frac{3x^2 \times 4}{2 \times 9x} = -\frac{3 \times x \times x}{2 \times 9 \times x}$$
$$= \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times \overset{1}{\cancel{x}} \times x}{2 \times \overset{9}{\cancel{3}} \times \overset{1}{\cancel{x}}}$$
$$= \frac{1 \times 1 \times x}{2 \times 3 \times 1}$$
$$= \frac{x}{6}$$

となりますね。

問 **29.** $\frac{8}{7}a^2$ という式を $-\frac{4}{7}a$ という式でわるとどうなるのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数や式を書きなさい。

 $\frac{8}{7}a^2$ は $\frac{8a^2}{7}$ と同じです。また、 $-\frac{4}{7}a$ は $-\frac{}{7}$ と同じです。ですから、 $\frac{8}{7}a^2$ という式を $-\frac{4}{7}a$ という式でわる代わりに、 $\frac{8a^2}{7}$ という式を $-\frac{}{7}$ という式でわることにします。

「 \div $\left(-\frac{4a}{7}\right)$ 」をすることと、「 \times $\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\right)$ 」をすることは同じことです。ですから、次のように計算を進めることが出来ます。

$$\frac{8a^2}{7} \div \left(-\frac{4a}{7}\right) = \frac{8a^2}{7} \times \left(-\boxed{}\right)$$
$$= -\frac{8a^2 \times \boxed{}}{7 \times \boxed{}}$$

ここまでくれば、あとは 47ページの例題 24と同じように、かけ算のマークを復活して

約分をする方法で計算を進めることができますね。ではやってみます。

$$-\frac{8a^{2} \times 7}{7 \times 4a} = -\frac{8 \times a \times \boxed{\times 7}}{7 \times \boxed{\times}}$$

$$= -\frac{\cancel{8} \times \cancel{a} \times a \times \cancel{7}}{\cancel{7} \times \cancel{4} \times \cancel{a}}$$

$$= \boxed{}$$

となりますね。

答えを見る

問 30. 次の計算をしなさい。

(1)
$$8a \div \frac{4}{3}a$$

(2)
$$-15x^2 \div \left(-\frac{3}{2}x\right)$$

(3)
$$9xy \div \left(-\frac{3}{2}x\right)$$

$$(4) -7xy^2 \div \frac{7}{3}x$$

$$(5) \left(-\frac{3}{5}a^2b\right) \div \frac{6}{5}ab$$

(6)
$$\left(-\frac{2}{7}ab^2\right) \div \left(-\frac{4}{3}b\right)$$

(7)
$$\left(-\frac{5}{18}ab\right) \div \left(-\frac{10}{9}b\right)$$

(8)
$$\frac{2}{5}x^2y^2 \div \frac{3}{10}xy$$

答えを見る

それでは今度は、かけ算とわり算が混ざっている計算を練習しましょう。

何度もいいますが、「逆数を使えば、わり算はかけ算に直して計算できる」のでしたね。 つまり、例えば、「 \div (-6)」をするのと、「 \times $\left(-\frac{1}{6}\right)$ 」をするのは同じことです。また例えば、「 \div (-6a)」をするのと、「 \times $\left(-\frac{1}{6a}\right)$ 」をするのは同じことです。さらに例えば、「 \div $\frac{6a}{5}$ 」をするのと、「 \times $\frac{5}{6a}$ 」をするのは同じことです。ということは、式の中にわり算があったとしても、逆数を使えばかけ算に直して計算できることになります。

例題 27 次の式を、逆数を使ってかけ算にだけの式に直してから計算しなさい。

$$(1) \quad (-4xy^2) \times 6x \div (-3y)$$

(2)
$$4xy^2 \div 6x \times (-3y)$$

(3)
$$(-4xy^2) \div 6x \div (-3y)$$

解答

とにかく、わり算のところを逆数を使ってかけ算に直して計算します。

(1) $(-4xy^2) \times 6x \div (-3y)$ という式の $\div (-3y)$ を $\times \left(-\frac{1}{3y}\right)$ に変えて計算すればよいですね。

 $(-4xy^2) \times 6x \div (-3y)$ という式には「マイナス」のマークがついた式が 2 つあります。 $(-4xy^2)$ と (-3y) です。2 つあるのですから $(-4xy^2) \times 6x \div (-3y)$ という計算の答えには「マイナス」のマークは付きません。このことにも注意しておきましょう。

では、計算に取りかかります。まず、逆数を使ってわり算のところをかけ算に変え ます。すると、

$$(-4xy^2) \times 6x \div (-3y) = (-4xy^2) \times 6x \times \left(-\frac{1}{3y}\right)$$
$$= \frac{4xy^2 \times 6x}{3y}$$

となります。ここまで来たら、あとは 47 ページの例題 24 と同じように、かけ算のマークを復活して約分をする方法で計算を進めることができますね。ではやってみます。

$$\frac{4xy^2 \times 6x}{3y} = \frac{4 \times x \times y \times y \times 6 \times x}{3 \times y}$$
$$= \frac{4 \times x \times \cancel{y} \times y \times \cancel{6} \times x}{\cancel{3} \times \cancel{y}}$$
$$= 4 \times x \times y \times 2 \times x$$
$$= 8x^2y$$

となりますね。

(2) $4xy^2 \div 6x \times (-3y)$ という式の $\div 6x$ を $\times \frac{1}{6x}$ に変えて計算すればよいですね。 $4xy^2 \div 6x \times (-3y)$ という式には「マイナス」のマークがついた式が 1 つあります。

(-3y) です。1 つあるのですから $4xy^2 \div 6x \times (-3y)$ という計算の答えには「マイナス」のマークが付きます。このことにも注意しておきましょう。

では、計算に取りかかります。まず、逆数を使ってわり算のところをかけ算に変え ます。すると、

$$4xy^{2} \div 6x \times (-3y) = 4xy^{2} \times \frac{1}{6x} \times (-3y)$$
$$= -\frac{4xy^{2} \times 3y}{6x}$$

となります。ここまで来たら、あとは 47 ページの例題 24 と同じように、かけ算のマークを復活して約分をする方法で計算を進めることができますね。ではやってみます。

$$-\frac{4xy^2 \times 3y}{6x} = -\frac{4 \times x \times y \times y \times 3 \times y}{6 \times x}$$
$$= -\frac{4 \times x \times y \times y \times x \times y}{6 \times x}$$
$$= -\frac{4 \times x \times y \times y \times y}{6 \times x}$$
$$= -\frac{4 \times x \times y \times y \times y}{2 \times x}$$
$$= -2y^3$$

となりますね。

(3) $(-4xy^2)\div 6x\div (-3y)$ という式の $\div 6x$ を $\times \frac{1}{6x}$ に変え、 $\div (-3y)$ を $\times \left(-\frac{1}{3y}\right)$ に変えて計算すればよいですね。

 $(-4xy^2)\div 6x\div (-3y)$ という式には「マイナス」のマークがついた式が 2 つあります。 $(-4xy^2)$ と (-3y) です。2 つあるのですから $(-4xy^2)\div 6x\div (-3y)$ という計算の答えには「マイナス」のマークは付きません。このことにも注意しておきましょう。

では、計算に取りかかります。まず、逆数を使ってわり算のところをかけ算に変え

ます。すると、

$$(-4xy^2) \div 6x \div (-3y) = (-4xy^2) \times \frac{1}{6x} \times \left(-\frac{1}{3y}\right)$$
$$= \frac{4xy^2}{6x \times 3y}$$

となります。ここまで来たら、あとは 47 ページの例題 24 と同じように、かけ算のマークを復活して約分をする方法で計算を進めることができますね。ではやってみます。

$$\frac{4xy^2}{6x \times 3y} = \frac{4 \times x \times y \times y}{6 \times x \times 3 \times y}$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \times \overset{1}{\cancel{x}} \times \overset{1}{\cancel{y}} \times y}{\overset{2}{\cancel{3}} \times \overset{1}{\cancel{x}} \times 3 \times \overset{1}{\cancel{y}}}$$

$$= \frac{2 \times y}{3}$$

$$= \frac{2y}{3}$$

となりますね。

問 31. 次の式を、逆数を使ってかけ算にだけの式に直してから計算しなさい。

(1)
$$(-5xy) \times 7y \div (-10x)$$

(2)
$$7a \times 4b \div (-14a)$$

(3)
$$24xy \div (-6x) \times (-3xy)$$

$$(4) -24x^2y \div (-6x) \div (-3y)$$

答えを見る

例題 28 逆数を使って、かけ算にだけの式に直してから計算しなさい。

(1)
$$6ab \div \left(-\frac{5}{8}b\right) \times \frac{5}{4}a$$
 (2) $\left(-\frac{2}{3}x^2y\right) \times \frac{5}{6}y \div \left(-\frac{4}{5}xy\right)$

解答

式が少し複雑になってきました。混乱している人もいるかもしれません。落ち着いてくださいね。「÷」のあとに書いてある数を逆数にするのですよ。そうすれば、わり算をかけ算に変えられるのです。

$$(1)$$
 $6ab \div \left(-\frac{5}{8}b\right) \times \frac{5}{4}a$ でしたね。「÷」のあとに書いてある式は $-\frac{5}{8}b$ ですね。 $-\frac{5}{8}b$

の逆数は $-\frac{8}{5b}$ ですから、まず、次のようにかけ算だけの式にできます。

$$6ab \div \left(-\frac{5}{8}b\right) \times \frac{5}{4}a = 6ab \times \left(-\frac{8}{5b}\right) \times \frac{5a}{4}$$

三つの式がかけられることになりました。マイナスのマークが付いている式が一個 (つまり奇数個) 入っていますね。 $\left(-\frac{5}{8b}\right)$ のことです。) そうすると、このかけ算 の答えにはマイナスのマークが付くわけです。ですから、この先は次のように計算 できます。

$$6ab \times \left(-\frac{8}{5b}\right) \times \frac{5a}{4} = -\frac{6ab \times 8 \times 5a}{5b \times 4}$$

$$= -\frac{6 \times a \times b \times 8 \times 5 \times a}{5 \times b \times 4}$$

$$= -\frac{6 \times a \times \cancel{b} \times \cancel{8} \times \cancel{5} \times a}{\cancel{5} \times \cancel{b} \times \cancel{4}}$$

$$= -6 \times a \times 2 \times a$$

$$= -12a^{2}$$

(2) $\left(-\frac{2}{3}x^2y\right) \times \frac{5}{6}y \div \left(-\frac{4}{5}xy\right)$ でしたね。「÷」のあとに書いてある式は $-\frac{4}{5}xy$ で すね。 $-\frac{4}{5}xy$ の逆数は $-\frac{5}{4xy}$ ですから、まず、次のようにかけ算だけの式にできます。

$$\left(-\frac{3}{2}x^2y\right) \times \frac{5}{6}y \div \left(-\frac{4}{5}xy\right) = \left(-\frac{3x^2y}{2}\right) \times \frac{5y}{6} \times \left(-\frac{5}{4y}\right)$$

三つの式がかけられることになりました。マイナスのマークが付いている式が二個 (つまり偶数個) 入っていますね。 $\left(-\frac{3x^2y}{2}\right)$ と $-\frac{5}{4y}$ のことです。) そうすると、このかけ算の答えにはマイナスのマークは付かないわけです。ですから、この先は次のように計算できます。

$$\left(-\frac{3x^2y}{2}\right) \times \frac{5y}{6} \times \left(-\frac{5}{4y}\right) = \frac{3x^2y \times 5y \times 5}{2 \times 6 \times 4y}$$

$$= \frac{3 \times x \times x \times y \times 5 \times y \times 5}{2 \times 6 \times 4 \times y}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times x \times x \times \frac{1}{3} \times 5 \times y \times 5}{2 \times 6 \times 4 \times y}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times x \times x \times \frac{1}{3} \times 5 \times y \times 5}{2 \times 6 \times 4 \times y}$$

$$= \frac{x \times x \times 5 \times y \times 5}{2 \times 2 \times 4}$$

$$= \frac{25x^2y}{16}$$

問 32. 逆数を使って、かけ算にだけの式に直してから計算しなさい。

$$(1) \ \frac{3}{5}xy^2 \div \left(-\frac{3}{10}x\right) \div \left(-\frac{2}{3}y\right) \\ (2) \ -27a^2b \times \left(-\frac{2}{3}b\right) \div (-9ab)$$

$$(3) \left(-\frac{5}{3}y \right) \times \frac{7}{15}xy \div \frac{5}{6}xy^2 \qquad (4) \left(-\frac{3}{7}a^2b^2 \right) \div 2ab \div \left(-\frac{3}{4}b \right)$$

答えを見る

では、話を進めます。

ここまで、文字式に数をかけたり、文字式を数でわったりする練習をしてきましたが、 文字式はどれも部品が1個だけでした。そこで、これから、部品が複数ある文字式で練習 します。そのときに必要なのが「分配法則」です。覚えていますよね。

例題 29 3 という数と 2x-5y という式をかけるとどうなるのか考えなさい。

解答

3という数と2x-5yという式をかけるのですから、とりあえず、

$$3 \times (2x - 5y)$$

という式を書けばよいですね。ところで、この式は分配法則を使える形をしています。念のため、ここで分配法則を確認しておきましょう。次を見てください。

このように、 $\square \times (\triangle - \bigcirc)$ という形をした式は、 $\square \times \triangle - \square \times \bigcirc$ という形に変えて計算できるのでした。ですから、 $3 \times (2x - 5y)$ という式は、 $3 \times 2x - 3 \times 5y$ と形を変えることができるのです。また、さらに、 $3 \times 2x$ の所を計算すると 6x になり、 $3 \times 5y$ は 15y ですから結局、次のように計算を進めることが出来ます。自分でもきちんと計算をたどってみてください。

$$3 \times (2x - 5y) = 3 \times 2x - 3 \times 5y$$
$$= 3 \times 2 \times x - 3 \times 5 \times y$$
$$= 6 \times x - 15 \times y$$
$$= 6x - 15y$$

以上で、 $3 \times (2x-5y)$ という式に分配法則を使うと 6x-15y という形の式に変えられるということがわかりました。

念のため、大切な注意をしておきます。この例題では、 $3\times(2x-5y)$ という式を 6x-15y という形の式に変えました。しかし、何が何でもこのように変えなければいけないというわけではありません。つまり、6x-15y という形のほうが、 $3\times(2x-5y)$ という形より優れているわけではないのです。 $3\times(2x-5y)$ という式と 6x-15y という式は、見かけは違っていますが、同じ式なのです。どちらがよいということはありません。目的に応じてあなたが使い分けるのです。例えば、もしこの先も、この式を使って何か問題を解き続ける必要があるような場合、どちらを使ったほうがうまくいくのかあなたが判断するのです。

問 **33.** -5 という数と 2x-4y という式をかけるとどうなるのか考えることにします。次の計算の空欄に正しい数や式を書きなさい。

$$-5 \times (2x - 4y) = (-5) \times \square + (-5) \times (\square)$$
$$= \square + \square$$

問34. 分配法則を使って、次の式を書きかえなさい。

答えを見る

(1)
$$7(8x+5y)$$

$$(2) 12(3x-7y)$$

$$(3) -6(3x - 2y)$$

(4)
$$-12\left(\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y\right)$$

(5)
$$(x+2y) \times 4$$

(6)
$$(-3a+b) \times 5$$

$$(7) (9a+6b) \times \frac{1}{3}$$

(8)
$$\left(-\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right) \times (-18)$$

答えを見る

例題 30 15x + 30y という式を 5 でわるとどうなるのか考えなさい。

解答

さっきの例題(つまり例題 29)では、かけ算の練習をしました。今度は、わり算の練習ですね。でも、かけ算が出来る人にとっては、わり算だってどうってことはないですよね。だって「ある数でわる」ということと、「ある数の逆数をかける」ということは同じなのでしたよね。ですからこの問題では、「 $\div 5$ 」をする代わりに「 $\times \frac{1}{5}$ 」をすればよいのです。次のように計算を進めることが出来ます。まず、逆数を使ってわり算をかけ算に直します。

$$(15x + 30) \div 5 = (15x + 30y) \times \frac{1}{5}$$

となりますね。次に分配法則を使って、

$$(15x + 30y) \times \frac{1}{5} = 15x \times \frac{1}{5} + 30y \times \frac{1}{5}$$

と出来ますね。これをさらに計算すると、

$$15x \times \frac{1}{5} + 30y \times \frac{1}{5} = 3x + 6y$$

となりますね。これが答えですね。

問 **35.** 9x-12y という式を -3 でわるとどうなるのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数や式を書きなさい。

$$(9x - 12y) \div (-3) = (9x - 12) \times \left(\square \right)$$

$$= \square \times \left(-\frac{1}{3} \right) - \square \times \left(-\frac{1}{3} \right)$$

$$= \square$$

問 36. 分配法則を使って、次の式を書きかえなさい。

答えを見る

(1)
$$(4a + 8b) \div 2$$

(2)
$$(6x - 21y) \div (-3)$$

$$(3) (-12a + 8b) \div (-2)$$

$$(4) (-14a + 56b) \div (-7)$$

(5)
$$(x+2y) \div \left(-\frac{1}{4}\right)$$

(6)
$$(-3a+b) \div \frac{1}{5}$$

$$(7) (6x - 18y) \div \frac{3}{5}$$

(8)
$$(-12a + 20b) \div \left(-\frac{4}{3}\right)$$

答えを見る

では、さらに話を進めます。

例題 31 $\frac{7x+3y}{2}$ という式に 6 という数をかけるとどうなるのか考えなさい。

解答

6をかけるという話をする前に、まず、 $\frac{7x+3y}{2}$ という式のことをじっくり考えることにします。この式は、「7x+3y という式を 2 でわって出来た式」ですね。ところで、「2 でわる」ということと、「 $\frac{1}{2}$ をかける」ということは同じことですよね。ということは、「 $\frac{7x+3y}{2}$ という式って、7x+3y という式に $\frac{1}{2}$ をかけて出来た式」ですね。ここまで考えたことをもう 1 度、数学っぽく数式の変形で書いておきます。次のように書けばよい

ですね。

$$\frac{7x + 3y}{2} = (7x + 3y) \div 2 = (7x + 3y) \times \frac{1}{2}$$

ですよね。つまり、「 $\frac{7x+3y}{2}$ という式と、 $(7x+3y) \times \frac{1}{2}$ という式は同じ式」なのです。

では6をかける話に入りましょう。

「 $\frac{7x+3y}{2}$ という式と、 $(7x+3y) \times \frac{1}{2}$ という式は同じ式」なので結局、 $(7x+3y) \times \frac{1}{2}$ に 6 をかければよいですね。ですから、次のように計算を進めることが出来ます。

$$\frac{7x+3y}{2} \times 6 = (7x+3y) \times \frac{1}{2} \times 6$$

つまり、7x+3y と $\frac{1}{2}$ と 6 をかけることになりますが、かけ算だけなので、どこから先に計算しても良いのでしたね。そこで $\frac{1}{2}$ と 6 を先にかけることにしましょう。すると、

$$(7x + 3y) \times \frac{1}{2} \times 6 = (7x + 3y) \times 3$$

と計算を進めることが出来ます。そうすると、分配法則を使える形になりましたね。では 分配法則を使って計算を進めましょう。すると、

$$(7x + 3y) \times 3 = 7x \times 3 + 3y \times 3$$
$$= 21x + 9y$$

となるわけです。これが答えですね。

問 37. $\frac{-2a+3b}{6}$ という式に 12 をかけるとどうなるのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数や式を書きなさい。

 $\frac{-2a+3b}{6}$ という式は、 という式を という数でわって出来た式です。 つまり、

$$\frac{-2a+3b}{6} = \left(\boxed{ } \right) \div \boxed{ }$$

ということです。ところで、「6 でわる」ということと、「 をかける」ということは同

じことなのですから、

$$\frac{-2a+3b}{6} = \left(\boxed{ } \right) \times \boxed{ }$$

ということになります。それでは、ここまで考えてきたことを利用して、いよいよ $\frac{-2a+3b}{6}$ という式に 12 をかけるとどうなるのか考えることにしましょう。 $\frac{-2a+3b}{6}$ という式と、(-2a+3b) × という式は同じなのですから、

$$\frac{-2a+3b}{6} \times 12 = (-2a+3b) \times \boxed{ } \times \boxed{ }$$

$$= (-2a+3b) \times \boxed{ }$$

$$= \boxed{ }$$

となるわけです。これが答えですね。

答えを見る

問 38. 次の計算をしなさい。

$$(1) \ \frac{3x + 5y}{4} \times 8$$

(2)
$$\frac{9a - 3b}{5} \times 10$$

(3)
$$\frac{4x - 5y}{7} \times (-7)$$

(4)
$$\frac{9b-a}{2} \times (-6)$$

(5)
$$12 \times \frac{3y + 5x}{4}$$

(6)
$$-36 \times \frac{7x - 3y}{6}$$

答えを見る

それでは、またさらに話を進めることにします。それまで学んできた計算をいろいろ使いこなす練習です。

例題 32 「3 という数と 2x + y をかけて出来る式」から「4 という数と x - 7y をかけて出来る式」をひくとどうなるのか考えなさい。

解答

$$3(2x + y)$$

ですね。また、「4 という数と x-7y をかけて出来る式」だけとりあえず書いてみると、

$$4(x-7y)$$

ですね。

ということは、「3 という数と 2x+y をかけて出来る式」から「4 という数と x-7y をかけて出来る式」をひくと、とりあえず、

$$3(2x+y) - 4(x-7y)$$

となりますね。ですからあとは、この式を、これまで学んだ計算法を使って見掛けをマシにしていけば良いのです。この式の中にある、3(2x+y)と -4(x-7y) の部分は分配法則を使える形になっていますね。すると、次のように計算を進めることが出来ます。

$$3(2x+y)-4(x-7y)$$
 3 $(2x+y)$ と $-4(x-7y)$ に分配法則を使う。特に、 $-4(x-7y)$ のほうは、 $4(x-7)$ ではなく、マイナス $4(x-7y)$ に分配法則を使うと間違いにくい。 $-4(x-7y)$ に分配法則を使うと問違いにくい。 $-4(x-7y)$ に分配法則を使うと問違いにくい。 $-4(x-7y)$ に分配法則を使うと同違いにくい。 $-4(x-7y)$ に分配法則を使うと問違いにくい。 $-4(x-7y)$ に分配法則を使うと同違いにくい。 $-4(x-7y)$ に分配法則を使うと同意は対象的による。 $-4(x-7y)$ に対象的による。 $-4(x-7y)$ に分配法則を使うと同意は対象的による。 $-4(x-7y)$ に分配法則を使うと同意は対象的による。 $-4(x-7y)$ に対象的による。 $-4(x-7y)$ に対象的による。

これが答えですね。

問 **39.** 「8 という数と x-2y をかけて出来る式」から「7 という数と 2x-3y をかけて出来る式」をひくとどうなるのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数や式を書きなさい。

まず、「8 という数と x-2y をかけて出来る式」は と書くことが出来ます。 また、「7 という数と 2x-3y をかけて出来る式」は と書くことが出来ます。 ですから、「8 という数と x-2y をかけて出来る式」から「7 という数と 2x-3y をかけ

て出来る式」をひくと、とりあえず、



と書くことが出来ます。あとは、この式の見かけをマシにしていきます。分配法則を使っ て計算を進めると、次のように出来ます。

$$8(x - 2y) - 7(2x - 3y) = 8x - 16y - \boxed{ } x + \boxed{ } y$$
$$= 8x - \boxed{ } x - 16y + \boxed{ } y$$
$$= \boxed{ } x + \boxed{ } y$$

これが答えですね。

答えを見る

問 40. 次の計算をしなさい。

(1)
$$6(x+5y)+5(x-7y)$$

(2)
$$7(a-3b)-9(a+4b)$$

(3)
$$3(-4x+5y)+5(2x+7y)$$

(4)
$$5a + 4b + 2(-2a + b)$$

$$(5) \ 2(3a-4b)-7(a-5b)$$

(6)
$$8(x+7y)-9(x+5y)$$

$$(7) -3(2x+5y) - 7(3x-y) (8) 8x+3y-3(2x+7y)$$

(8)
$$8x + 3y - 3(2x + 7y)$$

答えを見る

次は分数を分配する問題を練習しましょう。しかし、分数が出てきたとしても考え方は 変わりません。

例題 33 「 $\frac{1}{3}$ という数と 2x+y をかけて出来る式」から「 $\frac{1}{4}$ という数と x-7y をかけ て出来る式」をひくとどうなるのか考えなさい。

解答

問題をよく読んで、とりあえずどんな式を書けばよいのか考えることにしましょう。 「 $\frac{1}{3}$ という数と 2x + y をかけて出来る式」だけとりあえず書いてみると、

$$\frac{1}{3}(2x+y)$$

ですね。また、「 $\frac{1}{4}$ という数と x-7y をかけて出来る式」だけとりあえず書いてみると、

$$\frac{1}{4}(x-7y)$$

ですね。

ということは、「 $\frac{1}{3}$ という数と 2x+y をかけて出来る式」から「 $\frac{1}{4}$ という数と x-7y をかけて出来る式」をひくと、とりあえず、

$$\frac{1}{3}(2x+y) - \frac{1}{4}(x-7y)$$

となりますね。ですから、あとは、この式を、これまで学んだ計算法を使って、見掛けをマシにしていけば良いのです。この式の中にある、 $\frac{1}{3}(2x+y)$ と $-\frac{1}{4}(x-7y)$ の部分は分配法則を使える形になっていますね。すると、次のように計算を進めることが出来ます。

$$\frac{1}{3}(2x+y) - \frac{1}{4}(x-7y)$$

$$= \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y - \frac{1}{4}x + \frac{7}{4}y$$

$$= \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y + \frac{7}{4}y$$

$$= \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x\right) + \left(\frac{1}{3}y + \frac{7}{4}y\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)x + \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{4}\right)y$$

$$= \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right)x + \left(\frac{4}{12} + \frac{21}{12}\right)y$$

$$= \frac{5}{12}x + \frac{25}{12}y$$

$$\frac{1}{3}(2x+y) \ge -\frac{1}{4}(x-7y) \times \frac{1}{3}(2x+y) \ge -\frac{1}{4}(x-7y) \times \frac{1}{3}(x+y) \ge -\frac{1}{4}$$

これが答えですね。

問 41. 「 $\frac{1}{3}$ という数と 2x+y をかけて出来る式」に「 $\frac{1}{6}$ という数と 5x-4y をかけて出来る式」をたすとどうなるのか考えることにします。次の文の空欄に正しい数や式を書きなさい。

まず、「 $\frac{1}{3}$ という数と 2x+y をかけて出来る式」は と書くことが出来ます。また、「 $\frac{1}{6}$ という数と 5x-4y をかけて出来る式」は と書くことが出来ます。ですから、「 $\frac{1}{3}$ という数と 2x+y をかけて出来る式」に「 $\frac{1}{6}$ という数と 5x+4y をかけて出来る式」をたすと、とりあえず、

と書くことが出来ます。あとは、この式の見かけをマシにしていきます。分配法則を使って計算を進めると、次のように出来ます。

$$\frac{1}{3}(2x+y) + \frac{1}{6}(5x-4y) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y + \boxed{ } x - \boxed{ } y$$

$$= \frac{2}{3}x + \boxed{ } x + \frac{1}{3}y - \boxed{ } y$$

$$= \left(\boxed{ } + \boxed{ } \right)x + \left(\boxed{ } - \boxed{ } \right)y$$

$$= \frac{9}{6}x - \boxed{ } y$$

$$= \boxed{ } x - \boxed{ } y$$

これが答えですね。

答えを見る

問 42. 次の式の見かけをマシにしなさい。

(1)
$$\frac{1}{6}(x-5y) - \frac{1}{3}(2x+y)$$
 (2) $\frac{1}{5}(2x+3y) + \frac{1}{3}(5x-2y)$ (3) $\frac{1}{4}(3x-2y) - \frac{2}{3}(x+2y)$ (4) $-\frac{3}{4}(x-y) + \frac{1}{2}(-2x+y)$

次の例題に行く前に、ここであなたに思い出してほしいことがあります。それは、小学校で学んだことです。例えば、 $3\div 5$ というわり算の答えは、分数では $\frac{3}{5}$ となるのでしたね。つまり、 $\frac{3}{5}$ という分数とは、 $3\div 5$ というわり算の答えのことなのでしたね。ですから、 $3\div 5$ を $\frac{3}{5}$ と書いても良いわけです。一方、「5 でわる」ということと、「 $\frac{1}{5}$ 倍する」ということは同じことなのですから $3\div 5$ を $\frac{1}{5}$ × 3 と書いても良いわけです。つまり、 $\frac{3}{5}$ と $\frac{1}{5}$ × 3 は見かけが違っていますが実は同じで、どちらも $3\div 5$ のことなのです。

こういったことは文字の入った式でも通用しています。なぜなら、文字は数の代わりに使っているからです。ですから例えば、 $\frac{3x-2y}{5}$ という式と $\frac{1}{5}(3x-2y)$ という式は見かけは違っていますが実は同じ式です。どちらも $(3x-2y)\div 5$ のことですね。

例題 34 次の式の見かけをマシにしなさい。

$$\frac{2x+y}{3} - \frac{x-5y}{6}$$

解答

この例題の前に書いてあったことが理解できた人は、

$$\frac{2x+y}{3} - \frac{x-5y}{6}$$

という式と、

$$\frac{1}{3}(2x+y) - \frac{1}{6}(x-5y)$$

という式は、「見掛けは違っているけれど実は同じ式」であることがわかると思います。ですから、この式(2番目の式)を計算していけばよいのです。前の例題、つまり例題 33 でこういう式の計算を練習しましたね。ですから、ここから先はあっさり計算を見せるだけにしておきます。次の計算をじっくりとたどってみてください。

$$\frac{2x+y}{3} - \frac{x-5y}{6} = \frac{1}{3}(2x+y) - \frac{1}{6}(x-5y)$$

$$= \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y - \frac{1}{6}x + \frac{5}{6}y$$

$$= \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}y + \frac{5}{6}y$$

$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)x + \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right)y$$

$$= \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{6}\right)x + \left(\frac{2}{6} + \frac{5}{6}\right)y$$

$$= \frac{3}{6}x + \frac{7}{6}y$$

$$= \frac{1}{2}x + \frac{7}{6}y$$

問 43. $\frac{7x-3y}{2}-\frac{x-y}{3}$ という式の見かけをマシにしたいと思います。以下の文の空欄に正しい式や数を書いてください。

$$\frac{7x - 3y}{2} - \frac{x - y}{3}$$

という式と、

$$\boxed{ (7x-3y)-\boxed{ (x-y)}}$$

という式は、「見掛けは違っているけれど実は同じ式」です。よって、次のように計算を していくことができます。

$$\frac{7x - 3y}{2} - \frac{x - y}{3} = \frac{1}{2} (7x - 3y) - \frac{1}{3} (x - y)$$

$$= \boxed{ x - \boxed{ y - \boxed{ x + \boxed{ y}}}$$

$$= \boxed{ x - \boxed{ y + \boxed{ y}}$$

$$= (\boxed{ })x + (\boxed{ })y$$

$$= (\boxed{ })x + (\boxed{ })y$$

$$= (\boxed{ })x + (\boxed{ })y$$

$$= \boxed{ }$$

答えを見る

では先に進みましょう。

ここでまた小学校で学んだことを思い出すことにします。あなたは、通分って知っていますよね。いくつかの分数のたし算やひき算をするとき、分母が違っていたら、たし算やひき算に取り掛かる前にまず分母をそろえますね。例えば、 $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ というたし算だったら、分母を 12 にそろえてからたし算に取り掛かりますよね。つまり、 $\frac{5}{6}$ を $\frac{10}{12}$ に取り替え、 $\frac{3}{4}$ を $\frac{9}{12}$ に取り替えてから、たし算に取り掛かるわけです。ですから、

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$$

と計算することになりますね。

このような通分は文字の入った式でも行うことができます。なぜなら、文字は数の代わりに使っているからです。というわけで、次の例題で文字の入った式を通分する練習をします。

例題 35 $\frac{7x-3y}{2}$ という式と $\frac{x-y}{3}$ という式の分母を通分すると、それぞれの式の見かけはどう変わりますか。

解答

 $\frac{7x-3y}{2}$ という式の分母は 2 です。また $\frac{x-y}{3}$ という式の分母は 3 です。ですから、分母を 6 にそろえて通分すればよいですね。念のためにいっておきますが、分数は、「分母と分子に同じ数をかけると、見かけは変わりますが、同じ数のまま」ですよね。ですから、通分するときも、「分母と分子に同じ数をかけて書き換える」わけですね。

ではまず、 $\frac{7x-3y}{2}$ という式の分母が 6 になるように、この式の見かけを変えてみます。そのためには分母と分子に 3 をかければよいですね。というわけでとりあえず、

$$\frac{7x-3y}{2} = \frac{3\times(7x-3y)}{3\times2}$$

とするわけです。分子に出てきた $3\times (7x-3y)$ は分配法則を使ってかっこをなくすことができます。またもちろん、分母に出てきた 3×2 は 6 に書きかえます。そうすると、この計算はさらに、

$$\frac{3 \times (7x - 3y)}{3 \times 2} = \frac{21x - 9y}{6}$$

となっていくわけです。これで $\frac{7x-3y}{2}$ という式の見かけを変えて、分母を 6 にすることができました。

では今度は、 $\frac{x-y}{3}$ という式の分母が 6 になるように、この式の見かけを変えてみます。そのためには分母と分子に 2 をかければよいですね。ここから先は、あっさり式変形だけ書いておきます。

$$\frac{x-y}{3} = \frac{2 \times (x-y)}{2 \times 3} = \frac{2x-2y}{6}$$

となりますね。

というわけで、 $\frac{7x-3y}{2}$ という式と $\frac{x-y}{3}$ という式の分母を 6 にして通分すると、それぞれ $\frac{21x-9y}{6}$ と $\frac{2x-2y}{6}$ に見かけが変わるわけですね。

問 44. $\frac{-5x-3y}{6}$ という式と $\frac{2x-5y}{8}$ という式の分母を通分すると、それぞれの式の見かけはどう変わりますか。

文字の入った式でも通分が出来るようになった人は次の例題に進みましょう。

例題 36 $\frac{5x-3y}{6}$ という式から $\frac{-2x+y}{8}$ という式をひくとどうなりますか。

解答

 $\frac{5x-3y}{6}$ という式と $\frac{-2x+y}{8}$ という式の分母が違っています。ですからひき算に取り掛かる前に通分してみましょう。分母をいくつにそろえるのがいいでしょうか。今、2 つの式の分母は 6 と 8 ですよね。だったら分母を 24 にそろえるのがいいですよね。

まず $\frac{5x-3y}{6}$ という式の分母が 24 になるように、この式の見かけを変えてみます。 そのためには分母と分子に 4 をかければよいですね。というわけで、

$$\frac{5x - 3y}{6} = \frac{4 \times (5x - 3y)}{4 \times 6} = \frac{20x - 12y}{24}$$

となりますね。これで $\frac{5x-3y}{6}$ という式の見かけを変えて分母を 24 にすることができました。

次は $\frac{-2x+y}{8}$ という式の分母が 24 になるように、この式の見かけを変えてみます。 そのためには分母と分子に 3 をかければよいですね。というわけで、

$$\frac{-2x+y}{8} = \frac{3 \times (-2x+y)}{3 \times 8} = \frac{-6x+3y}{24}$$

となりますね。これで $\frac{-2x+y}{8}$ という式の見かけを変えて分母を 24 にすることができました。

これでひき算をする準備ができました。 $\frac{5x-3y}{6}$ という式から $\frac{-2x+y}{8}$ という式をひく代わりに、 $\frac{20x-12y}{24}$ という式から $\frac{-6x+3y}{24}$ という式をひけばよいのですよね。

ではひき算してみます。

$$\frac{20x - 12y}{24} - \frac{-6x + 3y}{24} = \frac{(20x - 12y) - (-6x + 3y)}{24}$$
$$= \frac{20x - 12y + 6x - 3y}{24}$$
$$= \frac{20x + 6x - 12y - 3y}{24}$$
$$= \frac{26x - 15y}{24}$$

となるわけです。

補足:この例題は以前学んだ 69 ページの例題 34 と同じ方法で計算することができます。 たくさんの計算法を覚える自信がない人は、まず例題 34 の方法をしっかり身につけてく ださい。

問 45. 次の式の見かけをマシにしなさい。

$$(1) \ \frac{2x - 7y}{5} + \frac{-4x + 3y}{3}$$

(2)
$$\frac{2x-7y}{5} - \frac{-4x+3y}{3}$$

(3)
$$\frac{-5a-4b}{6} + \frac{3a-5b}{4}$$

(4)
$$\frac{-5a-4b}{6} - \frac{3a-5b}{4}$$

答えを見る

第3章

文字式を利用して真実を追究しよう

3.1 文字はありとあらゆる数の代わりになることもできる

何度も言いますが、数学では文字は数の変わりに使われます。このことを念のため、簡単におさらいしておきます。

数学で文字を使うときは、主に次の三つの場合があります。

(1) その数がいくつなのか知っているが、いくつなのかは言いたくないので文字を使う 場合

あなたは、ある数を頭の中に思い浮かべているとしましょう。でも、ほかの人には、その数がいくつなのかは言いたくないとします。こんなとき、あなたは文字を使って「aという数があるとします。」といえばよいのです。

(2) その数がいくつなのかわからないので文字を使う場合 ある人が、ある日、友達から突然次のような質問をされました。

「2乗すると5になる数ってあるのかなぁ?」

この人は一生懸命考えてみたのですが、そんな数は見つけられませんでした。しかし、「そんな数ないよ。」って断言できるほど考えたわけでもありません。そこで、(あるのか無いのか良くわからないのですが)、この人は「2乗すると5になる数」を「謎の数x」と呼ぶことにしました。つまり、その数はいくつなのかわから

ないので文字を使って x と呼ぶことにしたのです。

(3) いろいろな数に当てはまる話をするときに文字を使う場合

今、あなたは、「偶数」の話をしようとしているとします。「偶数」って一言で言っても、0とか 2とか 4とか 6とか 8とか \cdots などたくさんありますよね。もし、あなたが、どんな偶数にも当てはまる話をしたいのだったら、どれかひとつの偶数を決めて話をするわけにはいかないでしょう。つまり、もし、あなたが偶数を「4」に決めて話をしていくと、あなたの話は 4 という偶数だけに当てはまる話になってしまいます。偶数は 4 のほかにも 0 とか 6 とかいろいろあるのですが、あなたは 0 や 6 に当てはまる話はできなくなるのです。これでは困りますね。数学ではそんなときに文字を使います。あなたは、文字を使って「a という偶数があるとします」と言えばよいのです。そうすると、a は、0 にもなれるし、2 にもなれるし、4 にもなれるし、6 にもなれるし、8 にもなれるし、 \cdots どんな偶数にもなれるのです。

これから、次の節で「証拠を見せる話」を学びます。そのような話をするときに大切になるのは、(3) の場合、つまり「いろいろな数に当てはまる話をするときに文字を使う」ということです。文字を使うことによって、ありとあらゆる数の話を一度にすることができるようになるからです。

3.2 文字式を使って証拠を見せよう

3.2.1 どうすれば決着がつくかな?

例を使って説明しましょう。

例1 達也と賢治が話をしています。

達也:おれ、昨日、家で弟に算数の宿題を教えたんだけど、そのとき弟が変なことに気が ついたんだ。

賢治:へぇー、どんなこと?

達也:倍数って知ってるだろ。例えば、3 の倍数っていったら、3、6、9、12、15、 \cdots っ

てやつだよね。

賢治: そうだね。その先は、18、21、24、27、30、… って永遠に続くね。

達也:それでね、うちの弟は、たし算の計算をしてたんだけど、たし算っていってもちょっと規則的なやつで、例えば、「46+47+48」とか「21+22+23」とか「87+88+89」みたいなやつなんだ。弟の持ってたプリントにはこういうたし算がいっぱいあったんだ。

賢治:へー、変な宿題なんだね。3つの続いている数をたす計算ばっかりなんだ。

達也:そうそう。3つの続いている数をたす計算ばっかり。でね。弟があることに気付いた。「答えはみんな3の倍数だ」って。

賢治: あっ、そうなの? そういうたし算やると、答えが絶対に3の倍数になるってこと? ホントなの?

達也:ホントだよ。計算してみなよ。

賢治: じゃぁ、やってみよっか? そうだな、5+6+7 してみるとあー、18 か。あっ、ホントだ。18 って 3 の倍数じゃん。達也の弟の言うとおりだよ。

達也:おい、賢治、そんな簡単に納得するなよ!

賢治:お前、何怒ってるの?

達也:だって、お前、5+6+7 やっただけじゃん。それだけで本当に納得できるのかよ。 おめでたいやつだぜ。

賢治: わかったよ: じゃぁ、今度は6+7+8やってみよっかな。 えーと6+7+8 だから 答えは 21 か。ホントだ、やっぱ 3 の倍数になるね。

達也:おい、もっといろいろ試せよ。

賢治:そんなに怒るなよ。お前のいいたいことはこういうことだろ。つまり、オレはまだ 5+6+7とか 6+7+8 しかやっていない。確かに 5+6+7とか 6+7+8 の答えは 3 の倍数になったけど、こういうたし算は他にもいくらでも考えられる。つまり、563+654+565 とか 1541+1542+1543 とかいくらでもあるわけだ。で、お前の弟は、そういうたし算をすればいつでも必ず 3 の倍数になるっていうんだろ。オレはまだ 5+6+7とか 6+7+8 しかやっていないんだから、全然説得力ないということだよな。達也:そういうことだよ。オレの弟が気付いたことが本当だとしても、今の所証拠がない

んだ。弟のプリントには結構たくさん3つの続いた数をたすたし算が載ってた。その問題の答えは確かに全部3の倍数になった。でも3つの続いた数をたすたし算なんて他にもいくらでもある。それでも、絶対、いつでも答えは3の倍数になるらしい。でも証拠ないだろ。

賢治:確かに証拠は今の所ない。もしかすると、答えが3の倍数にならないこともあるんじゃないの?

達也: オレはそうは思わないけど、証拠もない。なあ、賢治、答えが3の倍数にならない やつ、あるんなら見つけてよ。

賢治: うーん、833+834+835 とかどうだろ。これ、もしかすると3の倍数にならないんじゃん?でも計算めんどうだな。電卓使っちゃお。833+834+835 だろ。おー、答えは 2502 か。でも 2502 て3の倍数なのかな?大きい数はめんどうだな。電卓で3でわってみよう。 $2502 \div 3$ だろ。あっ、ちゃんと割り切れた。2502 は3の倍数なのか。やっぱり 3の倍数になちゃった。答えが3の倍数にならないのなんてやっぱりないのかなぁ。

さて、2人の会話、内容はわかりましたか?

達也の弟は「続いている 3 つの数をたすと必ず答えは 3 の倍数になる」ということに気付きました。しかし「証拠」は今の所ないのです。確かに、5+6+7 や 6+7+8 や 833+834+835 を計算してみたら答えは 3 の倍数になりました。しかし、このほかにも、いくらでもきりなく「続いている 3 つの数」があります。いくらでもきりなくあるのですから、「ほらね、全部やって見せたけど、ちゃんと答えは 3 の倍数になったでしょ」というわけにはいかないのです。ではどうすれば、誰もが納得できる証拠を見せることができるのでしょうか。

3.2.2 決着をつけるには

前の節の例 1 では、「続いている 3 つの数をたすと必ず答えは 3 の倍数になる」という 話が出てきましたね。ただ、その話が真実であるという証拠は見つかっていません。なぜ 証拠を見つけるのが難しいかというと、「続いている 3 つの数」なんていくらでもあるからです。あなたが 5+6+7 や 6+7+8 や 833+834+835 を計算してみせて「ほら、答えは 3 の倍数になったでしょ。」と言っても、誰かに「じゃあ、264+265+266 はどうなの?」と言われたら、あなたはまた計算して見せなくてはいけません。(あなただって、きっと 264+265+266 の答えが 3 の倍数になるかどうか、この時点ではわかっていないでしょう。)しかしあなたが 264+265+266 を計算して、「ほら、やっぱり答えは 3 の倍数になったでしょ。」と言っても、また誰かが「じゃあ、455+456+457 はどうなの?」と言って来たらあなたはまた計算しなくてはいけなくなります。これでは、いつまでたってもキリがありませんね。そこで文字の登場です。文字は数の代わりになるからです。しかもいろいろな数の代わりになるのでしたね。でも、どのように文字を使えばよいのでしょうか。

この話には「3つの続いている数」というのが出てきます。(本当は「3つの続いている自然数」というべきですから、この先はちゃんと「自然数」と書くことにします。「自然数」は知ってますよね。忘れてしまった人は自分で調べなおしてからこの先を読んでください。)何度もいっていますが「3つの続いている自然数」なんていうものは、いくらでもあるわけです。そこで、ここでは文字を使うことにして、「3つの続いている自然数のうち一番小さいもの」をnと呼ぶことにしましょう。文字を使ったのですからnは6になることもできますし、52になることもできますし、106になることもできますし、625になることもできますし、2905になることもできますし … ありとあらゆる数になれるわけです。これは重大な進歩です。これで、キリなくいくらでもある「続いている3つの自然数」というのを全て議論できるようになるからです。

今、「3つの続いている自然数のうち一番小さいもの」をnと呼ぶことにしました。そして、3つの自然数は続いているのですから、絶対に1ずつ増えているはずです。これは疑いようがありません。そもそも「続いている」というのは「1ずつ増えている」ということなのですから。そうすると、「3つの続いている自然数のうち真ん中のもの」はn+1のはずで、「3つの続いている自然数のうち一番大きいもの」はn+2のはずです。というわけで、「3つの続いている自然数」をn、n+1、n+2として、ありとあらゆる場合を

議論できるようになりました。でもまだ、証拠を見せていくためのスタート地点に立った だけです。これから証拠を見つける必要があります。

そこで、話を先に進める前にこの話のゴールを確認しておきましょう。たしか、「・・・ すると(必ず)3の倍数になる」ということでしたね。ところで、そもそも「3の倍数」っ て何なのでしょう? $\lceil 3 \$ とか $6 \$ とか $9 \$ とか $12 \$ とか $15 \$ とか \cdots のことだよ \mid なんて言って もダメですね。これでは少しあいまいです。あいまいさを避けるために、もっと本質的な 話をしなくてはいけないのです。私たちはそもそもどんな数たちを「3 の倍数」と呼んで いるのでしょう。答えを言ってしまいましょう。そもそも「3 の倍数とは、3 × 自然数 と いう形であらわすことのできる数」なのです。どういうことかわかりますか?少し説明す ることにしましょう。例えば3という数のことを考えてみます。3はあなたも知っている ように3の倍数です。そして3は3×1とあらわすことができます。しかも1は自然数で す。つまり3は3×自然数という形であらわすことのできる数です。今度は6という数 のことを考えてみます。6 はあなたも知っているように3 の倍数です。そして6 は 6×2 とあらわすことができます。しかも 2 は自然数です。つまり 6 は 3× 自然数 という形で あらわすことのできる数です。さらに今度は9という数のことを考えてみます。9はあな たも知っているように3の倍数です。そして9は 6×3 とあらわすことができます。しか も 3 は自然数です。つまり 9 は $3 \times$ 自然数 という形であらわすことのできる数です。3の倍数はこのほかにもキリなくあります。自分の好きな3の倍数を思い浮かべてみてくだ さい。必ず 3× 自然数 という形であらわすことができるはずです。つまり、どんな 3 の 倍数も3と何かしらの自然数をかければ作れるということです。というより、そもそも、 「3× 自然数 という形であらわすことのできる数」のことを「3 の倍数」と呼んでいるの です。

話を進めるために、もうひとつ大事な話をしておきましょう。それは「自然数と自然数をたすと自然数になる」ということです。言っていることわかりますか? 2つ、自分の好きな自然数を思い浮かべてください。そしてその 2つの自然数を足してみてください。そうすると答えも自然数のはずです。例えば、2つの自然数として 61 と 542 で考えてみることにして、この 2 つの自然数をたしてみます。61+542 の答えは 603 ですね。603 と

いう数は自然数の仲間ですよね。というわけで、61 という自然数と 542 という自然数をたすと答えは自然数になったわけです。「自然数と自然数をたすと自然数になる」と言っているのは、61 という自然数と 542 という自然数に限らず、どんな 2 つの自然数をたしても答えは自然数になると主張しているということです。この主張はここでは無条件で認めることにします。それはどうしてなのか少し説明しておきましょう。自然数というのはモノを数えるときに使う数のことですね。人間はモノを 1 個、2 個、3 個 \cdots などと数えるわけですが、そのときに使っているのが自然数です。今「ナントカ個」のキャンディーと「ほにゃらら個」のキャンディーがあるとしましょう。そして「ナントカ個」のキャンディーと「ほにゃらら個」のキャンディーを合わせてみましょう。そのようなことをしてもやはり、合わさったキャンディーの個数は自然数で数えることができます。つまり合わさったキャンディーの個数が 72.6 個とか $54\frac{3}{4}$ というような、自然数ではない数になってしまうことはないのです。このような経験に基づいて、ここでは「自然数と自然数をたすと自然数になる」ということを認めることにしているのです。

それではいよいよ「証拠を見せる話」に入りましょう。たしか、

3つの続いている自然数をたすと必ず3の倍数になる

という主張の証拠を見せたいのでしたね。

「3 つの続いている自然数」などというものはいくらでもキリなくあるのです。そこで、文字の登場です。「3 つの続いている自然数のうちの一番小さいもの」を n としておけば、「3 つの続いている自然数のうち真ん中もの」は n+1 とあらわすことができ、「3 つの続いている自然数のうち一番大きいもの」はを n+1 とあらわすことができるわけです。(これで「 いくらでもキリなくある 3 つの続いている自然数」を全て扱うことができるようになりました。3 つの数が 8、9、10 であろうが、955、956、957 であろうが扱えるのです。だって n はどんな自然数にもなれるのですから。)

次は、この3つの続いている自然数n、n+1、n+2を使って主張が本当かどうか調べ

ることにします。そこで、n、n+1、n+2 をたしてみることにします。すると、

$$n + (n+1) + (n+2) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$$

となります。つまり、3 つの続いている自然数 n、n+1、n+2 をたしてみたら 3n+3 という数になることがわかったのです。ここで問題になるのは「3n+3 という数は 3 の倍数なのかどうか」ということです。もし、3n+3 という数が 3 の倍数であるという証拠が見つかれば、こっちの勝ちです。主張は正しいということになります。そこで、3 の倍数とはそもそもなんなのかということを思い出してみましょう。たしか、「 3×1 自然数 という形であらわすことができる数」を 3 の倍数と呼ぶのでしたね。では 3n+3 というのは、 3×1 自然数 という形であらわすことができるかどうか考えてみましょう。 3n+3 という式をじっと見て考えます。あっ、いいことに気付きました。分配法則を使えば、3 をくくりだせるではありませんか。つまり、

$$3n + 3 = 3(n + 1)$$

と見かけを変えることができますよね。これは重要な進歩です。かっこの中にn+1という式が出てきました。n はそもそも「3 つの続いている自然数のうちの一番小さいもの」でしたね。ですから n はとにかく自然数です。ということはn+1 も自然数のはずです。だって、n という自然数と 1 という自然数をたしているのですから。というわけで 3n+3 は 3(n+1) と見かけを変えることができるということと、n と 1 が自然数だから n+1 も自然数になるということから、3n+3 は 3 × 自然数 という形に表すことができるということが突き止められたのです。ということは、3n+3 は 3 の倍数であるということになります。

以上のことから 3 つの続いている自然数 n、n+1、n+2 をたすと(n がどんな自然数でも)3 の倍数になるということが突き止められました。つまり、3 つの続いている自然数をたすと必ず 3 の倍数になるという証拠が見つかったのです。

ここまでの話、わかってもらえましたか?理解できたかどうか、次の問で確認すること

にしましょう。

問 46. 次の会話の空欄に適切な言葉、数、式を書きなさい。

A:私は、とても面白いことを発見しました。それは

3つの続いている自然数をたすと必ず3の倍数になる

ということです。

B: へー、そうなんですか。でも本当ですか?

A: 本当ですよ。じゃあ、4 と 5 と 6 をたしてみますね。4 と 5 をたすと 9 ができて、さらに 6 たして 15 ができてますよね。ほら 3 の倍数になったでしょ。

B: それだけじゃぁ。まだまだ信じられないですよ。だって、続いている 3 つの数って、他にもあるでしょ。あなたがやって見せたのは、4+5+6 だけでしょ。

A: いいですよ。じゃあ、今度は 7 と 8 と 9 でやってあげますね。7+8+9 の答えは 24 ですよね。24 って 3 の倍数ですよね。ほらやっぱり 3 の倍数になるでしょ。どうですか?これで信じてもらえますか?

B:ダメですよ。続いている 3 つの自然数なんて、他にもまだまだあるじゃないですか。いくらそんな計算見せられても私は反論できますよ。「じゃあ、895 と 896 と 897 のときは?」とか言えばいいんですから。そうしたら、きっとあなたは 895+896+897 を計算して見せて、ほら 3 の倍数になったでしょ。」とか言うんでしょうけど、あたしはまた「じゃあ、5244 と 5245 と 5246 のときは?」とか言えば反撃できますよね。これじゃあ、いつまでたっても決着つかないですよ。

A: 確かにそうですね。では、私に提案があります。3 つ続いている自然数をはっきり決めてしまうと、その場合の話しかできなくなるので、3 つの続いている数を、文字を使ってn、 とすることにしましょう。

B: いいですよ。3 つの続いている自然数ですから1 ずつ増えるのでそうしたのですね。 一番小さいのをn しておけば、次のはn+1、一番大きいのはn+2 のはずですからね。 A: じゃぁ、話を進めますね。私は、「3 つの続いている自然数をたすと必ず3 の倍数になる」と主張しているのですから、今用意したn とn+1 とn+2 をたしてみますね。そう すると、

$$n + (n+1) + (n+2) = n + n + 1 + n + 2$$

= $3n + 3$
= $3 \times ()$

ってなりますよね。ところで、この式の最後のかっこの中に出てきた しまりだ、 n と 1 はもともと自然数なんだから しまりをもした数 しまります。 ということは n と n+1 と n+2 をたした数 しって 3 × しの形に表せるということですね。

B: そうですね。だからなんだって言うんですか?

A:あれ、まだ気がつきませんか?もう、わたしが勝ったも同然なんですよ。あなたに質問しますが、そもそも3の倍数ってなんでしたっけ?

B: それぐらい、ちゃんと知ってますよ。結構数学がんばってますから。そもそも3の倍数っていうのは 3×6 という形に表せる数のことでしょ。あっ、そうか、あなたの勝ちですね。 5×6 になったる。 5×6 の倍数になっちゃうってことですね。 5×6 になっとおりです。ですから、 5×6 の続いた自然数をたすと必ず3の倍数になるのです。

答えを見る

問 47. ある人がいいました。

4つの続いている自然数をたすと必ず4の倍数になる

3.2.3 文字式を使って証拠を見せる練習をしよう

ここまでの説明で、証拠の見せ方は大体わかってもらえたことと思います。そこでこれから、もっといろいろな問題で、きちんと証拠を見せる練習をします。

これから、様々な人がいろいろな主張をします。あなたはその主張が正しいのか間違っているのか探りを入れなくてはなりません。そして、正しいと思ったときも、間違ってい

ると思ったときも証拠を見せなくてはなりません。

ところで、78 ページから始まる 3.2.2 の説明を全部きちんと読んだ人はわかっているはずですが、証拠をきちんと見せるには、「そもそも・・・とは」という話が理解できていないといけませんね。例えば、3 の倍数が出てくる主張の証拠を見せようとするときは、「そもそも 3 の倍数とは 3×1 自然数 という形に表せる数のこと」ということを理解していなくてはならないのです。そこで、証拠を見せる練習に入る前に、「そもそも・・・とは」という話をきちんとできるようにする練習をします。

例題 37 次の問に答えなさい。

- (1) 偶数とはそもそもどんな数のことですか。また、偶数を文字を使ってあらわすとしたら、どんな式であらわせばよいですか。
- (2) 奇数とはそもそもどんな数のことですか。また、奇数を文字を使ってあらわすとしたら、どんな式であらわせばよいですか。
- (3) 4の倍数とはそもそもどんな数のことですか。また、4の倍数を文字を使ってあら わすとしたら、どんな式であらわせばよいですか。

解答

- (1) 偶数とはそもそも 2 で割り切れる数のことでしたね。別の言い方をすると、「ある自然数を 2 倍してできている数」のことです。ですから、「そもそも偶数とは、ある自然数 n を使って、2n の形に表すことのできる数」ということです。実際、n が 1 という自然数ならば、2n は 2 という偶数になりますし、n が 2 という自然数ならば、2n は 4 という偶数になりますし、n が 3 という自然数ならば、2n は 6 という偶数になりますし、n が 4 という自然数ならば、2n は 8 という偶数になりますし、n が 4 という自然数ならば、2n は 8 という偶数になりますし、n が 4 という式でどんな偶数も扱うことができるようになっているわけです。
- (2) 奇数とはそもそも 2 でわり切れない数のことでしたね。「2 で割り切れない数」は「2 でわり切れる数」のとなりにある数です。つまり「2 で割り切れない数」は「2 でわり切れる数」から 1 をひいて作ることができます。ところで偶数は 2 で割りけ

れる数でした。ですから、「そもそも奇数とは偶数より 1 小さい数である」と考えることもできます。「偶数は、ある自然数 n を使って 2n の形にあらわすことのできる数」だったわけですから、「そもそも奇数とはある自然数 n を使って 2n-1 の形にあらわすことのできる数」ということになります。実際、n が 1 という自然数ならば、2n-1 は 1 という奇数になりますし、n が 2 という自然数ならば、2n-1 は 3 という奇数になりますし、n が 3 という自然数ならば、2n-1 は 5 という奇数になりますし、n が 4 という自然数ならば、2n-1 は 5 という奇数になりますし、n が 4 という自然数ならば、2n-1 は 5 という奇数になりますし、n が 5 という音数になりますし、n が 5 という音数になりますし、n が 5 という方数になりますし、n が 5 という自然数ならば、5 の 5 の

(3) 4 の倍数とはそもそも 4 で割り切れる数のことでしたね。別の言い方をすると、「ある自然数を 4 倍してできている数」のことです。ですから、「そもそも 4 の倍数とは、ある自然数 n を使って、4n の形に表すことのできる数」ということです。実際、n が 1 という自然数ならば、4n は 4 という 4 の倍数になりますし、n が 2 という自然数ならば、4n は 8 という 4 の倍数になりますし、n が 3 という自然数ならば、4n は 12 という 4 の倍数なりますし、n が 4 という自然数ならば、4n は 16 という 4 の倍数になりますし … というように、4n という式でどんな 4 の倍数も扱うことができるようにっているわけです。

問 48. 次の文の空欄に正しい言葉、数、式を書きなさい。

5の倍数とはそもそも で割り切れる数のことです。別の言い方をすると、	「ある自
然数を	は、ある
自然数 n を使って、 \bigcirc の形に表すことのできる数」ということになります。	実際、n
が 1 という自然数ならば、 $5n$ は $\boxed{}$ という 5 の倍数になりますし、 n が 2 とい	ハう自然
数ならば、 $5n$ は $$ という 5 の倍数になりますし、 n が 3 という自然数なら	ば、5n
は $ \bigcirc$ という 5 の倍数なりますし、 n が 4 という自然数ならば、 $5n$ は $ \bigcirc$	という 5
の倍数になりますし・・・ というように、 という式でどんな 5 の倍数も扱う	ことがで
きるようになっているわけです。	答えを見る

次も、ある数たちを文字であらわす練習です。

例題 38 次の数たちを文字で表すとしたら、どうすればよいですか。

(1) 2 ケタの自然数

(2) 4つの続いている自然数

(3) 2つの偶数

(4) 2つの続いている偶数

解答

(1) 「2 ケタの自然数」には、例えば、12 とか 47 とか 63 とか 85 などがあります。もちろん、ほかにもまだまだあるわけです。いくらでもたくさんあるわけですが、「2ケタ」なのですから必ず「十の位に書いてある数字」と「一の位に書いてある数字」がありますよね。例えば、57 という 2 ケタの自然数だったら、「十の位に書いてある数字」は 5 で、「一の位に書いてある数字」は 7 です。また例えば、21 という 2ケタの自然数だったら、「十の位に書いてある数字」は 2 で、「一の位に書いてある数字」は 1 です。

そこで 57 という 2 ケタの自然数を例にして、いろいろ詳しく考えてみることにします。さっきも言ったように、57 という 2 ケタの自然数では、「十の位に書いてある数字」は 57 です。ところで、「十の位に書いてある数字」は 57 です。ところで、「十の位に書いてある数字」の 57 ですが、小学校で学んだように、「57 のかたまりが 57 個ある」ということを意味していますね。そして「一の位に書いてある数字」の 57 ですが、「57 ですが、「57 ということを意味しています。つまり、57 という 57 という

では話を進める前に、あなたに質問です。次の空欄に正しい数を書いてください。

21 という 2 ケタの自然数は、「10 × $\boxed{}$ + 1 × $\boxed{}$ という計算をしてできる数」と考えることができます。

どうでしたか?わかりましたか? 21 という 2 ケタの自然数は、「 $10 \times 2 + 1 \times 1$ 」という計算をしてできる数」ですよね。

このように考えると、どんな2ケタの自然数も2つの文字を使ってあらわすこと

ができます。つまり「十の位に書いてある数字」がmで「一の位に書いてある数字」がnだったら、この 2 ケタの自然数は $10 \times m + 1 \times n$ という計算をしてできる数だからです。念のための注意をしておきます。今、m は「十の位に書いてある数字」にしたのですから、m は 1 や 2 や 3 や 4 や 5 や 6 や 7 や 8 や 9 になることができます。(m は 0 にはなれません。どうしてかわかりますよね。)また n は「一の位に書いてある数字」にしたのですから、n は 0 や 1 や 2 や 3 や 4 や 5 や 6 や 7 や 8 や 9 になることができます。というわけで、

2 ケタの自然数十の位を m、一の位を n としておくと、どんな 2 ケタの自然数も 10m+n という式であらわされる

ということになるのです。

(2) 「4つの続いている自然数」ですから、例えば「7、8、9、10」とか「54、55、56、57」とか「2514、2515、2516、2517」とかがあるわけです。もちろん他にもいくらでもあります。しかし、「続いている」自然数なのですから、4つの自然数は必ず1 ずつ増えているわけです。ですから「4つの自然数のうち一番小さいもの」をnとしておけば、次のはn+1、その次のはn+2、最後のはn+3とあらわすことができるわけです。まとめておくと、

4つの続いている自然数のうち一番小さいものをnとすると、4つの続いている自然数は、n、n+1、n+2、n+3とあらわされるということです。

補足: $\lceil 4$ つの続いている自然数のうち二番目に小さいもの」を n として考えることもできます。そうすると、一番小さいものは n-1 とあらわされます。また 3 番目に大きいものは n+1、一番大きいものは n+2 とあらわされるのです。まとめておくと、

4つの続いている自然数のうち二番目に小さいものを n とすると、4つの続いている自然数は、n-1、n、n+1、n+2 とあらわされるということです。

(3) 「2 つの偶数」ですから、例えば「24 と 80」とか「4 と 624」とか「8624 と 580」

とかいろいろあるわけです。(この問題では、2つの偶数の間には特に関係はありません。2つの偶数は、続いていなくても良いわけです。)

前に例題 37 で学んだように、そもそも偶数とはある自然数を使って $2 \times$ 自然数の形にあらわすことのできる数でしたね。ところで今、この問題では偶数が 2 つ出てきます。そして 2 つの偶数の間には特に関係はありません。ですから 2 つの文字が必要になります。そこで文字 m と 文字 n を使うことにします。そうすると、

2 つの偶数は、ある自然数 m と n を使って、それぞれ 2m、2n とあらわすことができる

ということになります。

(4) 「2つの続いている偶数」ですから、例えば「24と26」とか「6と8」とか「8624 と8626」とかいろいろあるわけです。

前に例題 37 で学んだように、そもそも偶数とはある自然数を使って $2 \times$ 自然数の形にあらわすことのできる数でした。この問題には 2 つの偶数が出てきますが、2 つの偶数は「続いている」のですから、大きいほうの偶数は小さいほうの偶数より必ず 2 増えているはずです。ですから、ある自然数 n を使って小さいほうの偶数を 2n とあらわすことにすれば、大きいほうの偶数は 2n+2 とあらわされることになるのです。つまり、

2つの続いている偶数は、ある自然数 n を使って、2n、2n+2 とあらわすことができる

ということです。

問 49. 例題の説明がよく理解出来た人のための問題です。

次の数たちを文字で表すとしたら、どうすればよいですか。

(1) 3 ケタの自然数

(2) 5 つの続いている自然数

(3) 2つの奇数

(4) 2 つの続いている奇数

答えを見る

それでは本題に入ることにしましょう。きちんと証拠を見せる練習です。

例題 39 ある人が次のような主張をしました。

2つの奇数をたすと必ず偶数になる

さて、この人の主張は本当でしょうか。本当だと思う人は証拠を見せなさい。うそだと思 う人も証拠を見せなさい。

解答

まず、この人の主張が本当っぽいか、うそっぽいか、少し探りを入れたほうが良いですね。そこで、何でも良いから 2 つ奇数を思い浮かべて見ます。そうですねぇ、7 と 59 にしてみましょうか。ではこの 2 つの奇数をたしてみます。7+59 をしてみると、えーと 66 ですね。あっ、偶数になりました。では 2 つの奇数を変えてみましょう。そこで 2 つの奇数を 25 と 57 にしてみます。たしてみると、えーと、25+57 だから 82 か。あっ、やっぱり偶数になりました。今の所この人の主張のとおりになっています。でもまだ 2 パターン試しただけです。だから全然証拠になってませんね。もう少し探りを入れてみます。2 つの奇数を 243 と 1229 にしてみましょう。たしてみると、えーと、243+1229 だから 1472 か。あっ、やっぱり偶数になります。やはり、この人の主張は本当っぽい気がしてきました。そこで、文字を使って説明ができるかチャレンジしてみます。

この人の主張には 2 つの奇数が出てきます。ところで、そもそも奇数ってなんでしょう。「1 とか 3 とか 5 とか 7 とかのこと」などと言っていてもしかたがありませんね。例 題 37 をちゃんと学んだ人はわかるはずですが、そもそも

奇数とは「 $2 \times$ 自然数 -1」の形に表すことのできる数

なのでしたね。言葉で言うと、「ある自然数に 2 をかけてさらに 1 をひくと作ることのできる数」のことを、そもそも奇数と呼んでいるのです。(だって、ある自然数を 1 にすれば、1 という奇数ができますし、ある自然数を 2 にすれば、3 という奇数ができますし、ある自然数を 4 にすれば、7 という奇数ができますし、ある自然数を 4 にすれば、7 という奇数ができますし、ある自然数を 5 にすれば、9 という奇数ができますし・・・というようになっているからです。)そこで、

この人の主張に出てくる 2 つの奇数を、それぞれ 2n-1 と 2m-1 としてみる

ことにします。ただし、ここで出てきたnとmは自然数でなくてはいけません。(こうしておけば全ての場合を扱っていることになりますね。)

では、今用意した 2 つの奇数 2n-1 と 2m-1 をたしてみましょう。

$$(2n-1) + (2m-1) = 2n - 1 + 2m - 1$$
$$= 2n + 2m - 2$$
$$= 2(n+m-1)$$

と見かけを変えていくことができますね。(この式変形では、2n+2m-2 で終わりにしないで、2(n+m+1) という形にして終わりにしています。それはこの先のことまで考えているからです。つまりこの話のゴールを考えに入れてあるからです。)

ここまでで、2n-1 という奇数と 2m-1 という奇数をたすと 2(n+m-1) という数になることがわかりました。ところで 2(n+m-1) という数は偶数なのでしょうか?こういうことを考えるため、そもそも偶数って何なのか思い出さなくてはなりませんね。例題??をちゃんと学んだ人はわかるはずですが、

「ある自然数を2倍してできる数」のことをそもそも偶数と呼んでいる

のでしたね。ところでさっき計算して出てきた「2(n+m-1)」は「n+m-1」を 2 倍してできる数ですね。そして、

 $n \ge m \ge 1$ は自然数なのですから n + m - 1 も自然数のはず

ですね。ということは、2(n+m-1) はある自然数を 2 倍してできているということです。ですから、

$$2(n+m-1)$$
 は偶数である

ということになります。これで証拠がつかめました。以上考えてきたことから、奇数と奇

数をたすと必ず偶数になるという証拠が見つかったのです。

問 **50.** 例題 39 がきちんと理解できた人のための問題です。以下の文の空欄に、正しい式、数、言葉を記入しなさい。

ある人が次のような主張をしました。

2つの奇数をたすと必ず偶数になる

さて、いろいろ探りを入れてみた所、どうもこの人の主張は本当であるという気がしてきました。そこで、証拠をきちんと見せようと思います。ただし、ここでは「テストの答案ぽく」説明を書いてみようと思います。

2つの奇数は、自然数mとnをつかって、それぞれ、

,	

と表すことができる。そこで、今用意した 2 つの奇数 ______ と _____ をたして みることにする。すると、

$$(2m-1) + (2n-1) = 2m-1+2n-1$$

= $2m + 2n -$
= $2\left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\right)$

となる。ところで、n や m や 1 は自然数なので m+n-1 は である。ということは $2\times$ 自然数 という形をしている 2(m+n-1) は である。以上より、2 つの奇数をたすと、必ず になるという証拠がつかめた。

問 51. 例題 39 と問 50 がきちんと理解できた人のための問題です。

ある人が次のような主張をしました。

奇数と偶数をたすと必ず奇数になる

さて、いろいろ探りを入れてみた所、どうもこの人の主張は本当であるという気がしてきました。では私の代わりに、あなたが証拠を見せてください。きちんとわかるように、上

手に説明を書いてくださいね。

答えを見る

では、話を進めます。

あなたに試してほしいことがあります。

まずお手本を見せます。

まず何でも良いから、「2 ケタの自然数」を思い浮かべることにしましょう。そうです ねぇ、68 にしてみましょうか。

次は、今思い浮かべた「2 ケタの自然数」の「十の位に書いてある数」と一の位に書いてある数」を入れかえてできる数を作ることにしましょう。さっき、68 という数を思い浮かべたのでしたね。68 という数の「十の位に書いてある数」は6 で、一の位に書いてある数」は8 ですよね。ということは、入れ替えてみると、86 という数ができますね。

最後に、初めに思い浮かべた数と、入れかえてできた数をたしてみる事にします。 初め 重い浮かべた数は 68 で、入れかえてできた数は 86 でしたから、たしてみると、

$$68 + 86 = 154$$

ですね。

今度は同じようなことをあなたがやってみてください。

まず、まず何でも良いから、「2 ケタの自然数」を思い浮かべのでしたね。では、思い浮べてください。思い浮べましたか?では次に進みます。

次は、今思い浮かべた「2 ケタの自然数」の「十の位に書いてある数」と一の位に書いてある数」を入れかえてできる数を作るのでしたね。では作ってみてください。できましたか?では先に進みましょう。

最後に、初めに思い浮かべた数と、入れかえてできた数をたしてみるのでしたね。では たしてみてください。できましたか?たした答えを忘れないでくださいね。

実は、昔の人が変なことに気がついたんです。こういうことをすると、必ず、最後にできた数は 11 の倍数になっているというのです。本当でしょうか?

お手本の話では、68 という数を初めに用意し、「十の位」と「一の位」を入れかえて 86 ができ、最後に 68 と 86 をたして 154 ができました。ところで、154 は 11 の倍数なので

しょうか?確かめるために 154 を 11 でわってみましょう。すると $154 \div 11 = 14$ となり、ちゃんとわり切れました。昔の人のいうように、11 の倍数ができていたのです。ところで、あなたが思い浮べた数ではどうでしたか?やっぱり 11 の倍数ができましたか?

例題 40 この例題の前の話のように、ある人が次のような主張をしました。

まず、まず何でも良いから、「2 ケタの自然数」を思い浮かべ、次に、今思い浮かべた「2 ケタの自然数」の「十の位に書いてある数」と一の位に書いてある数」を入れかえてできる数を作り、最後に、初めに思い浮かべた数と、入れかえてできた数をたすと必ず 11 の倍数になる。

この主張が正しいと思う人はきちんと証拠を見せて説明しなさい。この主張が間違っていると思う人もきちんと証拠を見せて説明しなさい。

解答

まず、この人の主張が本当っぽいかうそっぽいか、少し探りを入れてみましょう。 例えば2ケタの自然数として24を思い浮べたときは、

$$24 + 42 = 66$$

です。そして 66 は 11 の倍数ですよね。

また例えば 57 を思い浮べたときは、

$$57 + 75 = 132$$

です。そして 132 は 11 でわり切れますよね。やっぱり 11 の倍数です。 さらに例えば 16 を思い浮べたときは、

$$16 + 61 = 77$$

です。そして 77 は 11 でわり切れますよね。やっぱり 11 の倍数です。

まだ、たった3パターンしか調べてませんが、どうもこの人の主張は本当であるという 気がしてきました。そこで、きちんと証拠を見せることにチャレンジしてみます。 この話には「2 ケタの自然数」がでてきます。例題 49 をきちんと学んだ人はわかるはずですが、

「もとの 2 ケタの自然数の十の位をm、一の位をn としておくと、もとの 2 ケタの自然数がどんな自然数でも10m+n という式であらわすことができる」

わけです。(このことがよくわからなくなっている人は、右に小さい字で書いてる説明を 読んでください。)

それでは、この人の主張が本当かどうか確かめるために、この人の言うとおりに数を 作っていくことにします。 例えば、27 と書いてあったら、あなたは普通、何と読みますか?

「にじゅうなな」って読みますよね。「になな」ではなく、普通は「にじゅうなな」って読むんですよね。「に」のあとに「じゅう」をつけますね。どうしてかというと、27って、10のかたまり 2 個と、1 が 7 個合わさってできているからですよね。つまり、27 の正体は、 $2 \times 10 + 7$ ですよね。同じように考えると、十の位に m、一の位に n が書いてある 2 ケタの自然数は、10 のかたまり m 個と、1 が n 個合わさってできているということになりますよね。ですから、

エムじゅうエヌ = $10 \times m + n = 10m + n$ ということですね。

十の位と一の位を入れかえた数を次に作るのですね。、入れかえてできた数では十の位 n になり、一の位が m になるわけです。ということは、

「十の位と一の位を入れかえてできる数は、10n+m とあらわされることになる」 わけです。

最後に、もとの数と入れかえてできた数をたすのでしたね。すると、

$$(10m + n) + (10n + m) = 10m + n + 10n + m$$
$$= 11m + 11n$$
$$= 11(m + n)$$

と計算することができますね。ところで、m はもとの数の「十の位に書いてある数」で、n はもとの数の「一の位に書いてある数」です。ですから、とにかく、m や n は 0、1、

2、3、4、5、6、7、8、9 のどれかです。ということは m+n はとにかく自然数になります。ですから、11(m+n) は絶対に 11 の倍数です。(なぜなら、そもそも 11 の倍数とは、 $11 \times$ 自然数 という形の数のことなのですから。)

これで、この人の主張が正しいという証拠が見つかりました。

問 **52.** 例題 40 がよく理解できた人のための問題です。以下の文の空欄に、正しい式、数、言葉を記入しなさい。

ある人が次のような主張をしました。

まず、まず何でも良いから、「2 ケタの自然数」を思い浮かべ、次に、今思い浮かべた「2 ケタの自然数」の「十の位に書いてある数」と「一の位に書いてある数」を入れかえてできる数を作り、最後に、初めに思い浮かべた数と、入れかえてできた数をたすと必ず 11 の倍数になる。

さて、いろいろ探りを入れてみたところ、どうもこの人の主張は本当であるという気がしてきました。そこで、証拠をきちんと見せようと思います。ただし、ここではテストの答案」ぽく説明を書いてみようと思います。

もとの2 ケタの自然数の十の位をm、一の位をn とすると、この自然数は という式であらわされる。

すると、十の位と一の位を入れかえてできる数は、 という式であらわされる ことになる。

もとの自然数と、十の位と一の位を入れかえてできる数をたすと、

$$(10m + n) + (10n + m) = 10m + n + 10n + m$$

= $11m + 11n$
= $11\left(\begin{array}{c} \\ \end{array}\right)$

となる。

ところで、m はもとの数の「十の位に書いてある数」で、n はもとの数の「一の位に書いてある数」なので、m や n は 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 のどれかである。という

ことは m+n はとにかく自然数になる。よって、11(m+n) は $11 \times$ という形になっているので絶対に 11 の倍数である。これで、この人の主張が正しいという証拠が見つかった。

問 53. 例題 40 と問 52 がよく理解できた人のための問題です。ある人が次のような主張をしました。

まず、「2 ケタの自然数」を思い浮かべます。ただし、十の位の数が一の位の数より大きくなっているものだけです。(ですから 52 や 76 のような数は良いのですが、34 や 28 のような数ではいけません。)、次に、今思い浮かべた「2 ケタの自然数」の「十の位に書いてある数」と一の位に書いてある数」を入れかえてできる数を作ります。そして最後に、初めに思い浮かべた数から、入れかえてできた数をひきます。すると必ず 9 の倍数になってしまうのです。

さて、いろいろ探りを入れてみたところ、どうもこの人の主張は本当であるという気がしてきました。そこで、証拠をきちんと見せようと思います。では私の代わりに、あなたが証拠を見せてください。きちんとわかるように、上手に説明を書いてくださいね。

答えを見る

第4章

等式の変形

4.1 おさらい:「等式」と「単なる式」の違いについて

あなたに質問です。

- 質問1 2つの数aとbがあるとします。「aを5倍してからさらにbをひいてできる数」を式で書いてくださいといわれたら。どんな式を書けばよいですか?
- 質問 2 2 つの数 a と b があるとします。「a を 5 倍した数と b は同じ数です。」ということを式で書いてくださいといわれたら。どんな式を書けばよいですか?

質問1も質問2も式を書く問題ですね。質問1と質問2は似ているとおもった人もいるかも知れませんね。しかし、重大なちがいがあるのです。質問1は、「これこれこうなっている数」を式で書きなさいという問題ですが、質問2は、「これこれこうなっている数と、これこれこうなっている数が等しいということ」を式で書きなさいという問題なのです。違い、わかりましたか?それでは、答えを教えることにしましょう。

質問1の答え 「a を5 倍してからさらにb をひいてできる数」ですから、

5a-b

ですね。(だって、a を 5 倍したら 5a ができて、さらにそれから b をひくのですよね。)

質問 2 の答え 「a を 5 倍した数と b は等しい」と言っていますね。答えは、

5a = b

ですね。(この問題では、「=」のマークを使う必要がありますよね。「=」のマークって、何かと何かが「等しい」ってことを伝えたいときに使うマークですよね。 今この問題では、5a という数と b といういう数が等しいのでしたね。)

どうですか? 2 つの質問の答えは、あなたの答えと同じでしたか?

質問 1 と質問 2 をまじめに考えた人は、5a-b という式と 5a=b という式に出会いました。どちらも「式」ですよね。でも、意味がかなり違います。5a-b という式は、 $\lceil a$ を 5 倍してからさらに b をひいてできる数」を意味しています。つまり、あるひとつの数を意味しています。それに対して、5a=b という式は、 $\lceil a$ を 5 倍した数と b は等しい」ということを意味しています。つまり、ある数と (また別の) ある数が等しいということを意味しています。つまり、ある数と (また別の) ある数が等しいということを意味しているのです。つまり、 $\lceil a$ 何かと何かが等しい」ということを式で伝える場合、 $\lceil a$ というマークが式の中で使われるのです。この 5a=b という式のように、 $\lceil a$ というマークで何かと何かがつなげられている式は等式と呼ばれています。5a=b という式は、 $\lceil a$ を 5 倍した数、つまり 5a という数」と $\lceil b$ という数」が $\lceil a$ というマークでつながれているので、等式の仲間なのです。それに対して、 $\lceil a$ という式は、式の中に $\lceil a$ というマークがありません。この式はあるひとつの数を意味しているだけなのです。ですから、等式の仲間ではありません。

例題 41 次の式の意味を言葉で書きなさい。またその式は等式の仲間なのか、等式の仲間でないのか判定しなさい。

(1) 15a - 2 = 3b + 12

(2) 7a - 3b + 1

解答

(1) この式には「=」というマークがあります。ですから、何かと何かが等しいという ことを主張しています。この式の場合は、15a-2 と 3b+12 が等しいわけです。 ですから、この問題の式の意味を言葉で言うと、 「a を 15 倍してからさらに 2 をひいて出来る数」と「b を 3 倍してからさらに 12 をたしてできる数」が等しい

となりますね。これがこの式の意味です。

何かと何かが「=」というマークで結ばれているのですから、この式はもちろん等 式の仲間です。

(2) この式には「=」というマークがありません。ですから、何かと何かが等しいということを主張しているわけではありません。ある計算をして出来る 1 つの数を意味しているだけです。式を良く見て、どんな計算をしているのか、言葉できちんと言ってみることにしましょう。 7a-3b+1 という式ですね。ですから、この問題の式の意味を言葉で言うと、

「a という数を 7 倍して出来る数」から「b という数を 3 倍して出来る数」をひいて、さらに「1」をたしてできる数

ですね。もちろん、この式は等式ではありません。

問 **54.** 次の式の意味を言葉で書きなさい。またその式は等式の仲間なのか、等式の仲間でないのか判定しなさい。

$$(1) -6x + 3y - 5$$

(2)
$$3x + 5 = 7 - 2y$$

答えを見る

問 55. 次の文を式で表しなさい。

- (1) 「a という数を -1 倍して出来る数」と「b という数を -3 倍して出来る数」と「7」をたしてできる数
- (2) 「a という数を -2 倍してからさらに 5 をひいた数」と「b という数を 7 倍してからさらに 1 をたした数」は等しい

答えを見る

4.2 おさらい: 等式を変形するときにやってもよいこと

4.2.1 「等式を変形するときにやってもよいこと」って何なのかてんびん を使って考えてみよう

前の節では、何かと何かが「=」という記号で結ばれている式のことを「等式」と呼ぶということを思い出してもらいました。そして、「等式」は、「何かと何かが等しい」ということを主張する式であることも思い出してもらいました。ではここで、「何かと何かが等しい」ってどういうことなのか、もう少し詳しく考えてみることにします。こういうことを考えるとき、よく「てんびん」のたとえが使われます。

右の図を見てください。

てんびんは、2つのものの重さを比べるときに使う道具です。 お皿が2つ付いていますね。この2つのお皿の上に物を置いて、 重さを比べるのです。

それでは今ここに、2つの物体があるとしましょう。そしてその2つの物体をてんびんのお皿の上に置いてみることにします。



図 4.1 てんびん

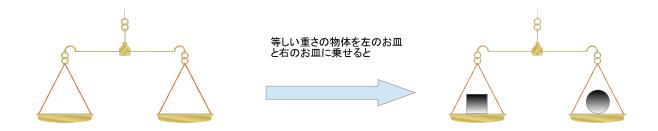
例えば、重いほうの物体を左のお皿の上に置いて、軽いほうの 物体を右のお皿の上に置いたとします。すると左のお皿が下に下がり、右のお皿は上に上 がります。次の図を見てください。



また例えば、軽いほうの物体を左のお皿の上に置き、重いほうの物体を右のお皿の上に置いたとします。すると左のお皿が上に上がり、右のお皿は下に下がります。次の図を見てください。



また、例えば、重さが「等しい」2つの物体をそれぞれ左のお皿と右のお皿の上に置くと、左のお皿はと右のお皿は同じ高さになり、てんびんは「つりあい」ます。次の図を見てください。



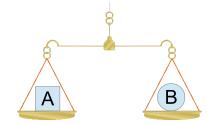
では、これから、最後に出てきた、「つりあっているてんびん」のことを詳しく考えて みることにしましょう。

お皿の上に乗せる 2 つの物体に名前をつけて、それぞれ A、B と呼ぶことにします。A と B の重さが等しければ、てんびんはつりあうわけですし、てんびんがつりあっていれば A と B の重さは同じわけです。つまり、 $\lceil A$ と B の重さが等しい」ということと、 $\lceil T$ でんがつりあう」ということは同じことですね。

ところで、「A と B の重さが等しい」ということを数学っぽく書くとしたら「=」という記号を使って、

という式を書けば良いですよね。この式って、もちろん等式ですね。ですから、A=Bという等式を見たら、「つり合っているてんびん」の事を思い出してください。次の図のように、物体 Aと物体 B がてんびんに乗っていて、つりあっているのを想像してほしいのです。

A=Bという形の等式を見たら、右の図のようにてんびんがつりあっているのを想像してみよう。

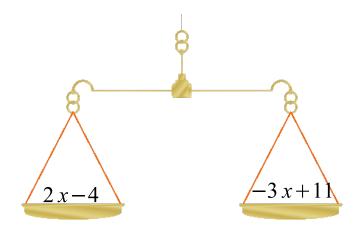


「等式」とは「何かと何が等しいということを主張する式」でしたね。「=」の左側と右側に「何か」が書いてあり、「左側に書いてある何か」と「右側に書いてある何か」は等しいと主張しているのですね。このことをてんびんでたとえてみると、「左のお皿に乗っている何か」と「右のお皿に乗っている何か」の重さが等しくなっていて、てんびんがつりあっているということです。ですから、例えば、

$$2x - 4 = -3x + 11$$

という「等式」をてんびんでたとえてみると、左のお皿には 2x-4 が乗っていて、右のお皿には -3x+11 が乗っていて、てんびんがつりあっているということになります。次の図を見てください。

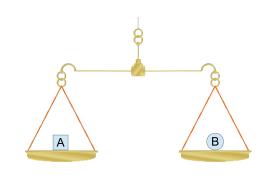
2x-4=-3x+11 という等式をてんびん でたとえると右の図の ようになる



ここで、これから、つりあっているてんびんに、いろいろな操作をしてみようと思います。 どんな操作をするとどんなことが起こるのか、あなたと一緒に考えることにしましょう。

つりあっているてんびんで、物体を「入れかえる」話

右の図のてんびんを見てください。左のお皿には四角い物体 A が乗っています。また、右のお皿には丸い物体 B が乗っています。そして今、てんびんはつりあっているとします。(つまり、物体 A と物体 B は形は違っていますが、重さは同じなのですね。)

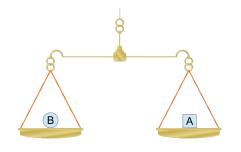


それではあなたに1つ質問することにします。

- 質問 これから、左のお皿に乗っている物体 A と右のお皿に乗っている物体 B を入れか えることにします。そうすると、てんびんはどうなりますか。次の中から正しいも のを選びなさい。
 - ① 左のお皿が下がる ② つりあったまま
- ③ 右のお皿が下がる

質問の答え

どうですか?答えはわかりましたか。正しい答えはもちろん②の「つりあったまま」ですね。 右の図を見てください。てんびんは、左にお皿に乗っているものの重さと、右にお皿に乗って



いるものの重さが同じときだけつりあうのですね。もともと物体 A の重さと物体 B の重さは同じでした。ですから、物体 A と物体 B を入れかえてもつりあうわけです。

この質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。はじめ、左のお皿と右のお皿に何か物体が乗っていて、てんびんがつりあっていました。そして次に、左の

お皿に乗っている物体と右のお皿に乗っている物体を入れかえても、てんびんは相変わらずつりあったままになるということです。

ところで、「てんびんがつりあっている」ということは、「等式のたとえ」なのでしたね。 そこで、今の話を等式で考え直してみましょう。はじめ左のお皿に物体 A が乗っていて、 右のお皿には物体 B が乗っていました。そしててんびんはつりあっていました。これは、 等式で言えば、

$$A = B$$

が成り立っていたということですね。そして、さらに、、左のお皿に乗っている物体と右のお皿に乗っている物体を入れかえても、てんびんは相変わらずつりあったままでした。 これは、

$$B = A$$

が成り立つということですね。大丈夫ですか?念のためもう一度、この話を言葉でまとめます。

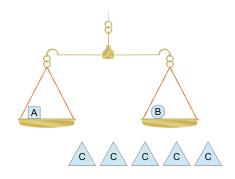
数でも式でも良いのですが、二つのものがあって等しくなっていたとします。次に、初めにあった2つのものを入れかえます。そうすると、このような操作をしても相変わらず2つのものは等しいままであるということです。つまり、「=」で結ばれている2つのものを入れかえても、相変わらず「=」で結ばれたままになるということです。

例 2 a+3=b+2c-4 という式は「等式」の仲間ですね。a+3 というものと b+2c-4 というものが「=」で結ばれているのですから。

それでは、a+3=b+2c-4という「等式」で、a+3とb+2c-4を入れかえることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、a+3=b+2c-4という「等式」を、b+2c-4=a+3という「等式」へ書きかえても良いということになります。

つりあっているてんびんのお皿に物体を「たす」話

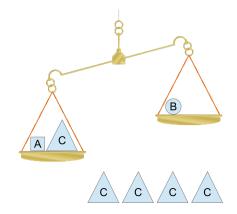
右の図のてんびんを見てください。左のお皿には四 角い物体 A が乗っています。また、右のお皿には丸 い物体Bが乗っています。そして今、てんびんはつ りあっているとします。(つまり、物体 A と物体 B は 形は違っていますが、重さは同じなのですね。)また、 てんびんのそばに、物体 C がいくつか置いてあると



します。物体 C の重さは、物体 A や物体 B と同じかどうかはわかりません。 それではあなたに2つ質問することにします。

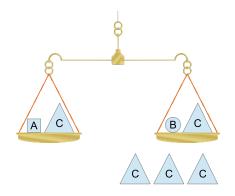
- 質問1 これから、左のお皿に物体Cを1つ乗せることにします。そうすると、てんびん はどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。
 - ① 左のお皿が下がる ② つりあったまま ③ 右のお皿が下がる
- 質問1の答え どうですか?答えはわかりましたか。

正しい答えはもちろん ①の「左のお皿が下が る」ですね。右の図を見てください。左のお皿 にだけ物体 C を乗せるのですから、左のお皿 のほうが右のお皿より重くなり、てんびんは左 のお皿が下がりますね。



質問2 質問1でわかったように、てんびんの左のお皿だけに物体Cを乗せると、左の お皿が下がってしまいますね。では、てんびんがつりあったままにするには、さら に右のお皿にどんなことをすればよいと思いますか。

質問2の答え 右の図を見てください。答えはもちろん「右のお皿にも物体 C を乗せる」ですよね。 てんびんは、「左のお皿に乗っている物の重さ」 と、「右のお皿に乗っている物の重さ」が等しいときにつりあうのですから。



この2つの質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。

はじめ左のお皿と右のお皿に何か物体が乗っていて、てんびんがつりあっていました。っそのようなとき、さらに、左のお皿と右のお皿に同じ重さの物体を置いても、てんびんは相変わらずつりあったままになるということです。

ところで、「てんびんがつりあっている」ということは、「等式のたとえ」なのでしたね。 そこで、今の話を等式で考え直してみましょう。はじめ左のお皿に物体 A が乗っていて、 右のお皿には物体 B が乗っていました。そしててんびんはつりあっていました。これは、 等式では

$$A = B$$

が成り立っていたということですね。

そして、さらに、左のお皿と右のお皿に物体 C を乗せてもてんびんはつりあったままでした。これは、

$$A + C = B + C$$

が成り立つということですね。大丈夫ですか?念のためもう一度、この話を言葉でまとめます。

数でも式でも良いのですが、二つのものがあって等しくなっていたとします。次に、何か1つ数でも式でも良いですから用意します。そして、初めにあった2つのもののどちらにも今用意したものをたします。そうすると、初めにあった2つのものはそれぞれはじめとは違ったもののなりますが、このような操作をしても相変わらず2つのものは等しいままであるということです。つまり、「=」で結ばれている2つのもののどちらにも、同じ

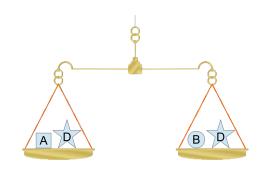
ものをたしている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになるということです。

例 3 a+b=2c-7 という式は「等式」の仲間ですね。a+b というものと 2c-7 というものが「=」で結ばれているのですから。そこで、さっきまで学んでいたことを思い出してみることにして、この等式をいろいろ書きかえることにします。

- (1) a+b=2c-7という「等式」で、例えば、a+bと 2c-7 のどちらにも 9 という数をたしてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、a+b=2c-7という「等式」を、a+b+9=2c-7+9という「等式」へ書きかえても良いということになります。
- (2) a+b=2c-7という「等式」で、例えば、a+bと 2c-7のどちらにも 2a-3という式をたしてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、a+b=2c-7という「等式」を、a+b+(2a-3)=2c-7+(2a-3)という「等式」へ書きかえても良いということになります。

つりあっているてんびんから物体を「ひく」話

右の図のてんびんを見てください。左のお皿には四角い物体 A と星型の物体 D が乗っています。また、右のお皿には丸い物体 B と星型の物体 D が乗っています。そして今、てんびんはつりあっているとします。(つまり、「物体 A と物体 D の重さ



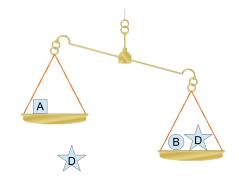
の合計」と、「物体 B と物体 D の重さの合計」は、同じなのですね。)

それではあなたに2つ質問することにします。

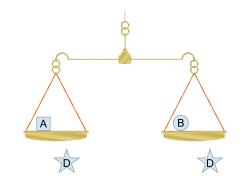
質問 1 これから、左のお皿から物体 D をとることにします。そうすると、てんびんはどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。

- ① 左のお皿が下がる ② つりあったまま
- ③ 右のお皿が下がる

質問1の答え どうですか?答えはわかりましたか。 正しい答えはもちろん ③の「右のお皿が下が る」ですね。右の図を見てください。左のお皿 だけ物体 D をとるのですから、左のお皿のほ うが軽くなりますね。



- 質問2 質問1でわかったように、てんびんの左のお皿だけから物体Dをとると、右の お皿が下がってしまいますね。では、てんびんがつりあったままにするには、さら に右のお皿にどんなことをすればよいと思いますか。
- 質問2の答え 右の図を見てください。答えはもちろ ん「右のお皿からも物体 D をとる」ですよね。 てんびんは、「左のお皿に乗っている物の重さ」 と、「右のお皿に乗っている物の重さ」が等し いときにつりあうのですから。



この2つの質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。

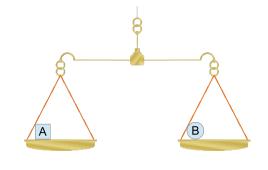
数でも式でも良いのですが二つのものがあって、等しくなっていたとします。次に、何 か1つ、数でも式でも良いですから用意します。そして、初めにあった2つのもののどち らからも今用意したものをひきます。そうすると、初めにあった2つのものはそれぞれは じめとは違ったもののなりますが、このような操作をしても相変わらず2つのものは等し いままであるということです。つまり、「=」で結ばれている2つのもののどちらからも、 同じものをひいている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになるということです。

例 4 a-5b+3=c-3d+7 という式は「等式」の仲間ですね。a-5b+3 というもの とc-3d+7というものが「=」で結ばれているのですから。そこで、さっきまで学んで いたことを思い出してみることにして、この等式をいろいろ書きかえることにします。

- (1) a-5b+3=c-3d+7 という「等式」で、例えば、a-5b+3 と c-3d+7 の どちらからも5という数をひいてみることにしましょう。さっきまで学んでいたこ とを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたま まということになります。ですから、a-5b+3=c-3d+7という「等式」を、 a-5b+3-5=c-3d+7-5 という「等式」へ書きかえても良いということに なります。
- (2) a-5b+3=c-3d+7 という「等式」で、例えば、a-5b+3 と c-3d+7 の どちらからも -2a+c という式をひいてみることにしましょう。さっきまで学ん でいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結 ばれたままということになります。ですから、a-5b+3=c-3d+7という「等 式」を、a-5b+3-(-2a+c)=c-3d+7-(-2a+c)という「等式」へ書き かえても良いということになります。

つりあっているてんびんに乗っている物体に、何かを「かける」話

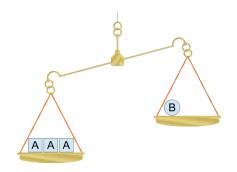
右の図のてんびんを見てください。左のお皿に は四角い物体 A が乗っています。また、右のお皿 には丸い物体Bが乗っています。そして今、てん びんはつりあっているとします。(つまり、物体 A と物体Bでは、形は違っていますが、重さは同じ なのですね。)



それではあなたに2つ質問することにします。

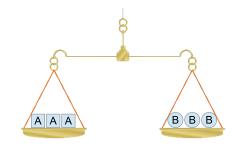
- 質問1 これから、左のお皿に乗っている物体 A の数を 3 倍にします。そうすると、てん びんはどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。
 - ① 左のお皿が下がる ② つりあったまま ③ 右のお皿が下がる

質問1の答え どうですか?答えはわかりましたか。 正しい答えはもちろん①の「左のお皿が下がる」ですね。右の図を見てください。左のお皿 だけ物体の数が3倍になるのですから、左のお 皿のほうが重くなりますね。



質問2 質問1でわかったように、てんびんの左のお皿だけ物体の数を3倍にすると、左のお皿が下がってしまいますね。では、てんびんがつりあったままにするには、さらに右のお皿にどんなことをすればよいと思いますか。

質問2の答え 右の図を見てください。答えはもちろん「右のお皿も物体の数を3倍にする」ですよね。てんびんは、「左のお皿に乗っている物の重さ」と「右のお皿に乗っている物の重さ」が等しいときにつりあうのですから。



この2つの質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。

数でも式でも良いのですが、二つのものがあって等しくなっていたとします。次に、何か1つ、数でも式でも良いですから用意します。そして、初めにあった2つのもののどちらにも、今用意したものをかけます。そうすると、初めにあった2つのものはそれぞれはじめとは違ったもののなりますが、このような操作をしても相変わらず2つのものは等しいままであるということです。つまり、「=」で結ばれている2つのもののどちらにも、同じものをかけている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになるということです。

例 5 -2a+3b=-a+2c-7 という式は「等式」の仲間ですね。-2a+3b というものと -a+2c-7 というものが「=」で結ばれているのですから。そこで、さっきまで学んでいたことを思い出してみることにして、この等式をいろいろ書きかえることにします。

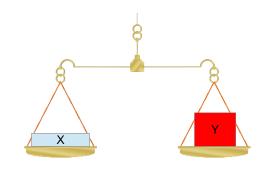
(1) -2a+3b=-a+2c-7 という「等式」で、例えば、-2a+3b と -a+2c-7 の

どちらにも -2 という数をかけてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、-2a+3b=-a+2c-7という「等式」を、-2(2a+3b)=-2(-a+2c-7)という「等式」へ書きかえても良いということになります。

(2) -2a+3b=-a+2c-7 という「等式」で、例えば、-2a+3b と -a+2c-7 の どちらにも 3c+5 という式をかけてみることにしましょう。さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、-2a+3b=-a+2c-7 という「等式」を、(3c+5)(2a+3b)=(3c+5)(-a+2c-7) という「等式」へ書きかえても良いということになります。

つりあっているてんびんに乗っている物体を、何かで「わる」話

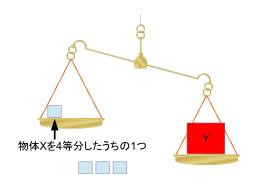
右の図のてんびんを見てください。左のお皿には水色の四角い物体 X が乗っています。また、右のお皿には赤くて四角い物体 Y が乗っています。そして今、てんびんはつりあっているとします。(つまり、物体 X と物体 Y は色や形が違っていますが重さは同じなのですね。)



それではあなたに2つ質問することにします。

- 質問 1 これから、左のお皿に乗っている物体 X を 4 等分して、1 つだけお皿の上に残します。 つまり物体 X を $\lceil 4$ でわる」わけです。 そうすると、てんびんはどうなりますか。次の中から正しいものを選びなさい。
 - ① 左のお皿が下がる ② つりあったまま ③ 右のお皿が下がる

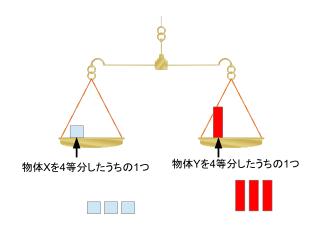
質問1の答え どうですか?答えはわかりました か。正しい答えはもちろん③の「右のお皿が下がる」ですね。右の図を見てください。 左のお皿だけ物体が4等分されたうちの1つだけ残される(つまり4でわられる)のですから、左のお皿のほうが軽くなりますね。



質問2 質問1でわかったように、てんびんの左のお皿だけ物体が4でわられると右のお皿が下がってしまいますね。では、てんびんがつりあったままにするには、さらに右のお皿にどんなことをすればよいと思いますか。

質問2の答え 右の図を見てください。

答えはもちろん「右のお皿も物体を 4 等分して 1 つだけお皿の上に残す (つまり 4 でわる)」ですよね。てんびんは、「左のお皿に乗っている物の重さ」と、「右のお皿に乗っている物の重さ」が等しいときにつりあうのですから。



この2つの質問を通じて、あなたに理解してもらいたいのは次のことです。

数でも式でも良いのですが、二つのものがあって等しくなっていたとします。次に、何か1つ、数でも式でも良いですから用意します。そして、初めにあった2つのもののどちらも今用意したものでわります。そうすると、初めにあった2つのものはそれぞれはじめとは違ったもののなりますが、このような操作をしても相変わらず2つのものは等しいままであるということです。つまり、「=」で結ばれている2つのもののどちらも、同じものでわる限り、相変わらず「=」で結ばれたままになるということです。

例 6 -4a+2b=-6a+2 という式は「等式」の仲間ですね。-4a+2b というものと -6a+2 というものが「=」で結ばれているのですから。そこで、さっきまで学んでいた ことを思い出してみることにして、この等式をいろいろ書きかえることにします。

(1) -4a + 2b = -6a + 2 という「等式」で、例えば、-4a + 2b と -6a + 2 のどちらも 2 という数でわることにしましょう。

さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、-4a+2b=-6a+2という「等式」を、 $\frac{-4a+2b}{2}=\frac{-6a+2}{2}$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。(分数の形をした式が出てきましたが大丈夫ですか?文字式を書く時の約束として、わりざんの式は分数の式の形にするということを以前学びましたね。忘れてしまった人は文字式のテキスト(このシリーズの)をよく復習してください。)

(2) -4a + 2b = -6a + 2 という「等式」で、例えば、-4a + 2b と -6a + 2 のどちらも 3c + 2 という式でわることにしましょう。

さっきまで学んでいたことを思い出してみると、このようなことをしても、相変わらず「=」で結ばれたままということになります。ですから、-4a+2b=-6a+2という「等式」を、 $\frac{-4a+2b}{3c+2}=\frac{-6a+2}{3c+2}$ という「等式」へ書きかえても良いということになります。

さて、ここまで、つりあっているてんびんに5種類の操作をする話をしてきました。この5種類の操作はどれも、つりあっているてんびんをつりあったままにする操作でした。ですから、この5種類の操作は、「等式」を「別の等式」に書きかえる操作ということになりますね。つまり、この5種類の操作は、「等式」を「別の等式」へ書きかえるときに「やってもよいこと」なのです。この操作をしている限り、「等式」は、見掛けは変わりますが「等式」のままなのです。では、この5種類の操作を次にまとめておきましょう。

「=」で結ばれている2つのものを入れかえても、相変わらず「=」で結ばれたまま
になります。つまり、
(
という等式の左側と右側を入れかえて
という等式に書きかえても良いのです。
─ 重要な事実:等式を変形するときにやってもよいことその 2 ──
「=」で結ばれている2つのもののどちらにも、同じものをたしている限り、相変
│ │ わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、
という等式の左側と右側に、同じ数または式をたして、
+ = +
という等式に書きかえても良いのです。
┌─ 重要な事実:等式を変形するときにやってもよいことその3 ────
 「=」で結ばれている 2 つのもののどちらからも、同じものをひいている限り、相
変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、
という等式の左側と右側から、同じ数または式をひいて、

- 重要な事実:等式を変形するときにやってもよいことその 1 ――

という等式に書きかえても良いのです。

- 重要な事実:等式を変形するときにやってもよいことその 4 ―――

「=」で結ばれている2つのもののどちらにも、同じものをかけている限り、相変わらず「=」で結ばれたままになります。つまり、

という等式の左側と右側に、同じ数または式をかけて、

という等式に書きかえても良いのです。

- 重要な事実:等式を変形するときにやってもよいことその5-

「=」で結ばれている 2 つのもののどちらも、同じものでわる限り、相変わらず 「=」で結ばれたままになります。つまり、

という等式の左側と右側を、同じ数または式でわって、

という等式に書きかえても良いのです。ただし、「0 という数でわること」だけは やってはいけません。

(どうして 0 でわっていけないのか、あなたはもう知っていますよね。忘れてしまった人は正負の数のテキスト(このシリーズの)を探して、 $\mathbb{I}0\div 3$ の答えは何? $3\div 0$ の答えは何?』の所をよく読みなおしましょう。)

4.2.2 「移項」と呼ばれている現象の話

等式を変形して書きかえるとき、等式の左と右に同じものをたしたり、等式の左と右から同じものをひいてもよいということを学びましたね。(さっき学んだ「等式を変形するときにやってもよいことその 3」のことですよ。)このような操作をしてからさらに計算を進めると、「移項」と呼ばれている現象が起きるのです。どういうことなのか、これから例を使ってゆっくり説明します。

例 7 a-5=2b+4 という等式をこれから変形します。ここでは、この等式の左側から -5 という数がなくなるように変形しようと思います。そのためには、等式の左と右に 5 という数をたせばよいのです。ではやってみます。

まず、

$$a - 5 = 2b + 4$$

という式からスタートするのでしたね。それではこの等式の左と右に 5 をたしてみます。 すると、

$$a-5+5=2b+4+5$$

となりますね。ここで、この式の左側をよく見てみましょう。左側の「a-5+5」ですが、数のところは計算することが出来ますね。つまり -5+5 の所を計算することが出来ますね。-5+5 を計算するともちろん0 になります。そうすると、左の式「a-5+5」は、「a」という式に見かけを変えることができます。ですから、さっきの「a-5+5=2b+4+5」という等式は、左側の見かけをわかりやすくすると、

$$a = 2b + 5$$

という等式になります。

ここまでの変形を振り返ってみましょう。まず、

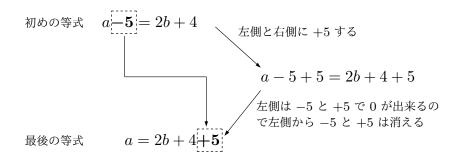
$$a - 5 = 2b + 4$$

という等式があるのでした。そして、この等式の左と右に 5 をたしてみてから、左側を かっこう良くすると、

$$a = 2b + 4 + 5$$

という等式に見かけが変わりました。初めの等式と最後の等式を良く見てください。初めの等式と最後の等式だけを比べると、初めの等式の左にあった-5が、最後には、符号(プラスとかマイナスのことですよ)を変えて+5になって、右側へ移っているではありませんか。

念のためもう1度、何が起きたか確認します。次の計算を見てください。



初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め左側にいた -5 が符号を変え +5 になり、最後に右側へ移ったように見える

まず、初めの等式の左と右に5をたしました。そうしてから、左の式の見かけをマシにすると、最後には、左から -5 は無くなり、右に +5 が現れたのです。初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め左側にいた -5 が、符号を変え +5 になり、最後に右側へ移ったように見える現象が起きているのです。このような現象を移項と呼んでいます。

例 8 前の例と同じ等式 a-5=2b+4 を使って、さっきとは少し違う変形をします。今度は、この等式の右側から +4 という数がなくなるように変形しようと思います。そのためにはどうすればよいと思いますか?もうおわかりですね。そうです。等式の左と右から4 という数をひけばよいのです。では、やってみることにしましょう。まず、

$$a - 5 = 2b + 4$$

という式からスタートするのでしたね。この等式の左と右から4をひいてみます。す

ると、

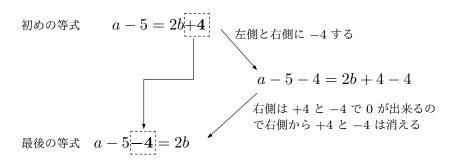
$$a - 5 - 4 = 2b + 4 - 4$$

となりますね。ここで、この式の右側をよく見てみましょう。右側の「2b+4-4」ですが、数のところは計算することが出来ますね。つまり +4-4 の所を計算することが出来ますね。+4-4 を計算するともちろん0 になります。そうすると、右の式「2b+4-4」は、「2b」という式に見かけを変えることができます。ですから、さっきの「a-5-4=2b+4-4」という等式は、右側の見かけをわかりやすくすると、

$$a - 5 - 4 = 2b$$

という等式になります。

念のためもう1度、何が起きたか確認します。次の計算を見てください。



初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め右側にいた +4 が 符号を変え -4 になり、最後に左側へ移ったように見える

まず、初めの等式の左と右から 4 をひきました。そうしてから、右の式の見かけをマシにすると、最後には、右から +4 は無くなり、左に -4 が現れたのです。初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め右側にいた +4 が、符号を変え -4 になり、最後に左側へ移ったように見える現象が起きているのです。これも「移項」と呼ばれている現象の1つです。

以上2つの例を使って、等式の左側にいた「数」が、「符号をかえて右側に移ったりする現象」や、等式の右側にいた「数」が、「符号をかえて、左側に移ったりする現象」を 見てきました。よく観察した人はもうおわかりだと思いますが、このような現象は、「数」 だけではなく「文字の入った式」でも起こるのです。ではまた例を使ってゆっくり説明することにしましょう。

例 9 -3a-5=2b+4 という等式をこれから変形します。ここでは、この等式の左側から「-3a」という「文字の入った式」がなくなるように変形しようと思います。そのためには、等式の左と右に「3a」という「文字の入った式」をたせばよいのです。まず、

$$-3a - 5 = 2b + 4$$

という式からスタートするのでしたね。この等式の左と右に3aをたしてみます。すると、

$$-3a - 5 + 3a = 2b + 4 + 3a$$

となりますね。ここでこの式の左側をよく見てみましょう。左側の「-3a-5+3a」ですが、-3a と +3a の所は計算することが出来ますね。もちろん 0 になります。そうすると、左の式「-3a-5+3a」は、「-5」という式 (というより数)に見かけを変えることができます。ですから、さっきの「-3a-5+3a=2b+4+3a」という等式は、左側の見かけをわかりやすくすると、

$$-5 = 2b + 4 + 3a$$

という等式になります。

ここまでの変形を振り返ってみましょう。まず、

$$-3a - 5 = 2b + 4$$

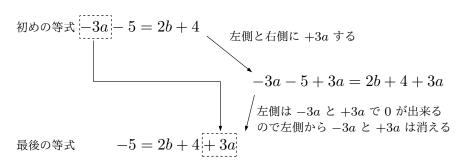
という等式があるのでした。そして、この等式の左と右に 3a をたしてみてから、左側をかっこう良くすると、

$$-5 = 2b + 4 + 3a$$

という等式に見かけが変わりました。初めの等式と最後の等式を良く見てください。初めの等式と最後の等式だけを見比べると、初めの等式の左にあった-3aが、最後には、符号(プラスとかマイナスのことですよ)を変えて+3aになって、右側へ移っているでは

ありませんか。

念のためもう1度、何が起きたか確認します。次の計算を見てください。



初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め左側にいた-3aが符号を変え+3aになり、最後に右側へ移ったように見える

まず、初めの等式の左と右に 3a をたしました。そうしてから、左の式の見かけをマシにすると、最後には、左から -3a は無くなり、右に +3a が現れたのです。初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め左側にいた -3a が、符号を変え +3a になり、最後に右側へ移ったように見える現象が起きているのです。この現象も「移項」の 1 つです。

例 10 前の例と同じ -3a-5=2b+4 という等式をこれから変形します。今度は、この等式の右側から $\lceil 2b+4 \rceil$ という「文字の入った式」が丸 \dot{z} となくなるように変形しようと思います。そのためにはどうすればよいと思いますか?そうです、等式の左と右から $\lceil 2b+4 \rceil$ という「文字の入った式」をひけばよいのです。では、やってみることにしましょう。

まず、

$$-3a - 5 = 2b + 4$$

という式からスタートするのでしたね。この等式の左と右から 2b+4 をひいてみます。 すると、

$$-3a - 5 - (2b + 4) = 2b + 4 - (2b + 4)$$

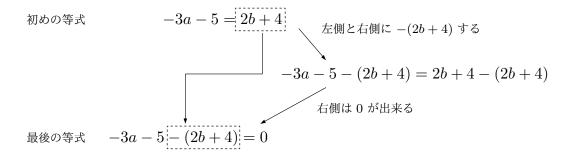
となりますね。ここで、この式の右側をよく見てみましょう。右側の「2b+4-(2b+4)」ですが、計算することが出来ますね。もちろん0になります。(大丈夫ですよね。わかりますよね。)そうすると、ですから、さっきの「-3a-5-(2b+4)=2b+4-(2b+4)」

という等式は、右側の見かけをわかりやすくすると、

$$-3a - 5 - (2b + 4) = 0$$

という等式になります。

念のためもう1度、何が起きたか確認します。次の計算を見てください。



初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め右側にいた 2b+4 が符号を変え -(2b+4) になり、最後に左側へ移ったように見える

まず、初めの等式の左と右から 2b+4 をひきました。そうしてから、右の式の見かけをマシにすると、最後には、右から 2b+4a は無くなり (何もなくなるということは 0 が出来るということですよ。注意してくださいね。)、左に-(2b+4) が現れたのです。初めの等式と最後の等式だけを見ると、初め右側にいた 2b+4 が、符号を変え-(2b+4) になり、最後に左側へ移ったように見える現象が起きているのです。この現象は、2b と 4 という 2 つの部品がいっぺんに移動しているので、「移項」が 2 回起こったのと同じなのです。

それでは、今度はあなたにも「移項」という現象を体験してもらうことにしましょう。

問 56. 次の文の空欄に正しい数、式、言葉を書きなさい。

(1) 2x-3=4 という等式を変形しようと思います。この等式の左側から-3 をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右に-3 をたせばよいですね。ですから、

$$2x - 3 = 4$$

という式を、

$$2x - 3 + \boxed{} = 4 + \boxed{}$$

	と書きかえます。この等式の左側は、数のところを計算して格好良くすると、見か
	けが
	$\phantom{aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa$
	という等式に書き変えることができます。
	では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、
	最初、左側にあった -3 という数は、 を変え という数になり、右側
	へ移っていることがわかります。これは と呼ばれる現象です。
(2)	2x-3=4y-1 という等式を変形しようと思います。この等式の左側から $2x$ を
	なくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から
	けばよいですね。ですから、
	2x - 3 = 4y - 1
	という式を、
	$2x - 3 - \boxed{} = 4y - 1 - \boxed{}$
	と書きかえます。この等式の左側は、 $2x$ と $-2x$ で \square になるので、左側を格好良
	くすると、見かけが
	$\phantom{aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa$
	という等式に書き変えることができます。
	では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、
	最初、左側にあった $2x$ は、 $\boxed{}$ を変え $\boxed{}$ になり、右側へ移っていること
	がわかります。これは と呼ばれる現象です。
(3)	2x+y-3=4 という等式を変形しようと思います。この等式の左側から $y-3$ を
	なくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から
	ひけばよいですね。ですから、

という式を、

$$2x + y - 3 - \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) = 4 - \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right)$$

と書きかえます。この等式の左側は、y-3と-(y-3)で が出来るので、左側を格好良くすると、見かけが に変わります。ですから、この等式はさらに

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった y-3 という部分は、 を変え というものになり、右側へ移っていることがわかります。これは y と -3 が符号を変えて同時に移ったことになるので、 と呼ばれる現象が 2 回起こったのと同じです。

(4) 2x = -4y + 3 という等式を変形しようと思います。この等式の右側から -4y + 3 をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右からをひけばよいですね。ですから、

$$2x = -4y + 3$$

という式を、

$$2x - \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) = -4y + 3 - \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right)$$

$$2x - \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) = \begin{array}{c} \\ \end{array}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、右側にあった -4y+3 という部分は、 を変え という

ものになり、右側へ移っていることがわかります。これは -4y と +3 が符号を変えて同時に移ったことになるので、 と呼ばれる現象が 2 回起こったのと同じです。

答えを見る

- 問 57. -2a+3b=2a-7 という等式を変形しようと思います。
 - (1) 右側から -7 をなくすためには、左側と右側にどんなことをすればよいですか。
 - (2) 左側と右側に7をたして、この等式を変形しなさい。
 - (3) 初めの等式と、(2) で出来た等式を比べてください。符号を変えて、右側から左側 へ移ったのは何ですか。

答えを見る

- 問 58. -2a+3b-4=2a-c という等式を変形しようと思います。
 - (1) 左側から 3b をなくすためには、左側と右側にどんなことをすればよいですか。
 - (2) 左側と右側から 3b をひいて、この等式を変形しなさい。
 - (3) 初めの等式と、(2) で出来た等式を比べてください。符号を変えて、左側から右側 へ移ったのは何ですか。

答えを見る

4.3 「等式を変形するときにやってもよいこと」を使いこな そう

ここでは、前の節で学習した 5 種類の「等式を変形するときにやってもよいこと」を使いこなす練習をします。5 種類の操作があるわけですが、 どの操作をどんなときに行うのかということは、あなたが慎重に判断して決めなくてはなりません。 どの操作をどんなときにしたほうが良いのかということは、目的によって変わるからです。 ですから、これから、「目的によって 5 種類の操作を使い分ける練習」をするのです。

例題 42 5a+3b+4=-2a+1 という等式を変形しようと思います。左側が 3b だけになるように変形しなさい。

解答

この例題では、式変形の目的は「左側が 3b だけになるようにすること」ですね。

5a + 3b + 4 = -2a + 1 という等式をよく見てください。左側には 5a と +3b と +4 と いう部品があります。左側を 3b だけにしたいのですから、 左側から 5a と +4 がなくなるようにすれば良いのです。というわけで、順番に 2 段階で進むことにします。

まず、左側から 5a をなくしましょう。

$$5a + 3b + 4 = -2a + 1$$

という等式からスタートするのでしたね。この等式の左と右から 5a をひきます。すると、

$$5a + 3b + 4 - 5a = -2a + 1 - 5a$$

となりますね。次に進む前に、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は 5a と -5a で 0 になります。(だって、5a がなくなるようにたくらんだのですから。)ですから、左側の見かけをマシにすると 3b+4 となります。いっぽう、右側ですが、-2a と -5a で -7a になりますよね。ですから、右側の見かけをマシにすると -7a+1 となります。よって、さっき出来た等式は

$$3b + 4 = -7a + 1$$

となるわけです。

では次に、左側から +4 をなくしましょう。そのためには、左と右から 4 をひけばよいですね。ではやってみます。さっき出来た、

$$3b + 4 = -7a + 1$$

という等式の左と右から4をひくと、

$$3b + 4 - 4 = -7a + 1 - 4$$

となりますね。では、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は4と-4で0になります。(だって、4がなくなるようにたくらんだのですから。)ですから、左側の見かけをマシにすると 3b となります。いっぽう右側ですが、+1 と -4 で -3 になりますよね。ですから、右側の見かけをマシにすると -7a-3 となります。よって、さっき出来た等式は

$$3b = -7a - 3$$

となるわけです。これで目標を達成することが出来ましたね。左側が 3b だけになるよう に変形できました。

例題 43 -2x+5y=4z+2 という等式を変形しようと思います。左側が 4z だけになるように変形しなさい。

解答

この例題では、式変形の目的は「左側が 4z だけになるようにすること」ですね。

-2x+5y=4z+2という等式をよく見てください。左側には 4z なんていう部品はありません。4z という部品は右側にあるのです。それにもかかわらず、この問題は「左側が4z だけになるように変形しなさい。」などということをあなたに要求しているのです。でも大丈夫です。こんなときは、最初に、この等式の左と右を入れかえてしまえば良いのです。(「等式を変形するときにやってもよいことその 1」を探してよく読んでくださいね。)ではやってみます。

$$-2x + 5y = 4z + 2$$

という等式からスタートですね。この等式の左と右を入れかえると、

$$4z + 2 = -2x + 5y$$

となりますね。

次の段階へ進むことにしましょう。この問題の最終目標は、「左側を 4z にする」ことでした。今出来た等式の左側を良く見ると、まだ +2 がじゃまです。ですから、左と右から

2をひくことにします。そうすると、

$$4z + 2 - 2 = -2x + 5y - 2$$

となりますね。では、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は +2 と -2 で 0 になります。(だって、+2 がなくなるようにたくらんだのですから。) ですから、左側の見かけをマシにすると、もちろん 4z となります。いっぽう、右側ですが、仲間になる部品がありません。ですから、右側の見かけはもうこれ以上マシになりません。よって、さっき出来た等式は

$$4z = -2x + 5y - 2$$

となるわけです。

これで目標を達成することが出来ましたね。左側が 4z だけになるように変形できました。

例題 44 $\frac{1}{3}a+7=-5$ という等式を変形しようと思います。左側が a だけになるように変形しなさい。

解答

問題文をもう1度よく読んでください。この例題では、式変形の目的は「左側が $\frac{1}{3}a$ だけになるように変形する」のではなくて、「左側が a だけになるように変形する」ということですね。つまり、 $\frac{1}{3}a$ という部品についている $\frac{1}{3}$ もじゃまなのです。ですから、この問題では、「左側から 7 をなくすこと」と「 $\frac{1}{3}a$ という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくすこと」をたくらむ必要があります。 2 つのことをしなくてはならないわけですが、どちらを先にしたほうが良いのでしょうか。どっちが良いかどっちが良いか良くわからないので、まず「左側から 7 をなくすこと」をしてから、「 $\frac{1}{3}a$ という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくすこと」をしてみることにします。

まず、 左側から7をなくすので、左と右から7をひくことにします。

$$\frac{1}{3}a + 7 = -5$$

という等式からスタートでしたね。左と右から7をひくと、

$$\frac{1}{3}a + 7 - 7 = -5 - 7$$

となります。次に進む前に、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は +7 と -7 で 0 になります。(だって、+7 がなくなるようにたくらんだのですから。)ですから、左側の見かけをマシにすると $\frac{1}{3}a$ となります。いっぽう、右側ですが、-5 と -7 で -12 になりますよね。つまり右側の見かけをマシにすると -12 ですね。よって、さっき出来た等式は

$$\frac{1}{3}a = -12$$

となるわけです。

これで左から +7 がなくなりました。では次に、「 $\frac{1}{3}a$ という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくすこと」にしましょう。こんなときは、左と右に 3 をかければよいのです。ではやってみます。さっきの等式

$$\frac{1}{3}a = -12$$

の左と右に3をかけるのですから、とりあえず、

$$3 \times \frac{1}{3}a = 3 \times (-12)$$

となります。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側をみてください。そもそも $\frac{1}{3}a$ とは $\frac{1}{3}$ と a をかけたものですね。ですから、3 と $\frac{1}{3}a$ をかけるということは、3 と $\frac{1}{3}$ と a をかけるということになります。3 つのものをかけるのですが、かけざんだけですからどの2 つを先にかけても良いのでしたね。ですから、3 と $\frac{1}{3}$ を先にかけて1にしてしまいましょう。そうすると、3 と $\frac{1}{3}$ と a をかけたものは1 と a をかけたものと同じということになります。1 をかけるということは、何もしないのと同じですから、結局3 と $\frac{1}{3}$ と a をかけると a だけになるのです。つまり、この等式の左側はa だけになるのです。 $\frac{1}{3}$ はなくなってくれたのです。(うまくいきましたね。) いっぽうこの等式の右側ですが、3 と -12 をかけるので -36 ですね。よって、この等式は、左と右の見

かけをマシにすると、

$$a = -36$$

となるのです。これで目標を達成することが出来ました。

大切な補足

うまくいったので、これで説明をやめても良いのですが、少し気になることがあります。この問題を解くためには、「左側から7をなくすこと」と「 $\frac{1}{3}$ a という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくすこと」をたくらむ必要がありました。 2 つ、しなくてはならないことがあるのでしたね。そして、どちらを先にしたほうが良いのか良くわからないので、まず「左側から7をなくすこと」をしてから、「 $\frac{1}{3}$ a という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくすこと」をしてみることにしましたね。でも、もし、「 $\frac{1}{3}$ a という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくすこと」をしてから、「左側から7をなくす」という方針で進んでいたらどうなっていたのでしょう。これでもうまくいくのでしょうか。気なるので考えてみましょう。

$$\frac{1}{3}a + 7 = -5$$

という等式からスタートでしたね。まず、「 $\frac{1}{3}a$ という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくす」ので、左と右に 3 をかけてみます。そうすると、とりあえず、

$$3 \times \left(\frac{1}{3}a + 7\right) = 3 \times (-5)$$

となりますね。次に進む前に、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。まず左側を良く見てみましょう。左側は、分配法則を使える形をしていますね。(覚えてますよね、分配法則。忘れてしまった人は、このまま先に進むと困るかもしれませんよ。復習しましょう。)左側に分配法則を使って見掛けを変えると、3 が、前から、かっこの中にいる $\frac{1}{3}a$ と 7 に分配されるので、見かけが $3 \times \frac{1}{3}a + 3 \times 7$ に変わります。これは、さらに見かけをマシにすることが出来て、a+21 に変えることが出来ます。(大丈夫ですよね。もう、くどくど説明はしません。)いっぽう、右側の $3 \times (-5)$ ですが、こっれてもちろん

-15ですよね。ですから、この等式は、左と右のの見かけをマシにすると、

$$a + 21 = -15$$

となるわけです。これで、「 $\frac{1}{3}a$ という部品についている $\frac{1}{3}$ をなくす」ことが出来ました。次の段階へ進みましょう。

次はたしか「左側から7をなくす」のでしたね。あれっ、でも、左側に7なんか無いではありませんか。7の代わりに、またじゃまな21がいます。(そりゃあそうですよね。もともといた7は3がさっきかけられて、21に変わっちゃったんですよね。)でもそんなことはどうでも良いのです。別に困らないのです。これから、左側にいる+21をなくせば良いのですから。そのためには、この等式の左と右から21をひけばよいですね。そうすると、とりあえず、

$$a + 21 - 21 = -15 - 21$$

となりますね。では、この等式の左側と右側をマシにしましょう。左側では +21 と -21 で 0 になりますね。ですから、左側をマシにするともちろん a だけになります。(そうなるようにたくらんだのですから。)一方右側は、-15 と -21 で -36 が出来ますね。つまり、今出来た等式は、左側と右側をマシにすると、

$$a = -36$$

となります。これで目標達成ですね。この方法でもうまくいくことがわかりました。

例題 45 5a+3=18 という等式を変形しようと思います。左側が a だけになるように変形しなさい。

解答

5a+3=18 という等式を良く見てみましょう。左側には 5a と +3 があります。これを、最後には、a だけにしたいのですね。じゃまなのは、「5a についている 5」と「+3」ですね。この 2 つを何とかしなくてはならないのです。では、どちらから取り組みましょうか。たぶん、どっちから取り組んでもうまく行く気がしますが、ここではまず「左側に

いる +3 にいなくなってもらい」次に「5a についている 5 にいなくなってもらう」という順番で考えてみることにします。

では、まず左側にいる +3 にいなくなってもらいます。そのためには、左と右から 3 をひけばよいですね。ではやってみます。

$$5a + 3 = 18$$

という等式からスタートでしたね。この等式の左と右から3をひくと、とりあえず、

$$5a + 3 - 3 = 18 - 3$$

となりますね。次に進む前に、今出来た等式の、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は +3 と -3 で 0 になります。(だって、+3 がなくなるようにたくらんだのですから。) ですから、左側の見かけをマシにすると 5a となります。いっぽう、右側ですが、18 と -3 で 15 になりますよね。ですからこの等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

$$5a = 15$$

となるわけです。

では次に、5a についている 5 にいなくなってもらいましょう。どうすればよいのかというと、例えば、左と右を 5 でわればよいのです。ではやってみます。この等式の左と右を 5 でわると、とりあえず、

$$\frac{5a}{5} = \frac{15}{5}$$

となりますね。(わりざんのマークを使う代わりに、分数の形の式にしたんですけど、大丈夫ですよね。「何これ?」なんて言ってませんよね。わからなくなっている人は、正負の数のテキスト(このシリーズの)を探して『わりざんは分数と深い関係がある話』の所を良く復習してください。)それでは、今出来た等式の、左側と右側をマシにしましょう。まず、左側を見てください。そもそも 5a って、5 と a をかけたものですね。そうすると、 $\frac{5a}{5}$ って、 $\frac{5\times a}{5}$ のことですよね。でもこれは、小学校で学んだように、分母の5 と分子

の 5 は約分できますよね。(まあ、そうなるように、たくらんだということですが。)ですから、左側は a だけになるのです。一方右側の $\frac{15}{5}$ ですが、約分が出来て 3 になりますね。よって、今出来た等式の左側と右側の見かけをマシにすると、

a=3

となるわけです。これで目標達成ですね。

大切な補足

ところで、少し気になることがあります。この問題を解くためには、「左側から +3 をなくすこと」と「5a という部品についている 5 をなくすこと」をたくらむ必要がありました。 2つ、しなくてはならないことがあるのでしたね。そして、どちらを先にしたほうが良いのか良くわからないので、まず「左側から +3 をなくすこと」をしてから、「5a という部品についている 5 をなくすこと」をしてみることにしましたね。でも、もし、「5a という部品についている 5 をなくすこと」をしてから、「左側から +3 をなくす」という方針で進んでいたらどうなっていたのでしょう。これでもうまくいくのでしょうか。あなた自身で考えてください。うまくいくのかどうかわかったら、ぜひ教えてください。

問 59. 以下の問いに答えなさい。

- (1) -2a + 2 = -7 という等式を、左側が -2a だけになるように変形しなさい。
- (2) a-5=-3 という等式を、左側が a だけになるように変形しなさい。
- (3) 3a+2=-7 という等式を、左側が a だけになるように変形しなさい。
- (4) $-\frac{1}{2}a+2=4$ という等式を、左側が a だけになるように変形しなさい。

答えを見る

問 60. 以下の問いに答えなさい。

- (1) a+2=-b-5 という等式を、左側が b だけになるように変形しなさい。
- (2) -3x + 3 = -5y 7 という等式を、左側が -3x だけになるように変形しなさい。
- (3) 2x + 3y 1 = 5x + 1 という等式を、左側が 3y だけになるように変形しなさい。
- (4) 4x + 3y + 2 = 11y 6 という等式を、左側がx だけになるように変形しなさい。
- (5) $a \frac{1}{5}b = 2 + 3a$ という等式を、左側がbだけになるように変形しなさい。

答えを見る

それでは、もう少し複雑な等式の変形を練習しましょう。

例題 46 2a+3b-5=-a+2b-3 という等式を変形しようと思います。左側が a だけになり、右側からは文字 a の入った部品はなくなるように変形してください。

解答

2a+3b-5=-a+2b-3 という等式を良く見てみましょう。左側には 2a と +3b と -5 がいます。左側を a だけにしたいのですから、+3b と -5 がじゃまですね。また、2a という部品の a の前についている 2 もじゃまです。ですから、「左側から +3b がなくなるようにすること」、「左側から -5 がなくなるようにすること」、「2a という部品の a の前についている 2 をなくすこと」という 3 つのことをすれば良さそうです。 (あなたもそう思いますか?) では、この順番でやってみることにしましょう。

まず、「左側から +3b がなくなるようにすること」をします。

$$2a + 3b - 5 = -a + 2b - 3$$

という等式からスタートでしたね。この等式の、左と右から。3b をひきましょう。そう すると、とりあえず、

$$2a + 3b - 5 - 3b = -a + 2b - 3 - 3b$$

となりますね。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、もちろん +3b と -3b で 0 が出来ます。一方、右側では +2b と -3b で -b が出来ます。ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$2a - 5 = -a - b - 3$$

となりますよね。

次は、「左側から -5 がなくなるようにすること」をします。そのためには、左と右に 5 をたせばよいですね。そうすると、とりあえず、

$$2a-5+5=-a-b-3+5$$

となりますね。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、もちろん -5 と +5 で 0 が出来ます。一方、右側では -3 と +5 で +2 が出来ます。ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$2a = -a - b + 2$$

となりますよね。

では、最後に「2a という部品の a の前についている 2 をなくすこと」をしましょう。 (これでこの問題は解決ですね。) そのためには、左と右を 2 でわればよいですね。いろい ろな書き表し方がありますが、ここでは、文字式を書く時の約束事に従って分数の形の式で書くことにします。そうすると、とりあえず、

$$\frac{2a}{2} = \frac{-a-b+2}{2}$$

となりますね。では、左と右の見かけをマシにしましょう。左側は分子の2と分母の2が約分できるのでいなくなります。(大丈夫ですよね。もう、こういうことは、くどくど説明する余裕はありません。わからない人は、正負の数のテキスト(このシリーズの)を探して、『わりざんは分数と深い関係がある話』の所を良く復習してください。)ですから、左側はaだけになります。(まあ、そうなるように、左と右を2でわったんですよね。)いっぽう、右側ですが、特に約分できるところはありません。ですから、右側はこのままにします。というわけで、左と右の見かけをマシにすると、

$$a = \frac{-a - b + 2}{2}$$

となり、この問題は解決です。

7777777777777777777

.

.

.

.

ここまで、がんばって読んできたあなた、本当にこの問題、解決したと思いましたか?なんか、変だと思いませんでしたか。本当はこの問題、解決していないんですよ。注意深いあなたならもうお分かりでしょう。さっき出来た等式を良く見てみましょう。左側は確かに、問題の指示通りaだけになっていますが、右側がまずいですよね。だって、右側にはaの入った部品が残っているではありませんか。(右側の分子に-aっていう部品残ってますよね。)問題の指示では、「右側からは文字aの入った部品はなくなるように」って書いてありましたよね。というわけで、さっきの等式を答えにするわけにはいかないのです。実は、さっきの変形は失敗していたのです。

もう1度、考え直すことにしましょう。さっきは、右側に文字 a の入った部品を残して しまったからいけないのですね。今度は、このことに注意して考え直します。

$$2a + 3b - 5 = -a + 2b - 3$$

という等式からスタートでしたね。左側には 2a と +3b と -5 がいます。左側を a だけにしたいのですから +3b と -5 がじゃまですね。また、2a という部品の a の前についている 2 もじゃまです。また、右側からは文字 a の入った部品はなくなるようにしたいのですから、-a がじゃまです。とりあえず、ここまで何とかやってみることにしましょう。そのあとのことは、またあとで考えます。

まず、「左側から +3b がなくなるようにすること」をします。そのためには、この等式の、左と右から。3b をひきましょう。そうすると、とりあえず、

$$2a + 3b - 5 - 3b = -a + 2b - 3 - 3b$$

となりますね。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、もちろん +3b と -3b で 0 が出来ます。一方、右側では +2b と -3b で -b が出来ます。ですから、この

等式は左と右をマシにすると

$$2a - 5 = -a - b - 3$$

となりますよね。次は、「左側から-5 がなくなるようにすること」をします。そのためには、左と右に5 をたせばよいですね。そうすると、とりあえず、

$$2a-5+5=-a-b-3+5$$

となりますね。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、もちろん -5 と +5 で 0 が出来ます。一方、右側では -3 と +5 で +2 が出来ます。ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$2a = -a - b + 2$$

となりますよね。

ここまでは、さっきの失敗したやり方と同じです。でも次は違います。次は「右側から-a がなくなるようにすること」をします。(「左側の2a という部品のa の前についている2 のことは後回しにするのです。)そのためには、左と右にa をたせばよいですね。そうすると、とりあえず、

$$2a + a = -a - b + 2 + a$$

となります。次に進む前に、この等式の左と右をマシにします。左側は、2a と +a で 3a が出来ます。一方、右側では -a と +a で 0 が出来ます。(そうなるようにたくらんだのでしたね。) ですから、この等式は左と右をマシにすると

$$3a = -b + 2$$

さて、何とかここまでがんばってきました。あとは何をすればよいでしょうか。今出来た 等式を良く見ましょう。さっき失敗したときとは違い、もう、右側に文字aの入った部品 はありません。ですから、きっとここまではうまく行っているはずです。あとは、左側を aだけにすればよいのですね。今、左側は 3aです。ということは、3aの前についている 3 がいなくなればよいのです。そのためには、左と右を 3 でわればよいですよね。そうす ると、とりあえず、

$$\frac{3a}{3} = \frac{-b+2}{3}$$

となります。あとは、この等式の左と右をマシにすれば完成ですね。左側は分子の3と分母の3が約分できるのでいなくなります。(大丈夫ですよね。もう、こういうことは、くどくど説明する余裕はありません。わからない人は、正負の数のテキスト(このシリーズの)を探して、『わりざんは分数と深い関係があるという話』の所を良く復習してください。)ですから、左側はaだけになります。(まあ、そうなるように、左と右を3でわったんですよね。)いっぽう、右側ですが、特に約分できるところはありません。ですから、右側はこのままにします。というわけで、左と右の見かけをマシにすると、

$$a = \frac{-b+2}{3}$$

となり、今度こそ、この問題は解決です。

問 61. 以下の問いに答えなさい。

- (1) 2x + y = 5 という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形してください。
- (2) 2x + y = 5 という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字x の入った部品はなくなるように変形してください。
- (3) 4a + 2 = 2b 8 という等式を、左側が b だけになり、右側からは文字 b の入った 部品はなくなるように変形してください。
- (4) -3x + 3 = -x 1 + 8y という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字x の入った部品はなくなるように変形してください。
- (5) -3x + 4y + 3 = -x 1 + 8y という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形してください。
- (6) -3x + 4y + 3 = -x 1 + 8y という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形してください。
- $(7) \ 2(3x+2) = 12y-8$ という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字x の

入った部品はなくなるように変形してください。

- (8) 2(3x+2) = 12y-8 という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形してください。
- (9) $a \frac{1}{5}b = 2 + 3(a + b)$ という等式を、左側が a だけになり、右側からは文字 a の入った部品はなくなるように変形してください。
- (10) $a \frac{1}{5}b = 2 + 3(a + b)$ という等式を、左側が b だけになり、右側からは文字 b の入った部品はなくなるように変形してください。

答えを見る

最後に1つ、よく使われる言いまわしについて覚えてもらうことにしましょう。

よく使われる言いまわし:「"これこれ"について解く」とは

これまで、「2(3x+2)=12y-8 という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字x の入った部品はなくなるように変形してください。」とか、 「2x+y=5 という等式を、左側がy だけになり、右側からは文字y の入った部品はなくなるように変形してください。」などという問題を練習してきました、つまり、「"ほにゃらら"という等式を、左側が"これこれ"という文字だけになり、右側からは文字"これこれ"の入った部品はなくなるように変形する」練習をしてきたのです。

「"ほにゃらら"という等式を、左側が"これこれ"という文字だけになり、右側からは文字"これこれ"の入った部品はなくなるように変形する」ことを、「("ほにゃらら"という等式を)"これこれ"について解く」と言ったりします。

例えば、例題 46 では、

「2a+3b-5=-a+2b-3 という等式を、左側がa だけになり、右側からは文字 a の入った部品はなくなるように変形してみたところ、

$$a = \frac{-b+2}{3}$$

となりました。」

このことを、今習ったばかりの言いまわしを使って言いたければ、

 $\lceil 2a + 3b - 5 = -a + 2b - 3$ という等式を a について解くと、

$$a = \frac{-b+2}{3}$$

となる。」

と言えば良いのです。

ですから、「"ほにゃらら"という等式を"これこれ"について解け」と言われたら、「"ほにゃらら"という等式を、左側が"これこれ"いう文字だけになり、右側からは文字"これこれ"の入った部品はなくなるように変形する」ということをすればよいのです。

問 1. 式の値を求める問題でしたね。

(1) x = 3 のとき 4x + 2 という式の値を計算すると、

$$4 \times 3 + 2 = 14$$

となります。

(2) a = -5 のとき -2a - 3 という式の値をを計算すると、

$$(-2) \times (-5) - 3 = 7$$

となります。

本文へ戻る

問 2. -x-3 という式は「-1 という数を x という数にかけてからさらに 3 をひいて出来る数」を意味していますね。ですから x=-5 のとき、

$$(-1) \times (-5) - 3 = 2$$

と計算できますね。

- 問 3. 式の値を求める問題でしたね。
 - (1) $\frac{14}{x}$ という式はもともと $14\div x$ という計算をしているんですよね。だったら、 x=-7 のときは、 $\frac{14}{x}$ って、

$$\frac{14}{x} = 14 \div (-7) = -2$$

と計算を進めることが出来ますね。

(2) $\frac{12}{x}$ という式はもともと $12\div x$ という計算をしているんですよね。だったら、 x=-7 のときは、 $\frac{12}{x}$ って、

$$\frac{12}{x} = 12 \div (-7)$$

と計算を進めることが出来ますが、このわり算は割りきれません。そこで分数のま ま答えることにします。

x = -7 のとき、

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{-7} = -\frac{12}{7}$$

と答えておくと良いですね。

本文へ戻る

- 問 4. 式の値を求める問題でしたね。
 - (1) a^2 という式ですが、これって「a を 2 個かけて出来る数」のことですよね。ということは、もし a が -3 だったら、-3 を 2 個かけて出来る数」を作ればよいですね。ですから、a=-3 のとき、

$$a^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

ですよね。

(2) $-a^2$ という式ですが、これって「-1 と、a を 2 個かけて出来る数」のことですよね。ということは、もし a が -3 だったら、「-1 と、-3 を 2 個かけて出来る数」を作ればよいですね。ですから、a=-3 のとき、

$$-a^2 = -1 \times (-3) \times (-3) = -9$$

ですよね。

- 問 5. 式の項を全部言う問題でしたね。
 - (1) $-5a^2$ という式は $-5a^2$ という部品を 1 個だけたしてできた式です。ですからこの式の項は $-5a^2$ (だけ) です。
 - (2) $x^2 6x + 9$ という式は x^2 という部品と -6x という部品と 9 という部品をたしてできています。つまり、この式の項は x^2 、-6x、9 です。
 - (3) -4a 5b という式は -4a という部品と -5b という部品をたしてできています。 つまり、この式の項は -4a、-5b です。
 - (4) 5a 8b 1 という式は 5a という部品と -8b という部品と -1 という部品をたしてできています。つまり、この式の項は 5a、-8b、-1 です。

- **問 6.** それぞれの式について、どんな数とどんな文字がかけられているのか言い、、その式の係数を言う問題でしたね。
 - (1) $-2x^2$ という式は、[-2] という数」と [x] という文字」と [x] という文字」がかけられて出来ています。係数とはこれらのうちの数のことですから、 $[-2x^2]$ という式の係数は [-2] です。
 - (2) xy という式は、「1 という数」と「x という文字」と「y という文字」がかけられて出来ています。係数とはこれらのうちの数のことですから、xy という式の係数は1です。
 - (3) $-a^2b^2$ という式は、[-1] という数」と [a] という文字」と [a] という文字」と [b] という文字」とがかけられて出来ています。係数とはこれらのうちの数のことですから、 $[-a^2b^2]$ という式の係数は [-1] です。

- 問 7. それぞれの式について、どんな部品(つまり項)がたし合わされて出来ているのか考え、その式の項を全部言うのでしたね。また、文字が入っている項の係数を言うのでしたね。(ただし、文字が入っていない項、つまり数だけの項の係数は言わなくて良いのでした。)
 - (1) 9x + y という式は、9x という部品と y という部品項がたし合わされて出来ていま

す。つまり、この式の項は、4x と -7y です。

係数というのは、それぞれの部品(つまり項)の中にある数のことでしたね。ですから、9x という項の係数は9 で、y という項の係数は1 ですね。

(2) $\frac{a}{5}-6b$ という式は $\frac{a}{5}+(-6b)$ という式と同じですね。ですからこの式は、 $\frac{a}{5}$ と いう部品と -6b という部品がたし合わされて出来ています。つまり、この式の項は、 $\frac{a}{5}$ と -6b です。

係数というのは、それぞれの部品(つまり項)の中にある数のことでしたね。ですから、 $\frac{5}{a}$ という項は $\frac{1}{5} \times a$ と同じなのでの係数は $\frac{1}{5}$ です。また、-6b という項の係数は -6 ですね。

(3) a-b+3という式は a+(-b)+3という式と同じですね。ですからこの式は、a という部品と -b という部品と 3 がたし合わされて出来ています。つまり、この式の項は、a と -b と 3 です。

係数というのは、それぞれの部品(つまり項)の中にある数のことでしたね。ですから、a という項の係数は 1 で、-b という項の係数は -1 ですね。

(4) $3x^2 - 5x + 1$ という式は $3x^2 + (-5x) + 1$ という式と同じですね。ですからこの式は、 $3x^2$ という部品と -5x という部品と 1 がたし合わされて出来ています。つまり、この式の項は、 3^2x と -5x と 1 です。(この問題では、文字が入っていない項、つまり数だけの項の係数は言わなくて良いのでした。)

係数というのは、それぞれの部品(つまり項)の中にある数のことでしたね。ですから、 $3x^2$ という項の係数は 3 で、-5x という項の係数は -5 ですね。(この問題では、文字が入っていない項、つまり数だけの項の係数は言わなくて良いのでした。)

- 問 8. それぞれの式について次数を答える問題でしたね。
 - (1) 12x という式は 12 と x をかけてできている式ですね。ですから文字は x 個だけです。よってこの式の次数は 1 ということになります。
 - (2) $-3c^2$ という式は -3 と c と c をかけてできている式ですね。ですから文字は c と c の 2 個です。よってこの式の次数は 2 ということになります。
 - (3) -6ab という式は -6 と a と b をかけてできている式ですね。ですから文字は a と b の 2 個です。よってこの式の次数は 2 ということになります。
 - (4) $-2xy^2$ という式は -2 と x と y と y をかけてできている式ですね。ですから文字は x と y と y の 3 個です。よってこの式の次数は 3 ということになります。

- 問 9. それぞれの式について次数を答える問題でしたね。。
 - (1) 7-3x という式には 7 という部品と -3x という部品があります。

まず、7 という部品の次数を調べます。この部品は「7 という数」だけをかけてできているのですから、文字は0 個です。ですからこの部品の次数は0 です。

次に-3xという部品の次数を調べます。この部品は「-3という数」と「xという文字」をかけてできているのですから、文字は1個です。ですからこの部品の次数は1です。

これで全ての部品の次数がわかりました。この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのは 1 ですね。ですから 7-3x という式の次数は 1 ですね。

(2) 2a + 7b - 5 という式には 2a という部品と 7b という部品と -5 という部品があります。

まず、2a という部品の次数を調べます。この部品は「2 という数」と「a という文字」をかけてできているのですから、文字は1 個です。ですからこの部品の次数は1です。

次に7bという部品の次数を調べます。この部品は「7という数」と「bという文

字」をかけてできているのですから、文字は1個です。ですからこの部品の次数は1です。

最後に、-5という部品の次数を調べます。この部品は「-5という数」だけをかけてでできているのですから、文字は0個です。ですからこの部品の次数は0です。

これで全ての部品の次数がわかりました。この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのは1ですね。ですから2a+7b-5という式の次数は1ですね。

(3) $2y - 5x^2 + 4$ という式には 2y という部品と $-5x^2$ という部品と 4 という部品があります。

まず、2y という部品の次数を調べます。この部品は「2 という数」と「y という文字」をかけてできているのですから、文字は1 個です。ですからこの部品の次数は1 です。

次に $-5x^2$ という部品の次数を調べます。この部品は「-5 という数」と「x という文字」と「x という文字」をかけてできているのですから、文字は 2 個です。ですからこの部品の次数は 2 です。

最後に、4 という部品の次数を調べます。この部品は「4 という数」だけをかけてできているのですから、文字は0 個です。ですからこの部品の次数は0 です。

これで全ての部品の次数がわかりました。この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのは 2 ですね。ですから $2y-5x^2+4$ という式の次数は 2 ですね。

(4) $2x^2 - 7y^2 + 4$ という式には $2x^2$ という部品と $-7y^2$ という部品と 4 という部品があります。

まず、 $2x^2$ という部品の次数を調べます。この部品は「2 という数」と「x という文字」と「x という文字」をかけてできているのですから、文字は2 個です。ですからこの部品の次数は2 です。

次に $-7y^2$ という部品の次数を調べます。この部品は[-7]という数」と[y]という

文字」と「y という文字」をかけてできているのですから、文字は2 個です。ですからこの部品の次数は2です。

最後に、4 という部品の次数を調べます。この部品は「4 という数」だけをかけてできているのですから、文字は0 個です。ですからこの部品の次数は0 です。

これで全ての部品の次数がわかりました。この式の中にある部品の次数のうち、最も大きいのは 2 ですね。ですから $2x^2-7y^2+4$ という式の次数は 2 ですね。

本文へ戻る

問 10.

- (1) $(-9) \times 7 + 5 \times 7$ の計算結果と $\{(-9) + 5\} \times 7$ の計算結果は同じです。計算しなくてもわかりますね。
- (2) $(-12) \times (-8) 6 \times (-8)$ の計算結果と $\{(-12) 6\} \times (-8)$ の計算結果は同じです。計算しなくてもわかりますね。

本文へ戻る

問 11. 式の見掛けを変えて、簡単な式にする問題でしたね。

(1)
$$7x - 3x = 7 \times x - 3 \times x$$
 (2) $a - 4a = 1 \times a - 4 \times a$
 $= (7 - 3) \times x$ $= (1 - 4) \times x$
 $= 4 \times x$ $= -3 \times a$
 $= 4x$ $= -3a$

(3)
$$-2y + 5y = -2 \times y + 5 \times y$$
 (4) $-3b - 6b = -3 \times b - 6 \times b$
 $= (-2 + 5) \times y$ $= (-3 - 6) \times b$
 $= 3 \times y$ $= -9 \times b$
 $= 3y$ $= -9b$

(5)
$$\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}x = \frac{3}{4} \times x + \frac{5}{4} \times x$$

$$= \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{4}\right) \times x$$

$$= \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{4}\right) \times x$$

$$= \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right) \times y$$

$$= 2 \times x$$

$$= 2x$$

$$= \frac{2}{3} \times y$$

(6)
$$y - \frac{1}{3}y = 1 \times y - \frac{1}{3} \times y$$

$$= \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times y$$

$$= \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right) \times y$$

$$= \frac{2}{3} \times y$$

$$= \frac{2}{3}y$$

本文へ戻る

問 12.

(1) 4x + 2

(2) -2

(3) -3x + 1

(4) -3x

(5) 19a - 4

(6) 5b - 7

本文へ戻る

問 13.

$$-(2a + 5) = (-1) \times (2a + 5)$$
$$= (-1) \times 2a + (-1) \times 5$$
$$= -2a - 5$$

と計算をすることができます。

というわけで答えは ア. ですね。

本文へ戻る

問 14.

(1)
$$-(3x - 8) = (-1) \times (3x - 8)$$

= $(-1) \times 3x + (-1) \times (-8)$
= $-3x + 8$

(2)
$$-(6a + 4) = (-1) \times (6a + 4)$$

= $(-1) \times 6a + (-1) \times 4$
= $-6a - 4$
(3) $-(-4b - 3) = (-1) \times (-4b - 3)$

$$= (-1) \times (-4b - 3)$$

$$= (-1) \times (-4b) + (-1) \times (-3)$$

$$= 4b - 3$$

(4)
$$-(-7y + 3) = (-1) \times (-7y + 3)$$

= $(-1) \times (-7y) + (-1) \times 3$
= $7y - 3$

問 15.

(1)
$$3x + (-5x + 4) = 3x - 5x + 4$$
 (2) $3x - 2 + (-5x + 4) = 3x - 2 - 5x + 4$
 $= -2x + 4$ $= 3x - 5x - 2 + 4$
 $= -2x + 2$

(3)
$$3x - (-5x + 4) = 3x + 5x - 4$$

 $= 8x - 4$
 $= 3x - 2 - 5x - 4$
 $= 3x - 5x - 2 - 4$
 $= -2x - 6$

(5)
$$2a - 3 + (6 - 7a) = 2a - 3 + 6 - 7a$$
 (6) $2a - 3 - (6 - 7a) = 2a - 3 - 6 + 7a$
 $= 2a - 7a - 3 + 6$ $= 2a + 7a - 3 - 6$
 $= -5a + 3$ $= 9a - 9$

問 16. 式の見かけを変えて簡単な式にする問題でしたね。

(1)
$$6a - 3b + 2a - 4b = 6a + 2a - 3b - 4b$$

= $(6a + 2a) + (3b - 4b)$
= $(6 + 2)a + (3 - 4)b$
= $8a - b$

(2)
$$2x + 3y - 5x + 7 = 2x - 5x + 3y + 7$$

= $(2x - 5x) + 3y + 7$
= $(2 - 5)x + 3y + 7$
= $-3x + 3y + 7$

(3)
$$-2a + 3b + 2 + 4a - 3b = -2a + 4a + 3b - 3b + 2$$

 $= (-2a + 4a) + (3b - 3b) + 2$
 $= (-2 + 4)a + (3 - 3)b + 2$
 $= 2a + 2$

(4)
$$5x + 2 - 3y + 2x + 5y - 9 = 5x + 2x - 3y + 5y + 2 - 9$$

$$= (5x + 2x) + (-3y + 5y) + 2 - 9$$

$$= (5 + 2)x + (-3 + 5)y + 2 - 9$$

$$= 7x + 2y - 7$$

本文へ戻る

問 17. 式の見かけを変えて簡単な式にする問題でしたね。

(1)
$$a^2 - 3a + 5 + 2a^2 - 4a + 4 = a^2 + 2a^2 - 3a - 4a + 5 + 4$$

$$= (a^2 + 2a^2) + (-3a - 4a) + 5 + 4$$

$$= (1+2)a^2 + (-3-4)a + 5 + 4$$

$$= 3a^2 - 7a + 9$$

$$(2) 2x^{2} + 3 - 5x^{2} + 7 = 2x^{2} - 5x^{2} + 3 + 7$$

$$= (2x^{2} - 5x^{2}) + 3 + 7$$

$$= (2 - 5)x^{2} + 3 + 7$$

$$= -3x + 10$$

$$(3) -2a^{2} + 2a + 4a - 3a^{2} = -2a^{2} - 3a^{2} + 2a + 4a$$

$$= (-2a^{2} - 3a^{2}) + (2a + 4a)$$

$$= (-2 - 3)a^{2} + (2 + 4)a$$

$$= -5a^{2} + 6a$$

$$(4) 5y^{2} - 3y + 2y^{2} + 5y - 9 = 5y^{2} + 2y^{2} - 3y + 5y - 9$$

$$= (5y^{2} + 2y^{2}) + (-3y + 5y) - 9$$

問 18. 3x-4y という式に 7x+6y という式を「たしたら」どうなるのか考えることにしたのでしたね。

 $=7v^2 + 2v - 9$

 $= (5+2)y^2 + (-3+5)y - 9$

(1) 「3x-4y という式と 7x+6y という式をたしてください。」と言われたら、とりあえず

$$(3x - 4y) + (7x + 6y)$$

という式を書けばよいですね。

(2) (1) で書いた式を計算して、見かけを簡単にするのでしたね。次のように計算を進めることができます。

$$(3x - 4y) + (7x + 6y) = 3x - 4y + 7x + 6y$$
$$= 3x + 7x - 4y + 6y$$
$$= (3 + 7)x + (-4 + 6)y$$
$$= 10x + 2y$$

2行目から3行目へ移るときに、分配法則を使ったのですよ。注意してくださいね。

本文へ戻る

問 19. 3x - 4y という式から 7x + 6y という式を「ひいたら」どうなるのか考えること にしたのでしたね。

(1) 「3x-4y という式から 7x+6y という式をひいてください。」と言われたら、とりあえず

$$(3x - 4y) - (7x + 6y)$$

という式を書けばよいですね。

(2) (1) で書いた式を計算して、見かけを簡単にするのでしたね。次のように計算を進めることができます。

$$(3x - 4y) - (7x + 6y) = 3x - 4y - 7x - 6y$$
$$= 3x - 7x - 4y - 6y$$
$$= (3 - 7)x + (-4 - 6)y$$
$$= -4x - 10y$$

2行目から3行目へ移るときに、分配法則を使ったのですよ。注意してくださいね。

本文へ戻る

問 20. それぞれの式は以下のように計算をして、見かけを簡単にすることができます。

(1)
$$(3a+5b) + (6a-3b) = 3a+5b+6a-3b$$

= $3a+6a+5b-3b$
= $(3+6)a+(5-3)b$
= $9a+2b$

$$(2) (-2x + 9y) + (3x - 8y) = -2x + 9y + 3x - 8y$$

$$= -2x + +3x + 9y - 8y$$

$$= (-2 + 3)x + (9 - 8)y$$

$$= x + y$$

$$(3) (5x - 4y) + (-8x + 4y) = 5x - 4y - 8x + 4y$$

$$= 5x - 8x - 4y + 4y$$

$$= (5 - 8)x + (-4 + 4)y$$

$$= -3x$$

$$(4) (a + 3b) + (9b - 8a) = a + 3b + 9b - 8a$$

$$= a - 8a + 3b + 9b$$

$$= (1 - 8)a + (3 + 9)b$$

$$= -7a + 12b$$

$$(5) (6x + 4y) - (2x + 3y) = 6x + 4y - 2x - 3y$$

$$= 6x - 2x + 4y - 3y$$

$$= (6 - 2)x + (4 - 3)y$$

$$= 4x + y$$

$$(6) (5x - 3y) - (8x - 5y) = 5x - 3y - 8x + 5y$$

$$= 5x - 8x - 3y + 5y$$

$$= (5 - 8)x + (-3 + 5)y$$

$$= -3x + 2y$$

$$(7) (-2x + 11y) - (-7x - 6y) = -2x + 11y + 7x + 6y$$

$$= -2x + 7x + 11y + 6y$$

$$= (-2 + 7)x + (11 + 6)y$$

$$= 5x + 17y$$

(8)
$$(9b-a) - (-9b-a) = 9b - a + 9b + a$$

 $= 9b + 9b - a + a$
 $= (9+9)b + (-1+1)a$
 $= 18b$

本文へ戻る

問 **21.** -2x という式は、そもそも $\boxed{-2}$ という数と \boxed{x} という文字をかけて出来ています。つまり、

$$-2x = (-2) \times x$$

ですよね。

また 7y という式は、そもそも $\boxed{7}$ という数と \boxed{y} という文字をかけて出来ています。 つまり、

$$7y = 7 \times y$$

ですよね。

そうすると、-2x という式に 7y という式をかけるということは、「 $\boxed{-2}$ という数」と「 \boxed{x} という文字」と「 $\boxed{7}$ という数」と「 \boxed{y} という文字」をかけるということになります。つまり、

$$-2x \times 7y = (-2) \times x \times 7 \times y$$

ですよね。4つのものをかけ算することになりましたが、この式はかけ算だけの式なので、どれとどれを先にかけ算してもよいですね。(結合法則と交換法則のおかげですよ。)そこで、 $\begin{bmatrix} -2 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} 7 \end{bmatrix}$ をまずかけてしまいましょう。だって、 $\begin{bmatrix} -2 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} 7 \end{bmatrix}$ は数だから計算出来ちゃいますよね。そうすると、次のように計算が進むわけです。

$$-2x \times 7y = (-2) \times x \times 7 \times y$$
$$= (-2) \times 7 \times x \times y$$
$$= \boxed{-14} \times \boxed{xy}$$
$$= \boxed{-14xy}$$

問 22. -2x という式は、そもそも $\begin{bmatrix} -2 \end{bmatrix}$ という数と $\begin{bmatrix} x \end{bmatrix}$ という文字をかけて出来ています。つまり、

$$-2x = (-2) \times x$$

ですよね。

また 7x という式は、そもそも $\boxed{7}$ という数と \boxed{x} という文字をかけて出来ています。 つまり、

$$7x = 7 \times x$$

ですよね。

そうすると、-2x という式に 7x という式をかけるということは、「-2 という数」と「x という文字」と「x という文字」をかけるということになります。つまり、

$$-2x \times 7x = (-2) \times x \times 7 \times x$$

ですよね。4つのものをかけ算することになりましたが、この式はかけ算だけの式なので、どれとどれを先にかけ算してもよいのですね。(結合法則と交換法則のおかげですよ。)そこで、 $\boxed{-2}$ と $\boxed{7}$ をまずかけてしまいましょう。だって、 $\boxed{-2}$ と $\boxed{7}$ は数だから計算出来ちゃいますよね。そうすると、次のように計算が進むわけです。

$$-2x \times 7x = (-2) \times x \times 7 \times x$$
$$= (-2) \times 7 \times x \times x$$
$$= \boxed{-14} \times \boxed{x^2}$$
$$= \boxed{-14x^2}$$

本文へ戻る

問 23. それぞれの式は、以下のように計算を進めて見かけを簡単にすることができます。

(1)
$$5x \times 6y = 5 \times x \times 6 \times y$$

 $= 5 \times 6 \times x \times y$
 $= 30 \times xy$
 $= 30xy$
(2) $3a \times (-7a) = 3 \times a \times (-7) \times a$

(2)
$$3a \times (-7a) = 3 \times a \times (-7) \times a$$

$$= 3 \times (-7) \times a \times (-7) \times a$$

$$= -21 \times a^{2}$$

$$= -21a^{2}$$

$$(3) -a \times 5b = 1 \times a \times 5 \times b$$
$$= -1 \times 5 \times a \times b$$
$$= -5 \times ab$$
$$= -5ab$$

$$(4) -2x \times (-3x) = -2 \times x \times (-3) \times x$$
$$= -2 \times (-3) \times x \times x$$
$$= 6 \times x^{2}$$
$$= 6x^{2}$$

(5)
$$10x \times \frac{2}{5}y = 10 \times x \times \frac{2}{5} \times y$$

= $10 \times \frac{2}{5} \times x \times y$
= $4 \times xy$

$$=4xy$$

(6)
$$-\frac{3}{8}a \times 24b = -\frac{3}{8} \times a \times 24 \times b$$
$$= -\frac{3}{8} \times 24 \times a \times b$$
$$= -9 \times ab$$
$$= -9 \times ab$$

$$(7) 15x \times \left(-\frac{2}{3}y\right) = 15 \times x \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times y$$

$$= 15 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times x \times y$$

$$= 10 \times xy$$

$$= 10xy$$

$$(8) -\frac{3}{10}a \times \frac{5}{9}a = -\frac{3}{10} \times a \times \frac{5}{9} \times a$$

$$= -\frac{3}{10} \times \frac{5}{9} \times a \times a$$

$$= -\frac{1}{6} \times a^{2}$$

$$= -\frac{1}{6}a^{2}$$

問 24. それぞれの式は、以下のように計算を進めて見かけを簡単にすることができます。

$$= (-7) \times (-7) \times x \times x$$

$$= 49 \times x^{2}$$

$$= 49x^{2}$$

$$(2) \quad -(-7x)^{2} = (-1) \times (-7x) \times (-7x)$$

$$= (-1) \times (-7) \times x \times (-7) \times x$$

$$= (-1) \times (-7) \times (-7) \times x \times x$$

$$= -49 \times x^{2}$$

$$= -49x^{2}$$

 $= (-7) \times x \times (-7) \times x$

(1) $(-7x)^2 = (-7x) \times (-7x)$

(3)
$$2a \times (-5a)^2 = 2 \times a \times (-5a) \times (-5a)$$

 $= 2 \times a \times (-5) \times a \times (-5) \times a$
 $= 2 \times (-5) \times (-5) \times a \times a \times a$
 $= 50 \times a^3$
 $= 50a^3$
(4) $(-7a)^2 \times 4a = (-7a) \times (-7a) \times 4 \times a$
 $= (-7) \times a \times (-7) \times a \times 4 \times a$
 $= (-7) \times (-7) \times 4 \times a \times a \times a$
 $= 196 \times a^3$
 $= 196a^3$

$$(5) \quad \frac{3}{5}x \times (5x)^2 = \frac{3}{5} \times x \times (5x) \times (5x)$$
$$= \frac{3}{5} \times x \times 5 \times x \times 5 \times x$$
$$= \frac{3}{5} \times 5 \times 5 \times x \times x \times x$$
$$= 15 \times x^3$$

$$=15x^3$$

(6)
$$(-3) \times (-7x)^2 = (-3) \times (-7x) \times (-7x)$$

$$= (-3) \times (-7) \times x \times (-7) \times x$$

$$= (-3) \times (-7) \times (-7) \times x \times x$$

$$= -147 \times xy$$

$$= -147xy$$

問 **25.** かけ算のマークを使うと、そもそも $-6a^2b$ という式は $\boxed{-6} \times \boxed{a} \times \boxed{a} \times \boxed{b}$ のことで、2ab という式は $\boxed{2} \times \boxed{a} \times \boxed{b}$ のことです。ですからとりあえず、

$$-6a^{2}b \div 2ab = \frac{\boxed{-6} \times \boxed{a} \times \boxed{a} \times \boxed{b}}{\boxed{2} \times \boxed{a} \times \boxed{b}}$$

となるわけです。次はこの式を約分していきます。すると、

$$\frac{(-6) \times a \times a \times b}{2 \times a \times b} = \frac{\boxed{-3} \quad \boxed{1}}{2 \times a \times b} \times a \times b}{\boxed{1} \quad \boxed{1}}$$

$$= \frac{\boxed{-3} \times \boxed{1} \times a \times \boxed{1}}{\boxed{1} \times \boxed{1}}$$

$$= \boxed{-3a}$$

となりますね。

問 26. それぞれの式は、以下のように計算を進めて見かけを簡単にすることができます。

(1)
$$8xy \div 4y = \frac{8 \times x \times y}{4 \times y}$$
$$= \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \times x \times \overset{1}{\cancel{y}}}{\overset{4}{\cancel{1}} \times \overset{1}{\cancel{y}}}$$
$$= \frac{2x}{1}$$
$$= 2x$$
$$(2) \quad 24x^{2} \div 4x = \frac{24 \times x \times x}{4 \times x}$$
$$= \frac{\overset{6}{\cancel{24}} \times \overset{2}{\cancel{x}} \times x}{\overset{1}{\cancel{4}} \times \overset{2}{\cancel{x}}}$$
$$= \frac{6x}{1}$$
$$= 6x$$

$$(3) -18xy^{2} \div 6y = \frac{-18 \times x \times y \times y}{6 \times y} \qquad (4) -18a^{2}b \div (-9ab) = \frac{-18 \times a \times a \times b}{-9 \times a \times b}$$

$$= \frac{-3}{\cancel{8} \times \cancel{8} \times \cancel{8} \times \cancel{9} \times \cancel{9}}{\cancel{8} \times \cancel{9} \times \cancel{1} \times \cancel{1}}$$

$$= \frac{-3xy}{1}$$

$$= -3xy$$

$$= 2a$$

本文へ戻る

問 27. $-\frac{2x}{7}$ という式について考えることにします。

 $-\frac{2x}{7}$ という式について考えることにします。

 $\frac{\triangle}{7}$ と $\frac{1}{7} \times \triangle$ は同じですから、

$$-\frac{2x}{7}$$
 と $-\frac{1}{7}$ × $2x$ は同じ

であることがわかります。またもちろん、

$$-\frac{1}{7} \times 2x \,\, \mathcal{E} \,\, -\frac{1}{7} \times \boxed{2} \times \boxed{x}$$
 は同じ

です。3つの数のかけ算はどこを先にかけても良いのですから、

$$-\frac{1}{7} \times 2 \times x$$
 と $\left[-\frac{2}{7}\right] \times x$ は同じ

です。かけ算のマークを省略すれば、

$$-rac{2}{7} imes x$$
 と $\left[-rac{2}{7}x
ight]$ は同じ

です。以上で、結局、

$$-\frac{2x}{7}$$
 と $\left[-\frac{2}{7}x\right]$ は同じ

ということがわかりました。

本文へ戻る

問 28. 問 27 をいっしょうけんめい考えると、

$$-\frac{2x}{7}$$
 と $-\frac{2}{7}x$ は同じ

ということがわかりました。同じように考えると、

$$\frac{3a}{2}$$
 と $\boxed{\frac{3}{2}a}$ は同じ

であることがわかります。また、

$$\left\lceil -\frac{8x}{3} \right\rceil$$
と $-\frac{8}{3}x$ は同じ

ということもわかります。

本文へ戻る

問 **29.** $\frac{8}{7}a^2$ は $\frac{8a^2}{7}$ と同じです。また、 $-\frac{4}{7}a$ は $-\frac{4a}{7}$ と同じです。ですから、 $\frac{8}{7}a^2$ という式を $-\frac{4}{7}a$ という式でわる代わりに、 $\frac{8a^2}{7}$ という式を $-\frac{4a}{7}$ という式でわることにします。

「 \div $\left(-\frac{4a}{7}\right)$ 」をすることと、「 \times $\left(\boxed{-\frac{7}{4a}}\right)$ 」をすることは同じことです。ですから、次のように計算を進めることが出来ます。

$$\frac{8a^2}{7} \div \left(-\frac{4a}{7}\right) = \frac{8a^2}{7} \times \left(-\frac{7}{4a}\right)$$
$$= -\frac{8a^2 \times 7}{7 \times 4a}$$

ここまでくれば、あとは 47 ページの例題 24 と同じように、かけ算のマークを復活して 約分をする方法で計算を進めることができますね。ではやってみます。

$$-\frac{8a^{2} \times 7}{7 \times 4a} = -\frac{8 \times a \times \boxed{a} \times 7}{7 \times \boxed{4} \times \boxed{a}}$$

$$= -\frac{2}{8 \times \cancel{a} \times a \times \cancel{7}}$$

$$= -\frac{2}{7 \times \cancel{4} \times \cancel{a}}$$

$$= \boxed{1}$$

$$= \boxed{-2a}$$

となりますね。

本文へ戻る

問 30. それぞれの式は以下のように計算できます。

(1)
$$8a \div \frac{4}{3}a = 8a \div \frac{4a}{3}$$
$$= 8a \times \frac{3}{4a}$$
$$= \frac{8a \times 3}{4a}$$
$$= \frac{8 \times a \times 3}{4a}$$
$$= \frac{8 \times a \times 3}{4 \times a}$$
$$= \frac{\frac{2}{8} \times \frac{1}{a} \times 3}{\frac{4}{1} \times \frac{a}{1}}$$
$$= 6$$

$$(2) -15x^{2} \div \left(-\frac{3}{2}x\right) = -15x^{2} \div \left(-\frac{3x}{2}\right)$$

$$= -15x^{2} \times \left(-\frac{2}{3x}\right)$$

$$= \frac{15x^{2} \times 2}{3x}$$

$$= \frac{15 \times x \times x \times 2}{3 \times x}$$

$$= \frac{\frac{15}{3} \times \frac{1}{x} \times x \times 2}{\frac{3}{1} \times \frac{1}{1}}$$

$$= 10x$$

$$(3) 9xy \div \left(-\frac{3}{2}x\right) = 9xy \div \left(-\frac{3x}{2}\right)$$

$$= 9xy \times \left(-\frac{2}{3x}\right)$$

$$= -\frac{9xy \times 2}{3x}$$

$$= -\frac{9x \times x \times y \times 2}{3 \times x}$$

$$= -\frac{\frac{3}{9} \times \frac{1}{x} \times y \times 2}{\frac{3}{1} \times \frac{1}{1}}$$

$$= -6y$$

$$(4) -7xy^{2} \div \frac{7}{3}x = -7xy^{2} \div \frac{7x}{3}$$

$$= -7xy^{2} \times \frac{3}{7x}$$

$$= -7xy^{2} \times \frac{3}{7x}$$

$$= -\frac{7xy^{2} \times 3}{7 \times x}$$

$$= -\frac{\frac{7}{7} \times \frac{1}{x} \times y \times y \times 3}{7 \times x}$$

$$= -\frac{\frac{1}{7} \times \frac{1}{x} \times y \times y \times 3}{7 \times x}$$

$$= -3y^{2}$$

$$(5) \left(-\frac{3}{5}a^{2}b\right) \div \frac{6}{5}ab = \left(-\frac{3a^{2}b}{5}\right) \div \frac{6ab}{5}$$

$$= \left(-\frac{3a^{2}b}{5}\right) \times \frac{5}{6ab}$$

$$= -\frac{3a^{2}b \times 5}{5 \times 6ab}$$

$$= -\frac{3 \times a \times a \times b \times 5}{5 \times 6 \times a \times b}$$

$$= -\frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{a} \times a \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{b}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}$$

$$= -\frac{a}{2}$$

$$(6) \left(-\frac{2}{7}ab^{2}\right) \div \left(-\frac{4}{3}b\right) = \left(-\frac{2ab^{2}}{7}\right) \div \left(-\frac{4b}{3}\right)$$

$$= \left(-\frac{2ab^{2}}{7}\right) \times \left(-\frac{3}{4b}\right)$$

$$= \frac{2ab^{2} \times 3}{7 \times 4b}$$

$$= \frac{2 \times a \times b \times b \times 3}{7 \times 4 \times b}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times a \times \frac{1}{b} \times b \times 3}{7 \times 4 \times b}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times a \times \frac{1}{b} \times b \times 3}{7 \times 4 \times b}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times a \times \frac{1}{b} \times b \times 3}{7 \times 4 \times b}$$

$$= \frac{-\frac{3b}{14}}{14}$$

$$(7) \left(-\frac{5}{18}ab\right) \div \left(-\frac{10}{9}b\right) = \left(-\frac{5ab}{18}\right) \div \left(-\frac{10b}{9}\right)$$

$$= \left(-\frac{5ab}{18}\right) \times \left(-\frac{9}{10b}\right)$$

$$= \frac{5ab \times 9}{18 \times 10b}$$

$$= \frac{5 \times a \times b \times 9}{18 \times 10 \times b}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times a \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{9}}{\frac{1}{2} \times 10 \times \frac{1}{b}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times a \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{9}}{\frac{1}{2} \times 10 \times \frac{1}{b}}$$

$$= \frac{a}{4}$$

$$(8) \quad \frac{2}{5}x^2y^2 \div \frac{3}{10}xy = \frac{2x^2y^2}{5} \div \frac{3xy}{10}$$

$$= \frac{2x^2y^2}{5} \times \frac{10}{3xy}$$

$$= \frac{2x^2y^2 \times 10}{5 \times 3xy}$$

$$= \frac{2 \times x \times x \times y \times y \times 10}{5 \times 3 \times x \times y}$$

$$= \frac{2 \times \frac{1}{3} \times x \times \frac{1}{3} \times y \times \frac{1}{3}}{\frac{3}{1} \times 3 \times \frac{x}{1} \times \frac{y}{1}}$$

$$= \frac{4xy}{3}$$

問 31. それぞれの式は以下のように計算できます。

$$(1) (-5xy) \times 7y \div (-10x) = (-5xy) \times 7y \times \left(-\frac{1}{10x}\right)$$

$$= \frac{5xy \times 7y}{10x}$$

$$= \frac{5 \times x \times y \times 7 \times y}{10 \times x}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{x} \times y \times 7 \times y}{\frac{10}{2} \times \frac{x}{1}}$$

$$= \frac{7y^2}{2}$$

$$(2) 7a \times 4b \div (-14a) = 7a \times 4b \times \left(-\frac{1}{14a}\right)$$

$$= -\frac{7a \times 4b}{14a}$$

$$= -\frac{7 \times a \times 4 \times b}{14 \times a}$$

$$= -\frac{\frac{1}{7} \times \frac{1}{a} \times \frac{2}{4} \times b}{\frac{14}{1} \times \frac{a}{1}}$$

$$= -2b$$

(3)
$$24xy \div (-6x) \times (-3xy) = 24xy \times \left(-\frac{1}{6x}\right) \times (-3xy)$$

$$= \frac{24xy \times 3xy}{6x}$$

$$= \frac{24 \times x \times y \times 3 \times x \times y}{6 \times x}$$

$$= \frac{\frac{4}{4} \times \frac{1}{x} \times y \times 3 \times x \times y}{\frac{6}{1} \times \frac{x}{1}}$$

$$= 12xy^{2}$$
(4) $-24x^{2}y \div (-6x) \div (-3y) = -24x^{2}y \times \left(-\frac{1}{6x}\right) \times \left(-\frac{1}{3y}\right)$

$$= -\frac{24x^{2}y}{6x \times 3y}$$

$$= -\frac{24 \times x \times x \times y}{6 \times x \times 3 \times y}$$

$$= -\frac{\frac{4}{4} \times \frac{1}{x} \times x \times \frac{1}{y}}{\frac{6}{1} \times \frac{x}{1} \times 3 \times \frac{y}{1}}$$

$$= -\frac{4x}{3}$$

$$= -\frac{4x}{3}$$

問 32. それぞれの式は以下のように計算できます。

$$(1) \quad \frac{3}{5}xy^{2} \div \left(-\frac{3}{10}x\right) \div \left(-\frac{2}{3}y\right) = \frac{3xy^{2}}{5} \div \left(-\frac{3x}{10}\right) \div \left(-\frac{2y}{3}\right)$$

$$= \frac{3xy^{2}}{5} \times \left(-\frac{10}{3x}\right) \times \left(-\frac{3}{2y}\right)$$

$$= \frac{3xy^{2} \times 10 \times 3}{5 \times 3x \times 2y}$$

$$= \frac{3 \times x \times y \times y \times 10 \times 3}{5 \times 3 \times x \times 2 \times y}$$

$$= \frac{\frac{3}{3} \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{y} \times y \times \frac{10}{2} \times 3}{\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{x}{5} \times \frac{x}{5} \times \frac{x}{5} \times \frac{y}{5} \times \frac{y}{1}}$$

$$= 3y$$

$$(2) -27a^{2}b \times \left(-\frac{2}{3}b\right) \div (-9ab) = -27a^{2}b \times \left(-\frac{2b}{3}\right) \div (-9ab)$$

$$= -27a^{2}b \times \left(-\frac{2b}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{9ab}\right)$$

$$= -\frac{27ab^{2} \times 2b}{3 \times 9ab}$$

$$= -\frac{27 \times a \times b \times b \times 2 \times b}{3 \times 9 \times a \times b}$$

$$= -\frac{\frac{b}{27} \times \frac{1}{a} \times \frac{b}{b} \times b \times 2 \times b}{3 \times 9 \times a \times b}$$

$$= -\frac{27}{3} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{b}{1}$$

$$= 2b^{2}$$

$$(3) \left(-\frac{5}{3}y\right) \times \frac{7}{15}xy \div \frac{5}{6}xy^{2} = \left(-\frac{5y}{3}\right) \times \frac{7xy}{15} \div \frac{5xy^{2}}{6}$$

$$= \left(-\frac{5y}{3}\right) \times \frac{7xy}{15} \times \frac{6}{5xy^{2}}$$

$$= -\frac{5y \times 7xy \times 6}{3 \times 15 \times 5xy^{2}}$$

$$= -\frac{5 \times y \times 7 \times x \times y \times 6}{3 \times 15 \times 5 \times x \times y \times y}$$

$$= -\frac{\frac{1}{5} \times \frac{1}{y} \times 7 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{y} \times \frac{2}{6}}{\frac{3}{2} \times 15 \times \frac{7}{5} \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{y} \times \frac{6}{1}}$$

$$= -\frac{14}{15}$$

$$(4) \left(-\frac{3}{7}a^{2}b^{2}\right) \div 2ab \div \left(-\frac{3}{4}b\right) = \left(-\frac{3a^{2}b^{2}}{7}\right) \div 2ab \div \left(-\frac{3b}{4}\right)$$

$$= \left(-\frac{3a^{2}b^{2}}{7}\right) \times \frac{1}{2ab} \times \left(-\frac{4}{3b}\right)$$

$$= \frac{3a^{2}b^{2} \times 4}{7 \times 2ab \times 3b}$$

$$= \frac{3 \times a \times a \times b \times b \times 4}{7 \times 2 \times a \times b \times 3 \times b}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{a} \times a \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{a}$$

$$= \frac{1}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}$$

$$= \frac{2a}{7}$$

問 33.

$$-5 \times (2x - 4y) = (-5) \times \boxed{2x} + (-5) \times \left(\boxed{-4x} \right)$$
$$= \boxed{-10x} + \boxed{20y}$$

本文へ戻る

問 34. 分配法則を使って、それぞれの式を書きかえると以下のように計算できます。

(1)
$$7(8x + 5y) = 7 \times 8x + 7 \times 5y$$

= $56x + 35y$

(2)
$$12(3x - 7y) = 12 \times 3x + 12 \times (-7y)$$

= $36x - 84y$

(3)
$$-6(3x - 2y) = -6 \times 3x + (-6) \times (-2y)$$

= $-18x + 12y$

(4)
$$-12\left(\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y\right) = -12 \times \frac{1}{4}x + (-12) \times \frac{2}{3}y$$

= $-3x - 8y$

(5)
$$(x+2y) \times 4 = x \times 4 + 2y \times 4$$

$$=4x+8y$$

$$(6) \ (-3a+b)\times 5 = -3a\times 5 + b\times 5$$

$$= -15a + 5b$$

(7)
$$(9a+6b) \times \frac{1}{3} = 9a \times \frac{1}{3} + 6b \times \frac{1}{3}$$

= $3a + 2b$

(8)
$$\left(-\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right) \times (-18) = -\frac{1}{2}x \times (-18) + \left(-\frac{2}{3}y\right) \times (-18)$$

= $9x + 12y$

問 35.

$$(9x - 12y) \div (-3) = (9x - 12) \times \left(\boxed{-\frac{1}{3}} \right)$$
$$= \boxed{9x} \times \left(-\frac{1}{3} \right) - \boxed{12} \times \left(-\frac{1}{3} \right)$$
$$= \boxed{-3x + 4}$$

本文へ戻る

問 36. 分配法則を使って、それぞれの式を書きかえると以下のように計算できます。

(1)
$$(4a + 8b) \div 2 = (4a + 8b) \times \frac{1}{2}$$

= $4a \times \frac{1}{2} + 8b \times \frac{1}{2}$
= $2a + 4b$

(2)
$$(6x - 21y) \div (-3) = (6x - 21) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$= 6x \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 21y \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$
$$= -2x + 7y$$

(3)
$$(-12a + 8b) \div (-2) = (-12a + 8b) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

= $-12a \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 8b \times \left(-\frac{1}{2}\right)$
= $6a - 4b$

(4)
$$(-14a + 56b) \div (-7) = (-14a + 56b) \times \left(-\frac{1}{7}\right)$$

= $-14a \times \left(-\frac{1}{7}\right) + 56b \times \left(-\frac{1}{7}\right)$
= $2a - 8b$

(5)
$$(x + 2y) \div \left(-\frac{1}{4}\right) = (x + 2y) \times (-4)$$

= $x \times (-4) + 2y \times (-4)$
= $-4x - 8y$

(6)
$$(-3a+b) \div \frac{1}{5} = (-3a+b) \times 5$$

 $= -3a \times 5 + 2b \times 5$
 $= -15a + 10b$
(7) $(6x-18y) \div \frac{3}{5} = (6x-18y) \times \frac{5}{3}$
 $= 6x \times \frac{5}{3} - 18y \times \frac{5}{3}$
 $= 10x - 30y$
(8) $(-12a+20b) \div \left(-\frac{4}{3}\right) = (-12a+20b) \times \left(-\frac{3}{4}\right)$
 $= -12a \times \left(-\frac{3}{4}\right) + 20b \times \left(-\frac{3}{4}\right)$

 $=-12a \times \left(-\frac{3}{4}\right) + 20b \times \left(-\frac{3}{4}\right)$ = 9a - 15b

本文へ戻る

問 37. $\frac{-2a+3b}{6}$ という式は、 $\boxed{-2a+3b}$ という式を $\boxed{6}$ という数でわって出来た式 です。つまり、

$$\frac{-2a+3b}{6} = \left(\boxed{2a+3b} \right) \div \boxed{6}$$

ということです。ところで、 $\lceil 6 \rceil$ でわる」ということと、 $\lceil \frac{1}{6} \rceil$ をかける」ということは同 じことなのですから、

$$\frac{-2a+3b}{6} = \left(\boxed{-2a+3b}\right) \times \boxed{\frac{1}{6}}$$

ということになります。それでは、ここまで考えてきたことを利用して、いよいよ $\frac{-2a+3b}{6}$ という式に 12 をかけるとどうなるのか考えることにしましょう。 $\frac{-2a+3b}{6}$ という式と、 $(-2a+3b) \times \left| \frac{1}{6} \right|$ という式は同じなのですから、

$$\frac{-2a+3b}{6} \times 12 = (-2a+3b) \times \boxed{\frac{1}{6}} \times \boxed{12}$$
$$= (-2a+3b) \times \boxed{2}$$
$$= \boxed{-4a+6b}$$

となるわけです。これが答えですね。

問 38. それぞれの式は以下のように計算を進めることができます。

$$(1) \frac{3x + 5y}{4} \times 8 = (3x + 5y) \times \frac{1}{4} \times 8$$

$$= (3x + 5y) \times 2$$

$$= 6x + 10y$$

$$(2) \frac{9a - 3b}{5} \times 10 = (9a + 3b) \times \frac{1}{5} \times 10$$

$$= (9a - 3b) \times 2$$

$$= 18a - 6b$$

$$(3) \frac{4x - 5y}{7} \times (-7) = (4x - 5y) \times \frac{1}{7} \times (-7)$$

$$= (4x - 5y) \times (-1)$$

$$= -4x + 5y$$

$$(4) \frac{9b - a}{2} \times (-6) = (9b - a) \times \frac{1}{2} \times (-6)$$

$$= (9b - a) \times (-3)$$

$$= -27b + 3a$$

$$(5) 12 \times \frac{3y + 5x}{4} = 12 \times (3y + 5x) \times \frac{1}{4}$$

$$= 12 \times \frac{1}{4} \times (3y + 5x)$$

$$= 3 \times (3y + 5x)$$

$$= 9y + 15x$$

$$(6) -36 \times \frac{7x - 3y}{6} = -36 \times (7x - 3y) \times \frac{1}{6}$$

$$= -36 \times \frac{1}{6} \times (7x - 3y)$$

$$= -6 \times (7x - 3y)$$

本文へ戻る

問 **39.** まず、「8 という数と x-2y をかけて出来る式」は 8(x-2) と書くことが出来ます。また、「7 という数と 2x-3y をかけて出来る式」は 7(2x-3y) と書くことが出来ます。ですから、「8 という数と x-2y をかけて出来る式」から「7 という数と 2x-3y

= -42x + 18y

をかけて出来る式」をひくと、とりあえず、

$$8(x-2)$$
 $7(2x-3y)$

と書くことが出来ます。あとは、この式の見かけをマシにしていきます。分配法則を使って計算を進めると、次のように出来ます。

$$8(x-2y) - 7(2x - 3y) = 8x - 16y - \boxed{14}x + \boxed{21}y$$
$$= 8x - \boxed{14}x - 16y + \boxed{21}y$$
$$= \boxed{-6}x + \boxed{5}y$$

これが答えですね。

本文へ戻る

問 40. それぞれの式は以下のように計算を進めることができます。

$$(1) (x + 5y) + 5(x - 7y) = x + 5y + 5x - 35y$$

$$= x + 5x + 5y - 35y$$

$$= (1 + 5)x + (5 - 35)y$$

$$= 6x - 30y$$

$$(2) 7(a - 3b) - 9(a + 4b) = 7a - 21b - 9a - 36b$$

$$= 7a - 9a - 21b - 36b$$

$$= (7 - 9)a + (-21 - 36)b$$

$$= -2a - 57b$$

$$(3) 3(-4x + 5y) + 5(2x + 7y) = -12x + 15y + 10x + 35y$$

$$= -12x + 10x + 15y + 35y$$

$$= (-12 + 10)x + (15 + 35)y$$

$$= -2x + 50y$$

$$(4) 5a + 4b + 2(-2a + b) = 5a + 4b - 4a + 2b$$

$$= 5a - 4a + 4b + 2b$$

$$= (5 - 4)a + (4 + 2)b$$

$$= -a + 6b$$

$$(5) 2(3a - 4b) - 7(a - 5b) = 6a - 8b - 7a + 35b$$

$$= 6a - 7a - 8b + 35b$$

$$= (6 - 7)a + (-8 + 35)b$$

$$= -a + 27b$$

$$(6) 8(x + 7y) - 9(x + 5y) = 8x + 56y - 9x - 45y$$

$$= 8x - 9x + 56y - 45y$$

$$= (8 - 9)x + (56 - 45)y$$

$$= -x + 11y$$

$$(7) -3(2x + 5y) - 7(3x - y) = -6x - 15y - 21x + 7y$$

$$= -6x - 21x - 15y + 7y$$

$$= (-6 - 21)x + (-15 + 7)y$$

$$= -27x - 8y$$

$$(8) 8x + 3y - 3(2x + 7y) = 8x + 3y - 6x - 21y$$

$$= 8x - 6x + 3y - 21y$$

問 41. まず、「 $\frac{1}{3}$ という数と 2x+y をかけて出来る式」は $\boxed{\frac{1}{3}(2x+y)}$ と書くことが出来ます。また、「 $\frac{1}{6}$ という数と 5x-4y をかけて出来る式」は $\boxed{\frac{1}{6}(5x-4y)}$ と書くことが出来ます。ですから、「 $\boxed{\frac{1}{3}}$ という数と 2x+y をかけて出来る式」に「 $\boxed{\frac{1}{6}}$ という数と

= (8-6)x + (3-21)y

= 2x - 18y

5x + 4y をかけて出来る式」をたすと、とりあえず、

$$\boxed{\frac{1}{3}(2x+y)} + \boxed{\frac{1}{6}(5x-4y)}$$

と書くことが出来ます。あとは、この式の見かけをマシにしていきます。分配法則を使って計算を進めると、次のように出来ます。

$$\frac{1}{3}(2x+y) + \frac{1}{6}(5x-4y) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y + \left[\frac{5}{6}\right]x - \left[\frac{2}{3}\right]y$$

$$= \frac{2}{3}x + \left[\frac{5}{6}\right]x + \frac{1}{3}y - \left[\frac{2}{3}\right]y$$

$$= \left(\left[\frac{2}{3}\right] + \left[\frac{5}{6}\right]\right)x + \left(\left[\frac{1}{3}\right] - \left[\frac{2}{3}\right]\right)y$$

$$= \frac{9}{6}x - \left[\frac{1}{3}\right]y$$

$$= \left[\frac{3}{2}\right]x - \left[\frac{1}{3}\right]y$$

これが答えですね。

本文へ戻る

問 42. それぞれの式は以下のように計算を進めることができます。

$$(1) \frac{1}{6}(x-5y) - \frac{1}{3}(2x+y) = \frac{1}{6}x - \frac{5}{6}y - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y$$

$$= \frac{1}{6}x - \frac{2}{3}x - \frac{5}{6}y - \frac{1}{3}y$$

$$= \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)x + \left(-\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)y$$

$$= \left(\frac{1}{6} - \frac{4}{6}\right)x + \left(-\frac{5}{6} - \frac{2}{6}\right)y$$

$$= -\frac{3}{6}x - \frac{7}{6}y$$

$$= -\frac{1}{2}x - \frac{7}{6}y$$

$$(2) \frac{1}{5}(2x+3y) + \frac{1}{3}(5x-2y) = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}y$$

$$= \frac{2}{5}x + \frac{5}{3}x - \frac{3}{5}y - \frac{2}{3}y$$

$$= \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{3}\right)x + \left(-\frac{3}{5} - \frac{2}{3}\right)y$$

$$= \left(\frac{6}{15} + \frac{25}{15}\right)x + \left(-\frac{9}{15} - \frac{10}{15}\right)y$$

$$= \frac{31}{15}x - \frac{19}{15}y$$

$$(3) \frac{1}{4}(3x-2y) - \frac{2}{3}(x+2y) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y - \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}y$$

$$= \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y - \frac{4}{3}y$$

$$= \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)x + \left(-\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\right)y$$

$$= \left(\frac{9}{12} - \frac{8}{12}\right)x + \left(-\frac{3}{6} - \frac{8}{6}\right)y$$

$$= \frac{1}{12}x - \frac{11}{6}y$$

$$(4) -\frac{3}{4}(x-y) + \frac{1}{2}(-2x+y) = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y - x + \frac{1}{2}y$$

$$= -\frac{3}{4}x - x + \frac{3}{4}y + \frac{1}{2}y$$

$$= \left(-\frac{3}{4} - 1\right)x + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right)y$$

$$= \left(-\frac{3}{4} - \frac{4}{4}\right)x + \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right)y$$

$$= -\frac{7}{4}x + \frac{5}{4}y$$

問 43.

$$\frac{7x - 3y}{2} - \frac{x - y}{3}$$

という式と、

$$\boxed{\frac{1}{2}} (7x - 3y) - \boxed{\frac{1}{3}} (x - y)$$

という式は、「見掛けは違っているけれど実は同じ式」です。よって、次のように計算を していくことができます。

$$\frac{7x - 3y}{2} - \frac{x - y}{3} = \frac{1}{2} (7x - 3y) - \frac{1}{3} (x - y)$$

$$= \boxed{\frac{7}{2}} x - \boxed{\frac{3}{2}} y - \boxed{\frac{1}{3}} x + \boxed{\frac{1}{3}} y$$

$$= \boxed{\frac{7}{2}} x - \boxed{\frac{1}{3}} x - \boxed{\frac{3}{2}} y + \boxed{\frac{1}{3}} y$$

$$= \left(\boxed{\frac{7}{2} - \frac{1}{3}}\right) x + \left(\boxed{-\frac{3}{2} + \frac{1}{3}}\right) y$$

$$= \left(\boxed{\frac{21}{6}} - \boxed{\frac{2}{6}}\right) x + \left(-\frac{\boxed{9}}{6} + \boxed{\frac{2}{6}}\right) y$$

$$= \boxed{\frac{19}{6} x - \frac{7}{6} y}$$

本文へ戻る

問 44. $\frac{-5x-3y}{6}$ という式と $\frac{2x-5y}{8}$ という式の分母を通分して見かけを変える問題でしたね。

分母は6と8ですから分母を24に通分します。

それぞれの式は

$$\frac{-5x - 3y}{6} = \frac{4 \times (5x - 3y)}{4 \times 6} = \frac{20x - 12y}{24}$$
$$\frac{2x - 5y}{8} = \frac{3 \times (2x - 5y)}{3 \times 8} = \frac{6x - 15y}{24}$$

と見かけが変わりますね。

本文へ戻る

問 45. それぞれの式は以下のように計算を進めることができます。

$$(1) \quad \frac{2x-7y}{5} + \frac{-4x+3y}{3} = \frac{3 \times (2x-7y)}{3 \times 5} + \frac{5 \times (-4x+3y)}{5 \times 3}$$

$$= \frac{6x-21y}{15} + \frac{-20x+15y}{15}$$

$$= \frac{(6x-21y)+(-20x+15y)}{15}$$

$$= \frac{6x-21y-20x+15y}{15}$$

$$= \frac{6x-20x-21y+15y}{15}$$

$$= \frac{-14x-6y}{3 \times 5}$$

$$= \frac{-14x-6y}{3 \times 5}$$

$$= \frac{3 \times (2x-7y)}{3 \times 5} - \frac{5 \times (-4x+3y)}{5 \times 3}$$

$$= \frac{6x-21y}{15} - \frac{-20x+15y}{15}$$

$$= \frac{(6x-21y)-(-20x+15y)}{15}$$

$$= \frac{(6x-21y+20x-15y)}{15}$$

$$= \frac{6x+20x-21y-15y}{15}$$

$$= \frac{6x+20x-21y-15y}{15}$$

$$= \frac{6x+20x-21y-15y}{15}$$

$$= \frac{6x+20x-21y-15y}{15}$$

$$= \frac{-10a-8b}{12} + \frac{9a-15b}{12}$$

$$= \frac{(-10a-8b)+(9a-15b)}{12}$$

$$= \frac{-10a+9a-8b-15b}{12}$$

$$= \frac{-10a+9a-8b-15b}{12}$$

$$= \frac{-10a+9a-8b-15b}{12}$$

$$= \frac{-a-23b}{12}$$

$$(4) \frac{-5a - 4b}{6} - \frac{3a - 5b}{4} = \frac{2 \times (-5a - 4b)}{2 \times 6} - \frac{3 \times (3a - 5b)}{3 \times 4}$$

$$= \frac{-10a - 8b}{12} - \frac{9a - 15b}{12}$$

$$= \frac{(-10a - 8b) - (9a - 15b)}{12}$$

$$= \frac{-10a - 8b - 9a + 15b}{12}$$

$$= \frac{-10a - 9a - 8b + 15b}{12}$$

$$= \frac{-19a + 7b}{12}$$

本文へ戻る

問 46. A さんと B さんの会話の空欄に適切な言葉、数、式を書く問題でしたね。

A:私は、とても面白いことを発見しました。それは

3つの続いている自然数をたすと必ず3の倍数になる

ということです。

B: へー、そうなんですか。でも本当ですか?

A: 本当ですよ。じゃあ、4 と 5 と 6 をたしてみますね。4 と 5 をたすと 9 ができて、さらに 6 たして 15 ができてますよね。ほら 3 の倍数になったでしょ。

B: それだけじゃぁ。まだまだ信じられないですよ。だって、続いている3つの数って、他にもあるでしょ。あなたがやって見せたのは、4+5+6だけでしょ。

A: いいですよ。じゃあ、今度は7と8と9でやってあげますね。7+8+9の答えは 24 ですよね。24 って3の倍数ですよね。ほらやっぱり3の倍数になるでしょ。どうですか?これで信じてもらえますか?

B:ダメですよ。続いている 3 つの自然数なんて、他にもまだまだあるじゃないですか。いくらそんな計算見せられても私は反論できますよ。「じゃあ、895 と 896 と 897 のときは?」とか言えばいいんですから。そうしたら、きっとあなたは 895+896+897 を計算して見せて、ほら 3 の倍数になったでしょ。」とか言うんでしょうけど、あたしはまた「じゃあ、5244 と 5245 と 5246 のときは?」とか言えば反撃できますよね。これじゃあ、いつまでたっても決着つかないですよ。

A: 確かにそうですね。では、私に提案があります。3 つ続いている自然数をはっきり決めてしまうと、その場合の話しかできなくなるので、3 つの続いている数を、文字を使って n、n+1、n+2 とすることにしましょう。

B: いいですよ。3 つの続いている自然数ですから1 ずつ増えるのでそうしたのですね。 一番小さいのをn しておけば、次のはn+1、一番大きいのはn+2 のはずですからね。 A: じゃぁ、話を進めますね。私は、「3 つの続いている自然数をたすと必ず3 の倍数になる」と主張しているのですから、今用意したn とn+1 とn+2 をたしてみますね。そうすると、

$$n + (n+1) + (n+2) = n + n + 1 + n + 2$$

= $3n + 3$
= $3 \times (n+1)$

ってなりますよね。ところで、この式の最後のかっこの中に出てきた n+1 ですけど、n と 1 はもともと自然数なんだから n+1 も自然数ですよね。ということは n と n+1 と n+2 をたした数」って $3 \times \boxed{$ 自然数 の形に表せるということですね。

B: そうですね。だからなんだって言うんですか?

A: あれ、まだ気がつきませんか?もう、わたしが勝ったも同然なんですよ。あなたに質問しますが、そもそも3の倍数ってなんでしたっけ?

B: それぐらい、ちゃんと知ってますよ。結構数学がんばってますから。そもそも3の倍数っていうのは 3×6 という形に表せる数のことでしょ。あっ、そうか、あなたの勝ちですね。 $n \times n + 1 \times n + 2$ をたした数」って3の倍数になっちゃうってことですね。A: そのとおりです。ですから、3つの続いた自然数をたすと必ず3の倍数になるのです。

本文へ戻る

問 47. この問題の、ある人の言った、

4つの続いている自然数をたすと必ず4の倍数になる

という主張はウソです。

たとえば、4つの続いている自然数が3、4、5、6のとき、

$$3+4+5+6=18$$

となるわけですが、18 は 4 の倍数ではありませんね。つまり、4 つの続いている自然数を たしても 4 の倍数にならないことがあるわけです。これでウソである証拠を見せることが できましたね。

問 48. 5 の倍数とはそもそも $\boxed{5}$ で割り切れる数のことです。別の言い方をすると、「ある自然数を $\boxed{5}$ 倍してできている数」のことです。ですから、「そもそも 5 の倍数とは、ある自然数 n を使って、 $\boxed{5n}$ の形に表すことのできる数」ということになります。実際、n が 1 という自然数ならば、5n は $\boxed{5}$ という 5 の倍数になりますし、n が 2 という自然数ならば、5n は $\boxed{10}$ という 5 の倍数になりますし、n が 3 という自然数ならば、5n は $\boxed{10}$ という 5 の倍数なりますし、n が 4 という自然数ならば、5n は $\boxed{20}$ という 5 の倍数になりますし・・・というように、 $\boxed{5n}$ という式でどんな 5 の倍数も扱うことができるようになっているわけです。

問 49. 数たちを文字で表す問題でしたね。

- (1) 3 ケタの自然数は、ある自然数 m、n、l を使って 100m + 10n + l とあらわすことができます。
- (2) 5 つの続いている自然数は、一番小さい自然数を n とすると、n、n+1、n+2、n+3、n+4 とあらわすことができます。

補足:例えば「5つの続いている自然数のうち三番目に小さいもの」をnとして考えることもできます。このときは

5つの続いている自然数のうち三番目に小さいものをnとすると、5つの続いている自然数は、n-2、n-1、n、n+1、n+2とあらわされる

ということになります。

この他、「5つの続いている自然数のうち二番目に小さいもの」を n として考えた

り、「5 つの続いている自然数のうち四番目に小さいもの」を n として考えたり、「5 つの続いている自然数のうち五番目に小さいもの」を n として考えたりすることもできます。

- (3) 2 つの奇数は、ある自然数 m と n を使って、それぞれ 2m-1、2n-1 とあらわすことができます。
- (4) 2 つの続いている奇数はある自然数 n を使って、それぞれ 2n-1、2n+1 とあらわすことができます。

本文へ戻る

問 50. ある人が次のような主張をしました。

2つの奇数をたすと必ず偶数になる

さて、いろいろ探りを入れてみた所、どうもこの人の主張は本当であるという気がしてきました。そこで、証拠をきちんと見せようと思います。ただし、ここでは「テストの答案ぽく」説明を書いてみようと思います。

2つの奇数は、自然数mとnをつかって、それぞれ、

$$2m-1$$
, $2n-1$

と表すことができる。そこで、今用意した 2 つの奇数 2m-1 と 2n-1 をたしてみることにする。すると、

$$(2m-1) + (2n-1) = 2m-1+2n-1$$

= $2m + 2n - 2$
= $2(m+n-1)$

となる。ところで、n や m や 1 は自然数なので m+n-1 は 自然数 である。という ことは $2\times$ 自然数 という形をしている 2(m+n-1) は 偶数 である。以上より、2 の奇数をたすと、必ず 偶数 になるという証拠がつかめた。 $\boxed{\text{4x}}$

問 51. 『ある人が次のような主張をしました。

奇数と偶数をたすと必ず奇数になる

さて、いろいろ探りを入れてみた所、どうもこの人の主張は本当であるという気がしてきました。では私の代わりに、あなたが証拠を見せてください。きちんとわかるように、上手に説明を書いてください。』という問題でしたね。例えば次のように説明を書くことができます。

奇数と偶数は自然数mとnをつかって、それぞれ、

$$2m-1$$
, $2n$

と表すことができる。そこで、今用意した奇数と偶数 2m-1 と 2n をたしてみることにする。すると、

$$(2m-1) + 2n = 2m - 1 + 2n$$
$$= 2m + 2n - 1$$
$$= 2(m+n) - 1$$

となる。ところで、n や m は自然数なので m+n は自然数である。ということは $2 \times$ 自然数 -1 という形をしている 2(m+n)-1 は奇数である。以上より、奇数と偶数 をたすと、必ず奇数になるという証拠がつかめた。 $\boxed{}_{\mathtt{A} \times \wedge \mathbb{R}^{3}}$

問 52. ある人が次のような主張をしました。

まず、まず何でも良いから、「2 ケタの自然数」を思い浮かべ、次に、今思い浮かべた「2 ケタの自然数」の「十の位に書いてある数」と「一の位に書いてある数」を入れかえてできる数を作り、最後に、初めに思い浮かべた数と、入れかえてできた数をたすと必ず 11 の倍数になる。

さて、いろいろ探りを入れてみたところ、どうもこの人の主張は本当であるという気がしてきました。そこで、証拠をきちんと見せようと思います。ただし、ここではテストの答

案」ぽく説明を書いてみようと思います。

もとの 2 ケタの自然数の十の位を m、一の位を n とすると、この自然数は 10m+n という式であらわされる。

すると、十の位と一の位を入れかえてできる数は、 $\boxed{10n+m}$ という式であらわされることになる。

もとの自然数と、十の位と一の位を入れかえてできる数をたすと、

$$(10m + n) + (10n + m) = 10m + n + 10n + m$$
$$= 11m + 11n$$
$$= 11 (m + n)$$

となる。

ところで、m はもとの数の「十の位に書いてある数」で、n はもとの数の「一の位に書いてある数」なので、m やn は 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 のどれかである。ということは m+n はとにかく自然数になる。よって、11(m+n) は 11×2 自然数 という形になっているので絶対に 11 の倍数である。これで、この人の主張が正しいという証拠が見つかった。

問 53. ある人の言った、次の主張が正しいということを説明する問題でしたね。

まず、「2 ケタの自然数」を思い浮かべます。ただし、十の位の数が一の位の数より大きくなっているものだけです。(ですから 52 や 76 のような数は良いのですが、34 や 28 のような数ではいけません。)、次に、今思い浮かべた「2 ケタの自然数」の「十の位に書いてある数」と一の位に書いてある数」を入れかえてできる数を作ります。そして最後に、初めに思い浮かべた数から、入れかえてできた数をひきます。すると必ず 9 の倍数になってしまうのです。

例えば以下のように説明をすることができます。

もとの 2 ケタの自然数の十の位を m、一の位を n とすると、この自然数は 10m+n という式であらわされる。

すると、十の位と一の位を入れかえてできる数は、10n+m という式であらわされることになる。

もとの自然数から十の位と一の位を入れかえてできる数をひくと、

$$(10m + n) - (10n + m) = 10m + n - 10n - m$$

= $9m - 9n$
= $9(m - n)$

となる。

ところで、m はもとの数の「十の位に書いてある数」で、n はもとの数の「一の位に書いてある数」なので、m やn は 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 のどれかである。ということは m-n はとにかく自然数になる。よって、9(m-n) は $9 \times$ 自然数 という形になっているので絶対に 9 の倍数である。これで、この人の主張が正しいという証拠が見つかった。

問 54.

(1) -6x + 3y - 5 という式の意味を言葉で言うと、

「x という数を -6 倍して出来る数」と「y という数を 3 倍して出来る数」をたし、さらにそこから「1」をひいてできる数

ということです。

この式は等式ではありません。

(2) 3x + 5 = 7 - 2y という式の意味を言葉で言うと、

「x を 3 倍してからさらに 5 をたして出来る数」と「7 から y を 2 倍してできる数をひいてできる数」が等しい

となります。

この式は等式です。

本文へ戻る

問 55.

- (1) -a 3b + 7
- (2) -2a 5 = 7b + 1

本文へ戻る

問 56.

(1) 2x-3=4 という等式を変形しようと思います。この等式の左側から-3 をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右に $\boxed{3}$ をたせばよいですね。ですから、

$$2x - 3 = 4$$

という式を、

$$2x - 3 + \boxed{3} = 4 + \boxed{3}$$

と書きかえます。この等式の左側は、数のところを計算して格好良くすると、見かけが 2x に変わります。ですから、この等式はさらに

$$\boxed{2x} = 4 + \boxed{3}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった-3という数は、 $\overline{$ 符号 $}$ を変え $\overline{ +3}$ という数になり、右側へ移っていることがわかります。これは $\overline{$ 8項 $}$ と呼ばれる現象です。

(2) 2x-3=4y-1 という等式を変形しようと思います。この等式の左側から 2x をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から 2x をひけばよいですね。ですから、

$$2x - 3 = 4y - 1$$

という式を、

$$2x-3-\boxed{2x}=4y-1-\boxed{2x}$$

と書きかえます。この等式の左側は、2x と -2x で $\boxed{0}$ になるので、左側を格好良くすると、見かけが $\boxed{-3}$ に変わります。ですから、この等式はさらに

$$\boxed{-3} = 4y - 1 - \boxed{2x}$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった 2x は、 符号 を変え $\boxed{-2x}$ になり、右側へ移っていることがわかります。これは 移項 と呼ばれる現象です。

(3) 2x+y-3=4 という等式を変形しようと思います。この等式の左側から y-3 を なくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から y-3 をひけばよいですね。ですから、

$$2x + y - 3 = 4$$

という式を、

$$2x + y - 3 - \left(\boxed{y - 3} \right) = 4 - \left(\boxed{y - 3} \right)$$

と書きかえます。この等式の左側は、y-3 と -(y-3) で $\boxed{0}$ が出来るので、左側を格好良くすると、見かけが $\boxed{2x}$ に変わります。ですから、この等式はさらに

$$\boxed{2x} = 4 - \left(\boxed{y-3} \right)$$

という等式に書き変えることができます。

では、最初の等式と、最後の等式だけを見比べることにしましょう。よく見ると、最初、左側にあった y-3 という部分は、 符号 を変え -(y-3) というものになり、右側へ移っていることがわかります。これは y と -3 が符号を変え同時に移ったことになるので、 移項 と呼ばれる現象が 2 回起こったのと同じです。

(4) 2x = -4y + 3 という等式を変形しようと思います。この等式の右側から -4y + 3

をなくすことにしましょう。そのためにはまず、この等式の左と右から $\boxed{-4y+3}$ をひけばよいですね。ですから、

$$2x = -4y + 3$$

という式を、

$$2x - \left(\boxed{-4y+3} \right) = -4y+3 - \left(\boxed{-4y+3} \right)$$

と書きかえます。この等式の右側は、-4y+3 と -(-4y+3) で $\boxed{0}$ が出来ます。 ですから、この等式はさらに

$$2x - \left(\boxed{-4y+3} \right) = \boxed{-4y+3}$$

という等式に書き変えることができます。

本文へ戻る

問 57.

- (1) -2a + 3b = 2a 7 という等式の右側から -7 をなくすためには、左側と右側に 7 をたせば良い。
- (2) 左側と右側に7をたして、この等式を変形していくと次のようになります。

$$-2a + 3b = 2a - 7$$
$$-2a + 3b + 7 = 2a - 7 + 7$$
$$-2a + 3b + 7 = 2a$$

(3) 初めの等式と、(2) で出来た等式を比べると、符号を変えて、右側から左側へ移っ

たのは -7 であることがわかる。

本文へ戻る

問 58.

- (1) -2a + 3b 4 = 2a c という等式の左側から 3b をなくすためには、左側と右側から 3b をひけば良い。
- (2) 左側と右側から 3b をひいて、この等式を変形していくと次のようになります。

$$-2a + 3b - 4 = 2a - c$$
$$-2a + 3b - 4 - 3b = 2a - c - 3b$$
$$-2a - 4 = 2a - c - 3b$$

(3) 初めの等式と、(2) で出来た等式を比べると、符号を変えて、左側から右側へ移っ たのは 3b であることがわかる。

本文へ戻る

問 59.

(1) -2a + 2 = -7 という等式を、左側が -2a だけになるように変形する問題でした ね。そのためには「左側と右側から 2 をひく」ということをすれば良いですね。で すから次のように変形できます。

$$2a + 2 = -7$$

 $2a + 2 - 2 = -7 - 2$
 $2a = -9$

(2) a-5=-3 という等式を、左側が a だけになるように変形する問題でしたね。そのためには「左側と右側に 5 をたす」ということをすれば良いですね。ですから次

のように変形できます。

$$a-5 = -3$$
$$a-5+5 = -3+5$$
$$a = 2$$

(3) 3a + 2 = -7 という等式を、左側が a だけになるように変形する問題でしたね。そのためには「左側と右側から 2 をひく」ということと「左側と右側を 3 でわる」ということをすれば良さそうです。

まず、左側と右側から2をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$3a + 2 - 2 = -7 - 2$$

 $3a + 2 - 2 = -7 - 2$
 $3a = -9$

次に、左側と右側を3でわってみます。すると次のように変形できます。

$$3a \times \frac{1}{3} = -9 \times \frac{1}{3}$$
$$a = -3$$

(4) $-\frac{1}{2}a+2=4$ という等式を、左側が a だけになるように変形する問題でしたね。 そのためには「左側と右側から 2 をひく」ということと「左側と右側に 2 をかける」ということをすれば良さそうです。

まず、左側と右側から2をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$-\frac{1}{2}a + 2 = 4$$
$$-\frac{1}{2}a + 2 - 2 = 4 - 2$$
$$-\frac{1}{2}a = 2$$

次に、左側と右側に2をかけてみます。すると次のように変形できます。

$$-\frac{1}{2}a \times 2 = 2 \times 2$$
$$a = 4$$

本文へ戻る

問 60.

(1) a+2=-b-5 という等式を、左側がb だけになるように変形する問題でしたね。 まず、左側と右側を入れ替えてみます。すると次のように変形できます。

$$a+2 = -b-5$$
$$-b-5 = a+2$$

次に、左側と右側に5をたしてみます。すると次のように変形できます。

$$-b - 5 + 5 = a + 2 + 5$$

 $-b = a + 7$

次に、左側と右側に -1 をかけてみます。すると次のように変形できます。

$$-b \times (-1) = (a+7) \times (-1)$$
$$b = -a - 7$$

(2) -3x + 3 = -5y - 7 という等式を、左側が -3x だけになるように変形する問題でしたね。

左側と右側から3をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$-3x + 3 = -5y - 7$$
$$-3x + 3 - 3 = -5y - 7 - 3$$
$$-3x = -5y - 10$$

(3) 2x + 3y - 1 = 5x + 1 という等式を、左側が 3y だけになるように変形する問題でしたね。

まず、左側と右側から 2x をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$2x + 3y - 1 = 5x + 1$$
$$2x + 3y - 1 - 2x = 5x + 1 - 2x$$
$$3y - 1 = 3x + 1$$

次に、左側と右側に1をたしてみます。すると次のように変形できます。

$$3y - 1 + 1 = 3x + 1 + 1$$
$$3y = 3x + 2$$

(4) 4x + 3y + 2 = 11y - 6 という等式を、左側がx だけになるように変形する問題でしたね。

まず、左側と右側から 3y+2 をひいてみます。すると次のように変形できます。

$$4x + 3y + 2 = 11y - 6$$

$$4x + 3y + 2 - (3y + 2) = 11y - 6 - (3y + 2)$$

$$4x = 11y - 6 - 3y - 2$$

$$4x = 8y - 8$$

次に、左側と右側を4でわってみます。すると次のように変形できます。

$$4x \times \frac{1}{4} = (8y - 8) \times \frac{1}{4}$$
$$4x \times \frac{1}{4} = 8y \times \frac{1}{4} - 8 \times \frac{1}{4}$$
$$x = 2y - 2$$

(5) $a - \frac{1}{5}b = 2 + 3a$ という等式を、左側が b だけになるように変形する問題でしたね。

まず、左側と右側からaをひいてみます。すると次のように変形できます。

$$a - \frac{1}{5}b = 2 + 3a$$
$$a - \frac{1}{5}b - a = 2 + 3a - a$$
$$-\frac{1}{5}b = 2 + 2a$$

次に、左側と右側に -5 をかけてみます。すると次のように変形できます。

$$-\frac{1}{5}b \times (-5) = (2+2a) \times (-5)$$
$$b = 2 \times (-5) + 2a \times (-5)$$
$$b = -10 - 10a$$

本文へ戻る

問 61.

(1) 2x + y = 5 という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

左と右から 2x をひきます。すると次のようになります。

$$2x + y = 5$$
$$2x + y - 2x = 5 - 2x$$
$$y = 5 - 2x$$

(2) 2x + y = 5 という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字x の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左と右からyをひきます。すると次のようになります。

$$2x + y = 5$$
$$2x + y - y = 5 - y$$
$$2x = 5 - y$$

次に、左側と右側を2でわります。すると次のように変形できます。

$$2x = 5 - y$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{5 - y}{2}$$
$$x = \frac{5 - y}{2}$$

(3) 4a + 2 = 2b - 8 という等式を、左側が b だけになり、右側からは文字 b の入った 部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左と右を入れ替えます。すると次のようになります。

$$4a + 2 = 2b - 8$$

 $2b - 8 = 4a + 2$

次に、左側と右側から8をひきます。すると次のように変形できます。

$$2b - 8 - 8 = 4a + 2 - 8$$
$$2b = 4a - 6$$

次に、左側と右側を2でわります。すると次のように変形できます。

$$2b \times \frac{1}{2} = (4a - 6) \times \frac{1}{2}$$
$$b = 4a \times \frac{1}{2} - 6 \times \frac{1}{2}$$
$$b = 2a - 3$$

(4) -3x + 3 = -x - 1 + 8y という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字x の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側と右側にxをたします。すると次のようになります。

$$-3x + 3 = -x - 1 + 8y$$
$$-3x + 3 + x = -x - 1 + 8y + x$$
$$-2x + 3 = -1 + 8y$$

次に、左側と右側から3をひきます。すると次のように変形できます。

$$-2x + 3 - 3 = -1 + 8y - 3$$
$$-2x = -4 + 8y$$

次に、左側と右側を-2でわります。すると次のように変形できます。

$$-2x \times \left(-\frac{1}{2}\right) = (-4 + 8y) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x = (-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 8y \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x = 2 - 4y$$

(5) -3x + 4y + 3 = -x - 1 + 8y という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字 x の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側と右側にxをたします。すると次のようになります。

$$-3x + 4y + 3 = -x - 1 + 8y$$
$$-3x + 4y + 3 + x = -x - 1 + 8y + x$$
$$-2x + 4y + 3 = -1 + 8y$$

次に、左側と右側から 4y+3 をひきます。すると次のように変形できます。

$$-2x + 4y + 3 - (4y + 3) = -1 + 8y - (4y + 3)$$
$$-2x = -1 + 8y - 4y - 3$$
$$-2x = -4 + 4y$$

次に、左側と右側を-2でわります。すると次のように変形できます。

$$-2x \times \left(-\frac{1}{2}\right) = (-4+4y) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x = (-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 4y \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x = 2 - 2y$$

(6) -3x + 4y + 3 = -x - 1 + 8y という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側と右側から 8y をひきます。すると次のようになります。

$$-3x + 4y + 3 = -x - 1 + 8y$$
$$-3x + 4y + 3 - 8y = -x - 1 + 8y - 8y$$
$$-3x - 4y + 3 = -x - 1$$

次に、左側と右側に 3x をたします。すると次のように変形できます。

$$-3x - 4y + 3 + 3x = -x - 1 + 3x$$
$$-4y + 3 = -4x - 1$$

次に、左側と右側にから3をひきます。すると次のように変形できます。

$$-4y + 3 - 3 = -4x - 1 + 3$$
$$-4y = -4x + 2$$

次に、左側と右側を -4 でわります。すると次のように変形できます。

$$\begin{aligned} -4y \times \left(-\frac{1}{4}\right) &= (-4x - 2) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ y &= (-4x) \times \left(-\frac{1}{4}\right) - 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ y &= -x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(7) 2(3x+2) = 12y-8 という等式を、左側がx だけになり、右側からは文字x の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側に分配法則を使いかっこのない式に見かけを変えます。すると次のよう になります。

$$2(3x + 2) = 12y - 8$$
$$2 \times 3x + 2 \times 2 = 12y - 8$$
$$6x + 4 = 12y - 8$$

次に、左側と右側から4をひきます。すると次のように変形できます。

$$6x + 4 - 4 = 12y - 8 - 4$$
$$6x = 12y - 12$$

次に、左側と右側を6でわります。すると次のように変形できます。

$$6x \times \frac{1}{6} = (12y - 12) \times \frac{1}{6}$$
$$x = 12y \times \frac{1}{6} - 12 \times \frac{1}{6}$$
$$x = 2y - 2$$

(8) 2(3x+2) = 12y-8 という等式を、左側が y だけになり、右側からは文字 y の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、左側に分配法則を使いかっこのない式に見かけを変えます。すると次のようになります。

$$2(3x + 2) = 12y - 8$$
$$2 \times 3x + 2 \times 2 = 12y - 8$$
$$6x + 4 = 12y - 8$$

次に、左側と右側を入れ替えます。すると次のように変形できます。

$$6x + 4 = 12y - 8$$
$$12y - 8 = 6x + 4$$

次に、左側と右側に8をたします。すると次のように変形できます。

$$12y - 8 + 8 = 6x + 4 + 8$$
$$12y = 6x + 12$$

次に、左側と右側を12でわります。すると次のように変形できます。

$$12y \times \frac{1}{12} = (6x + 12) \times \frac{1}{12}$$
$$y = 6x \times \frac{1}{12} + 12 \times \frac{1}{12}$$
$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

(9) $a - \frac{1}{5}b = 2 + 3(a + b)$ という等式を、左側が a だけになり、右側からは文字 a の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、右側に分配法則を使いかっこのない式に見かけを変えます。すると次のよう になります。

$$a - \frac{1}{5}b = 2 + 3(a+b)$$

$$a - \frac{1}{5}b = 2 + 3 \times a + 3 \times b$$

$$a - \frac{1}{5}b = 2 + 3a + 3b$$

次に、左側と右側から 3a をひきます。すると次のように変形できます。

$$a - \frac{1}{5}b - 3a = 2 + 3a + 3b - 3a$$
$$-2a - \frac{1}{5}b = 2 + 3b$$

次に、左側と右側に $\frac{1}{5}b$ をたします。すると次のように変形できます。

$$-2a - \frac{1}{5}b + \frac{1}{5}b = 2 + 3b + \frac{1}{5}b$$
$$-2a = 2 + \frac{15}{5}b + \frac{1}{5}b$$
$$-2a = 2 + \frac{16}{5}b$$

次に、左側と右側を -2 でわります。すると次のように変形できます。

$$-2a \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(2 + \frac{16}{5}b\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$a = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{16}{5}b\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$a = -1 + \frac{8}{5}b$$

(10) $a - \frac{1}{5}b = 2 + 3(a + b)$ という等式を、左側が b だけになり、右側からは文字 b の入った部品はなくなるように変形する問題ですね。

まず、右側に分配法則を使いかっこのない式に見かけを変えます。すると次のようになります。

$$a - \frac{1}{5}b = 2 + 3(a+b)$$

$$a - \frac{1}{5}b = 2 + 3 \times a + 3 \times b$$

$$a - \frac{1}{5}b = 2 + 3a + 3b$$

次に、左側と右側から3bをひきます。すると次のように変形できます。

$$a - \frac{1}{5}b - 3b = 2 + 3a + 3b - 3b$$
$$-2a - \frac{1}{5}b - \frac{15}{5}b = 2 + 3a$$
$$-2a - \frac{16}{5}b = 2 + 3a$$

次に、左側と右側に 2a をたします。すると次のように変形できます。

$$-2a - \frac{16}{5}b - 2a = 2 + 3a + 2a$$
$$-\frac{16}{5}b = 2 + 5a$$

次に、左側と右側に $-\frac{5}{16}$ をかけます。すると次のように変形できます。

$$-\frac{16}{5}b \times \left(-\frac{5}{16}\right) = (2+5a) \times \left(-\frac{5}{16}\right)$$
$$b = 2 \times \left(-\frac{5}{16}\right) + 5a \times \left(-\frac{5}{16}\right)$$
$$b = -\frac{5}{8} - -\frac{25}{16}a$$

本文へ戻る